

LAURENCE BOUQUIAUX
BRUNO LECLERCQ

Logique formelle et argumentation

3^e édition

Compléments
pédagogiques
en ligne

L'ATELIER
PHILOSOPHIQUE



Découvrez NOTO, notre plateforme d'ouvrages interactifs !

Accédez gratuitement à la version numérique de cet ouvrage sur <http://noto.deboecksuperieur.com>

Code d'activation – Étudiant

- Vous trouverez ci-dessous un code d'activation personnel et individuel offrant 1 accès gratuit à la version numérique pour une durée d'1 an, à compter du jour de son activation. Cet accès individuel n'est pas conçu pour un usage collectif qui porte atteinte à l'exploitation normale de l'ouvrage.
- L'activation de ce code est valable tant que l'édition actuelle de cet ouvrage est disponible au sein du catalogue de l'éditeur. Passé ce délai, il ne sera plus opérationnel.
- L'éditeur se réserve le droit :
 - de placer la version numérique en ligne si et quand il estime celle-ci fonctionnelle.
 - de suspendre à tout moment l'accès au site.
 - d'en arrêter la mise en ligne, sans préavis préalable.
- Aucune indemnité ne sera exigible en cas de non-fonctionnement du code.
- Ce code est unique et sera associé à une adresse mail unique.
- Après le premier enregistrement du code, celui-ci deviendra inopérational.

Code d'activation →

Pour plus d'informations, surfez sur <http://noto.deboecksuperieur.com>.
En cas de problème, contactez helpdesk@deboecksuperieur.com.

Logique formelle et argumentation

3^e édition



Élaborés pour les étudiants du premier cycle universitaire, les ouvrages de la collection « Atelier philosophique » s'adressent également à un large public d'enseignants comme à tous ceux qui s'intéressent à la philosophie. Alliant exigence, rigueur proprement philosophique et souci de grande clarté, leurs auteurs se donnent pour ambition d'offrir les repères indispensables pour s'orienter dans les nombreux domaines de la philosophie. Philosophes majeurs ou questions primordiales de la philosophie sont abordés sous des angles innovants et actuels qui font de ces ouvrages autant d'impulsions philosophiques. Ils offrent au lecteur des outils pour continuer, par lui-même, sa découverte des concepts et de la pensée philosophique.

Collection dirigée par Daniel Giovannangeli et Sébastien Laoureux

Laurence BOUQUIAUX, Bruno LECLERCQ, *Logique formelle et argumentation*, 3^e édition

Édouard DELRUELLE, *De l'homme et du citoyen. Une introduction à la philosophie politique*

Sophie KLIMIS, *L'énigme de l'humain et l'invention de la politique. Les racines grecques de la philosophie moderne et contemporaine*

L'ATELIER D'ESTHÉTIQUE, *Esthétique et philosophie de l'art. Repères historiques et thématiques*

Juliette SIMONT, *Jean-Paul Sartre. Un demi-siècle de liberté*

LAURENCE BOUQUIAUX,
BRUNO LECLERCQ

Logique formelle et argumentation

3^e édition

Pour toute information sur notre fonds et les nouveautés dans votre domaine de spécialisation, consultez notre site web: www.deboecksuperieur.com

© De Boeck Supérieur s.a., 2017
Rue du Bosquet, 7 - B-1348 Louvain-la-Neuve

3^e édition, 2017
1^{er} tirage, 2017

Tous droits réservés pour tous pays.

Il est interdit, sauf accord préalable et écrit de l'éditeur, de reproduire (notamment par photocopie) partiellement ou totalement le présent ouvrage, de le stocker dans une banque de données ou de le communiquer au public, sous quelque forme et de quelque manière que ce soit.

Imprimé en Belgique

Dépôt légal:

Bibliothèque nationale, Paris: août 2017

Bibliothèque royale de Belgique, Bruxelles: 2017/13647/126

ISBN 978-2-8073-1446-7



Introduction générale

Le fil conducteur de cet ouvrage sera la recherche de critères permettant de distinguer les raisonnements *corrects* des raisonnements *incorrects*.

Une telle recherche intéresse notamment les scientifiques, les philosophes ou les juristes, dont le travail consiste, pour une part essentielle, en raisonnements. De manière plus générale, tous ceux qui entendent transmettre des informations au moyen d'un discours rationnel sont confrontés à cette question. Les informations ne sont pas des données isolées, mais entretiennent les unes avec les autres des rapports logiques (rapports de conséquence, de cohérence ou au contraire de contradiction) ; de la vérité de certaines thèses découle de manière plus ou moins contraignante la vérité ou la fausseté d'autres thèses.

Les raisonnements font apparaître ces rapports de dépendance : tout raisonnement part d'une ou plusieurs *prémisses*, c'est-à-dire de propositions dont on admet la vérité, et en tire – en infère – des *conclusions*, c'est-à-dire des propositions qui doivent être admises comme vraies si les prémisses le sont.

Les inférences des prémisses aux conclusions sont parfois nécessaires. On parle alors de *déduction* :

Exemple 1

Le meurtrier a les cheveux ondulés ou porte une longue barbe.

Or, (on a pu établir que) le meurtrier n'a pas les cheveux ondulés.

Donc le meurtrier porte une longue barbe.

Exemple 2

Seuls les nombres pairs sont multiples de 4.

Certains multiples de 3 ne sont pas pairs.

Donc certains multiples de 3 ne sont pas multiples de 4.

Pour des raisons que nous étudierons, il arrive qu'un raisonnement déductif soit incorrect :

Exemple 3

Le meurtrier a les cheveux ondulés ou porte une longue barbe.

Or, (on a pu établir que) le meurtrier a les cheveux ondulés.

Donc le meurtrier ne porte pas de longue barbe.

Exemple 4

Seuls les nombres pairs sont multiples de 4.

Certains multiples de 3 ne sont pas multiples de 4.

Donc certains multiples de 3 ne sont pas pairs.



Dans un grand nombre de nos raisonnements quotidiens, cependant, l'inférence des prémisses aux conclusions ne prétend pas être déductive et nécessaire ; les prémisses plaident seulement *avec plus ou moins de force* en faveur de certaines conclusions. Toutefois, même dans ce cas, on cherchera à déterminer si l'inférence est ou non légitime, c'est-à-dire à distinguer les conditions dans lesquelles l'inférence peut être considérée comme *suffisamment justifiée* et celles où elle devient *abusive* :

Exemple 5

Comme le mentionne leur contrat de travail, tous les ouvriers de l'entreprise ont droit à une prime de licenciement équivalente à six mois de salaire.

Donc, bien que cela ne figure pas explicitement sur leur contrat de travail, les employés de l'entreprise y ont droit aussi.

S'ils font apparaître des similarités entre deux situations, les raisonnements par analogie s'exposent cependant à ce que l'on mette aussi en évidence leurs dissimilarités : bien qu'ouvriers et employés travaillent pour la même entreprise, leurs contrats de travail ne comportent pas les mêmes mentions.

Exemple 6

Si j'étais vous, je ne croirais pas ce type lorsqu'il prétend ne pas connaître la victime.

C'est un mafieux notoire.

Donc on peut être sûr qu'il ment et qu'il fréquentait la victime.

L'appartenance du témoin à une organisation criminelle rend sans doute son témoignage moins crédible, mais elle ne suffit pas à établir que tout ce qu'il dit est faux.

La logique est la science qui étudie les principes régissant le caractère correct ou non des raisonnements. Elle se fonde sur la conviction que la distinction entre inférences légitimes et inférences illégitimes ne doit pas être faite au cas par cas, mais qu'il y a des principes généraux, des règles ou des critères qui permettent de faire le tri. Ce sont ces principes qui constituent l'objet du présent ouvrage.

Le livre comportera deux parties, qui permettront d'envisager ces principes sous deux aspects différents.

Dans la première partie, nous étudierons des *raisonnements déductifs*, c'est-à-dire des raisonnements dont les prémisses impliquent nécessairement la conclusion, et nous prendrons pour modèle la démonstration mathématique avec ses exigences de justification rigoureuse et impersonnelle. Pour évaluer minutieusement ces inférences, nous introduirons d'ailleurs un langage symbolique et des outils formels semblables à ceux des mathématiques. Cela nous permettra de fixer des critères très précis de validité déductive des raisonnements.

Dans la seconde partie, nous nous éloignerons de cet idéal déductif en montrant, d'abord, qu'il ne rend que partiellement compte des *argumentations de la vie quotidienne* et en étudiant ensuite certains schémas d'inférence très fréquents qui, quoique faillibles et non déductifs, sont cependant parfois utilisés de manière tout à fait légitime ; comme ils peuvent néanmoins aussi faire l'objet d'usages abusifs – traditionnellement qualifiés de « sophismes » –, nous tâcherons d'identifier des critères permettant de déterminer les limites de leur validité.

Toutefois, avant même de poser la question de la *correction* des raisonnements, nous allons, dans la suite de cette introduction, fournir quelques éléments permettant d'identifier leur *structure* ¹.

ANALYSE DES RAISONNEMENTS

Préalablement à l'évaluation d'un raisonnement, un important travail d'analyse doit dégager sa structure et faire apparaître la manière dont sa (ou ses) prémisses(s) entendent venir à l'appui de sa (ou ses) conclusion(s). Effectuer ce travail requiert en particulier une bonne compréhension des « connecteurs » logiques de la langue dans laquelle est exprimé le raisonnement à évaluer. Dans les pages suivantes, des considérations sur la structure des raisonnements seront associées à des considérations sur les termes qui expriment, en français, certains rapports logiques entre les différentes thèses qui interviennent dans des raisonnements. Notons que la présence même de tels connecteurs logiques dans un discours prétendant soutenir certaines thèses douteuses ou controversées constitue la meilleure indication de la présence d'un raisonnement ².

Prémisses et conclusions

La première étape de l'analyse d'un raisonnement consiste évidemment à identifier sa conclusion et à la distinguer des prémisses ou arguments avancés en sa faveur ³.

Dans le langage quotidien, le *passage des prémisses à la conclusion d'un raisonnement* est souvent exprimé par la conjonction « **Donc...** » ou par des expressions équivalentes telles que « **Par conséquent** », « **Par suite** », « **Dès lors** », « **C'est pourquoi...** », « **Cela prouve que...** », « **Cela montre que...** », « **En définitive** »...

Exemple 7

Tout excès de vitesse de 20 km/h sur autoroute entraîne une amende de 100 €

Monsieur X. a été pris en flagrant délit d'excès de vitesse de 20 km/h au km 12 de l'E25 le 17 septembre 2015.

Donc Monsieur X. est passible d'une amende de 100 €

Parfois, la conclusion est énoncée d'emblée ; les *prémisses justificatives* sont alors généralement *introduites* par la conjonction « **Car...** » ou une expression équivalente telle que « **Puisque...** », « **En effet...** », « **Vu que** », « **Attendu que** », « **Étant donné que** »...

Exemple 7b

Monsieur X. est passible d'une amende de 100 €

Puisque tout excès de vitesse de 20 km/h sur autoroute entraîne une amende de 100 € et que Monsieur X. a été pris en flagrant délit d'excès de vitesse de 20 km/h au km 12 de l'E25 le 17 septembre 2015.

1. Les considérations développées ci-dessous à propos de l'analyse des raisonnements permettront par la suite d'expliciter certaines notions utiles pour l'évaluation (telles que celles de cercle vicieux, d'argument *ad ignorantiam* ou d'argument *ad hominem*). Inversement, les notions de concessions, de réserves, d'objections ou de contre-argumentation trouveront à s'éclaircir lorsque les raisonnements seront replacés dans un cadre rhétorique et dialectique faisant intervenir des enjeux relatifs à l'orateur, à son auditoire, ou encore à la charge de la preuve.

2. Leo Groarke and Chris Tindale, *Good reasoning matters !*, 5th ed., Oxford University Press, 2013, pp. 87-88.

3. La notion d'« argument » renvoie au cadre dialectique de l'argumentation, où le raisonnement vise à convaincre un ou plusieurs interlocuteurs, qui peuvent éventuellement proposer des arguments en sens contraire.



Dans bien des cas, cependant, les inférences ne sont pas formulées aussi explicitement et c'est seulement à partir du sens général d'un ensemble de phrases et du contexte dans lequel elles ont été énoncées que l'on peut déceler qu'il s'agit d'un raisonnement.

Exemple 8

Le professeur de logique est un acharné de travail.

Dès le premier cours, il nous fait déjà tout un exposé sur la structure du raisonnement.

Arguments solidaires ou convergents

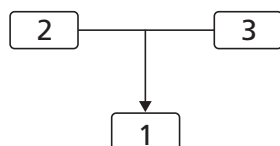
Lorsqu'une conclusion repose sur plusieurs prémisses, il est souvent utile de distinguer le cas où ces prémisses constituent des arguments indépendants qui convergent en faveur d'une même conclusion du cas où les prémisses entraînent solidairement la conclusion, c'est-à-dire que chaque prémisses ne peut prétendre appuyer la conclusion que dans la mesure où les autres prémisses sont également vraies.

Exemple 9

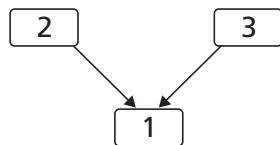
- ① C'est un homme bien.
- ② En effet, il rend un tas de petits services à ses voisins
- ③ sans même leur demander quoi que ce soit.

Les deux prémisses sont ici conjointement nécessaires pour appuyer la conclusion. En effet, le fait que cet homme ne demande rien à ses voisins n'entraîne pas, à lui seul, que ce soit un homme bien, et si les services de cet homme étaient payants, le fait qu'il les rende ne suffirait pas non plus à faire de lui un homme bien⁴.

Dans les pages suivantes, on schématisera de la manière suivante un raisonnement dont les arguments sont solidaires :



et l'on présentera de la façon suivante les arguments convergents :



Exemple 10

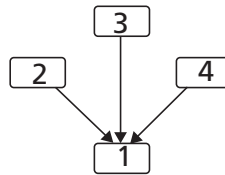
- ① C'est un homme bien.
- ② En effet, il est toujours à l'écoute
- ③ et est en outre très généreux.

4. Notons que, si les deux prémisses de ce raisonnement sont sur un même pied du point de vue de leur suffisance – aucune des deux ne suffit à entraîner la conclusion et chacune exige le concours de l'autre –, elles sont par contre inégales du point de vue de leur pertinence comme arguments en faveur de la conclusion : l'argument central est bien sûr la prémisses ② et, sur ce plan plus pragmatique, la prémisses ③ lui est subordonnée.

Ici, chacune des deux prémisses justifie déjà à elle seule la conclusion, mais bien sûr la conclusion apparaît d'autant plus justifiée que les deux prémisses convergent vers elle.

Exemple 11

- ① L'économie connaîtra un nouvel essor l'année prochaine,
- ② parce que tous les indicateurs économiques sont bons,
- ③ l'ambiance générale est à la confiance,
- ④ et on attend des améliorations significatives des affaires dans les tout prochains mois⁵.



Des connecteurs logiques tels que « **Par ailleurs** », « **En outre** », « **De surcroît** », « **Du reste** »... introduisent généralement une prémisses qui *converge* avec un argument précédemment énoncé. Le connecteur logique « **Or** » introduit plus volontiers un argument *solidaire* avec le précédent. Quant à des connecteurs tels que « **D'abord** », « **Premièrement** », « **En premier lieu** »... « **Ensuite** », « **Deuxièmement** », « **En second lieu** »... « **Enfin** », « **Finalement** », « **En dernier lieu** »... ils introduisent *généralement des arguments convergents* vers une même conclusion, mais peuvent occasionnellement servir à énoncer les arguments solidaires d'une même inférence.

Pour distinguer les deux cas, il convient de se demander si le second argument énoncé répond à la question « Pouvez-vous me donner une autre raison d'accepter cette conclusion ? » – auquel cas il s'agit d'un argument convergent avec le premier – ou s'il répond à la question « En quoi la raison que vous m'avez déjà donnée mène-t-elle à la conclusion ? » – auquel cas il s'agit d'un argument solidaire avec le premier.

Nous verrons que la force des raisonnements dont les arguments sont convergents est déterminée par celle de leur argument le plus fort, tandis que la force des raisonnements dont les arguments sont solidaires est déterminée par celle de leur argument le plus faible⁶.

Arguments en chaîne

Il arrive très fréquemment qu'un raisonnement comporte plusieurs inférences qui s'enchaînent : un argument avancé en faveur d'une conclusion s'appuie lui-même sur une ou plusieurs prémisses qui assure(nt) sa propre justification.

Exemple 12

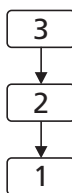
- ① Notre système pénal est inefficace.
- ② Car il n'empêche pas la récidive
- ③ comme l'a encore montré le drame survenu hier dans le Gard.

5. Tiré de James Freeman, *Argument Structure : Representation and Theory*, Dordrecht, Springer, 2011, p. 16.

6. Douglas Walton, Chris Reed, Fabrizio Macagno, *Argumentation schemes*, Cambridge University Press, 2008, p. 23.



En faveur de la conclusion d'inefficacité du système pénal, l'argument de la subsistance de récidive s'appuie lui-même sur un exemple.



Cette structure de conclusions en chaîne peut se manifester par le fait que le raisonnement comporte plusieurs connecteurs logiques exprimant la *justification* (« **Car** », « **En effet** », « **Vu que** », « **Attendu que** », « **Étant donné que** », « **Pour la raison que** », « **D'ailleurs** », « **Comme le montre** », « **Ainsi** »...) ou, en sens inverse, plusieurs connecteurs logiques exprimant la *conclusion* (« **De sorte que** », « **Si bien que** », « **De ce fait** », « **Donc** », « **Par conséquent** », « **Par suite** », « **Dès lors** », « **C'est pourquoi** », « **En définitive** »...).

Exemple 13

Mon fils était très malade hier
de sorte qu'il a dû aller se coucher en rentrant de l'école
et n'a donc exceptionnellement pas pu faire son devoir.

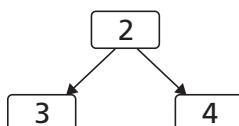
Conclusions multiples

Certains raisonnements comportent non pas, comme le précédent, plusieurs conclusions en chaîne, mais plusieurs conclusions relativement indépendantes.

Exemple 14

- ① Cet horrible individu a tué sa femme
- ② puis il a eu des enfants avec sa propre fille.
- ③ Donc il est le père de ces enfants
- ④ mais aussi leur grand-père.

La première phrase n'est pas une prémisse ; elle contextualise le raisonnement, mais n'intervient pas dans les inférences qui suivent. À elle seule, la seconde phrase permet en revanche de déduire les deux conclusions qui la suivent.

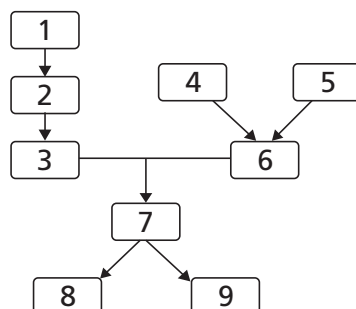


Notons que certains connecteurs logiques dont nous avons vu qu'ils permettent de relier des arguments indépendants et convergents (« **Par ailleurs** », « **En outre** », « **De surcroît** »...) peuvent aussi relier des *conclusions indépendantes*.

Tous les éléments structurels que nous avons jusqu'à présent mis en évidence peuvent bien sûr se combiner pour former des raisonnements assez complexes :

Exemple 15

- ① Le mouvement en faveur de l'égalité des races a rapidement intégré aussi la question de l'égalité des sexes.
- ② Il est ainsi légitime qu'il s'étende à d'autres minorités,
- ③ raison pour laquelle les homosexuels doivent pouvoir réclamer le même droit au mariage que les hétérosexuels.
- ④ Or, certains États ne prévoient pas la possibilité du mariage homosexuel,
- ⑤ et d'autres l'interdisent même explicitement,
- ⑥ de sorte qu'en bien des endroits les dispositifs légaux vont à l'encontre du droit des homosexuels au mariage
- ⑦ et qu'ils violent donc le principe de l'égalité de droit au mariage.
- ⑧ C'est pourquoi les défenseurs des droits civils doivent faire pression sur les législateurs pour qu'ils modifient la loi
- ⑨ et les couples homosexuels qui se voient actuellement refuser le mariage porter plainte auprès de la Cour européenne des droits de l'Homme ⁷.

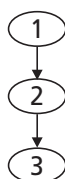
**Assomptions**

Certains raisonnements se singularisent par leur caractère hypothétique. Plutôt que d'affirmer d'emblée la vérité de certaines prémisses et d'en inférer la vérité de certaines conclusions, ils indiquent qu'une conclusion devrait être tirée *si* telle ou telle prémisses se révélait vraie (sans s'engager sur la vérité de cette prémisses).

Exemple 16

- ① Si les négociations institutionnelles devaient échouer,
- ② la NVA en sortirait renforcée
- ③ et les négociations institutionnelles ultérieures seraient alors plus difficiles encore pour les francophones.

Dans les pages suivantes, nous tâcherons d'indiquer le caractère hypothétique de certaines prémisses en les entourant de cercles plutôt que de rectangles. Le caractère hypothétique des prémisses se propage évidemment aux conclusions qu'on prétend inférer à partir d'elles.



7. Tiré de James Freeman, *Argument Structure : Representation and Theory*, op. cit., pp. 5-6.



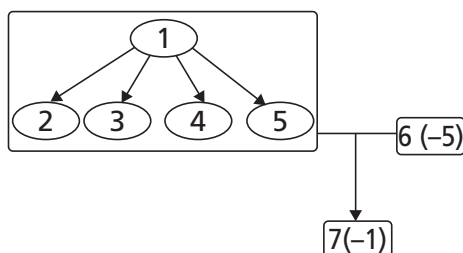
La nature *hypothétique* d'un raisonnement se marque notamment par l'usage de certains connecteurs logiques introduisant les prémisses (« **Si** », « **À supposer que** », « **Dans l'hypothèse où** »...) et/ou par l'usage du conditionnel dans la conclusion.

Il importe de remarquer que l'inférence qui passe de certaines prémisses hypothétiques à leurs conclusions hypothétiques a quant à elle un caractère affirmatif et non pas hypothétique. Il s'agit bien d'affirmer (et non de faire la simple supposition) que si telle prémisse était vraie, telle conclusion s'en suivrait. C'est pourquoi un raisonnement hypothétique peut être intégré dans un raisonnement plus large qui a quant à lui une conclusion assertive.

Exemple 17

- ① Supposons que tuer un animal consiste effectivement à violer ses droits. Quelles en sont les conséquences ?
- ② Que nous ne pouvons pas détruire, selon notre convenance, un chien ou une portée de chiots
- ③ ou ouvrir des dizaines d'huîtres lorsqu'une demi-douzaine aurait suffi
- ④ ou allumer une bougie un soir d'été par simple plaisir, parce qu'un papillon de nuit malheureux pourrait s'y précipiter vers la mort !
- ⑤ Pire. Sauf pour raison impérative, nous ne devons même pas nous promener, étant donné la certitude d'écraser de nombreux insectes sous nos pas.
- ⑥ Certainement, tout cela est de l'enfantillage. Vu l'impossibilité de tirer une ligne quelque part, je conclus que...
- ⑦ pourvu que ce soit une mort sans douleur, l'homme a le droit d'infliger sans raison la mort à des animaux, mais qu'infliger des douleurs implique par contre une justification⁸.

L'hypothèse de départ sur les droits des animaux mène à une série de conclusions (elles-mêmes hypothétiques) quant à la manière dont nous devrions respecter ces droits. Mais une nouvelle prémisse est ensuite introduite, qui affirme que ces conclusions sont aberrantes. De là on conclut, par l'absurde, que l'hypothèse de départ devait être fausse.



Concessions, prise en compte de considérations en sens contraire

La structure de nombreux raisonnements quotidiens est d'autant plus complexe qu'outre des arguments en faveur de la conclusion ils peuvent aussi comporter, au milieu de leurs prémisses, des considérations en sens contraire, c'est-à-dire des thèses qui semblent affaiblir plutôt que renforcer cette conclusion. Plutôt que de laisser un raisonnement à la merci de contre-arguments évidents, on choisit d'intégrer, au sein même du raisonnement, des lignes

8. Tiré de James Freeman, *Argument Structure : Representation and Theory*, op. cit., pp. 6-8, qui commente un raisonnement évoqué par Lewis Carroll.

argumentatives qui s'efforcent de répondre anticipativement aux principales objections des détracteurs de la conclusion⁹.

Avant de s'intéresser à cette prise en compte anticipative des contre-arguments et à leur intégration au sein du raisonnement comme considérations en sens contraire, il convient de noter qu'il existe différents types de contre-arguments, selon qu'ils plaident directement en faveur de la fausseté de la conclusion ou qu'ils montrent que les arguments avancés en faveur de la vérité de la conclusion ne permettent pas de la fonder¹⁰.

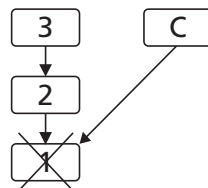
Dans le premier cas, on parlera de contre-arguments de réfutation : sans répondre aux arguments favorables à la conclusion, on avance des arguments qui lui sont défavorables.

Exemple 18

Vous prétendez ① être l'homme que nous recherchons pour ce poste
parce que ② vous êtes le plus qualifié
étant donné que ③ vous avez un diplôme d'ingénieur électronicien.

Mais, en fait, © il y a un candidat très expérimenté qui convient bien mieux que vous.

Le contre-argument ne conteste pas les arguments avancés en faveur de la conclusion, mais fournit un argument en sens opposé et censé prévaloir sur eux¹¹.



Dans le second cas, on parlera d'un contre-argument de sape : sans montrer que la conclusion est fausse, on montre que les arguments qui semblaient lui être favorables ne permettent pas d'établir qu'elle est vraie. Ces contre-arguments de sape peuvent encore prendre deux formes distinctes : soit ils montrent qu'au moins une des prémisses initiales est fausse, soit ils montrent que l'inférence des prémisses initiales à la conclusion est bancal.

9. Comme cela apparaîtra plus clairement dans la seconde partie de l'ouvrage, il convient de distinguer la notion de « contre-argument » ou d'« objection », qui est dialectique et suppose un débat entre différents interlocuteurs, et celle de « considération en sens contraire » (*counter-consideration*), qui réside dans l'intégration, au sein même d'un raisonnement, d'arguments qui semblent affaiblir la thèse et pourraient éventuellement lui être objectés par des interlocuteurs réels ou supposés. Sur ce point, cf. les remarques de Rongdong Jin et Trudy Govier dans Blair and Johnson (eds.), *Conductive argument. An overlooked type of defeasible reasoning*, Logic and Argumentation, vol. 33, College Publications, 2011, pp. 20-25, 267.

10. Pour cette distinction entre « contre-arguments de sape (*undercutters*) » et « contre-arguments de réfutation (*defeaters*) », cf. John Pollock, *Cognitive carpentry*, MIT Press, Cambridge (Mass.), 1995, pp. 40-41.

11. Nous adopterons ici les conventions sémiotiques suivantes : un trait horizontal ou oblique suivi d'une croix exprimera le fait qu'un argument plaide en sens opposé de l'argument principal (traits d'inférence verticaux) ; par ailleurs, une différence d'épaisseur du trait d'inférence exprimera le fait qu'un argument est plus fort qu'un autre, qu'il prévaut sur lui. Pour une réflexion sur ces conventions, voir les remarques de David Hitchcock et Alec Fisher in Blair and Johnson (eds.), *Conductive argument. An overlooked type of defeasible reasoning*, op. cit., p. 17 ; p. 89. Voir aussi Douglas Walton, Chris Reed, Fabrizio Macagno, *Argumentation schemes*, op. cit., p. 28.



Exemple 19

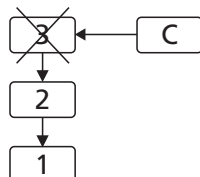
Vous prétendez ① être l'homme que nous recherchons pour ce poste

parce que ② vous êtes le plus qualifié

étant donné que ③ vous avez un diplôme d'ingénieur électronicien.

Mais, en fait, © nous avons pu vérifier que vous n'avez pas achevé cette formation.

Ici, le contre-argument s'attaque à la prémisse 3, qui fondait toute la chaîne d'inférence menant à la conclusion.



Exemple 20

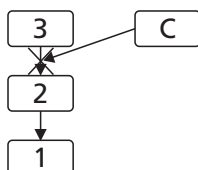
Vous prétendez ① être l'homme que nous recherchons pour ce poste

parce que ② vous êtes le plus qualifié

étant donné que ③ vous avez un diplôme d'ingénieur électronicien.

Mais, en fait, © c'est moins d'un ingénieur que d'un architecte que nous aurions besoin.

Dans ce cas, le contre-argument s'attaque au lien inférentiel entre la prémisse et la première conclusion : ce n'est pas parce que vous êtes ingénieur que vous êtes le plus qualifié pour ce poste.



Lorsque des contre-arguments sont intégrés au sein même d'un raisonnement, c'est généralement pour pouvoir mieux évaluer ce qui, en eux, doit être accepté – et qu'on appelle « concession » – et ce qui ne peut être retenu ou n'a pas de poids suffisant pour contrer l'argumentation principale.

Exemple 21

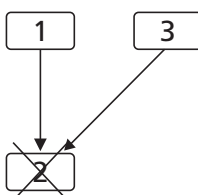
① Certes, papa t'avait promis sa montre en or.

② Et elle devrait donc te revenir.

③ Mais il a changé d'avis et me l'a léguée dans son testament.

④ Donc elle n'est pas pour toi mais pour moi.

La conclusion finale, qui s'appuie sur l'argument du testament, s'oppose à une conclusion intermédiaire, qui faisait quant à elle valoir l'argument d'une promesse. Cet argument est bien concédé à l'adversaire, mais ce que le raisonnement fait valoir, c'est que cet argument ne peut mener à la conclusion qu'il prétendait fonder pour la raison que prévaut un autre argument, menant à une conclusion opposée.



Les connecteurs logiques « **Certes** », « **Il est vrai que** », « **À la rigueur** »... servent généralement à introduire des *concessions*, mais ils sont donc généralement suivis de connecteurs logiques introduisant un *argument plus fort en sens inverse* (« **Mais** », « **Cependant** », « **Pourtant** », « **Toutefois** », « **Néanmoins** », « **Il n'en est pas moins vrai que** », « **N'empêche que** », « **Cela étant... quand même** »...).

Indices de vraisemblance et réserves

Pour approfondir cette question de l'orientation et de la force des arguments, insistons, comme l'avait déjà fait Aristote, sur le fait que la plupart des argumentations quotidiennes s'appuient sur des schémas d'inférence faillibles, qui ne garantissent pas que les prémisses entraînent nécessairement la vérité de la conclusion, mais seulement qu'elles accroissent sa vraisemblance.

Comme nous le verrons dans la seconde partie de l'ouvrage, Stephen Toulmin fut, dans *Uses of argument* (1958), un des premiers à revenir sur ce point, alors que le XX^e siècle voyait triompher l'étude rigoureuse des raisonnements déductifs (qui sera l'objet de la première partie de cet ouvrage). Toulmin rappelle que nombre de raisonnements quotidiens ne prétendent pas être *déductivement* valides et qu'ils nuancent d'ailleurs leur conclusion par l'usage de marqueurs linguistiques tels que des adverbes de vraisemblance.

Exemple 22

Harry est né aux Bermudes.

Donc il est vraisemblablement citoyen britannique.

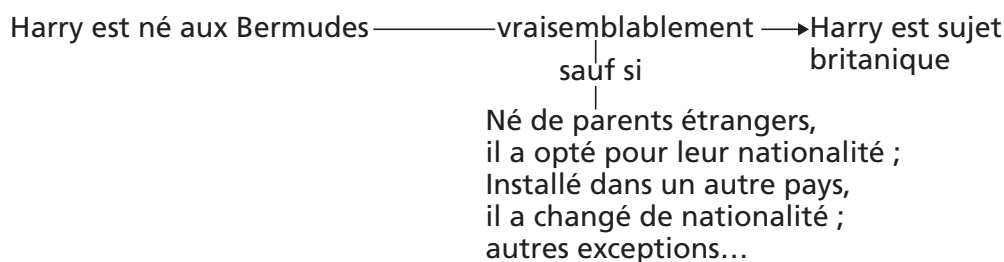
Faute de disposer d'une prémisse affirmant que « Tout qui est né aux Bermudes est citoyen britannique », ce raisonnement n'est pas déductivement valide ; la prémisse n'implique pas nécessairement la conclusion. Mais il est vrai que *la plupart* des personnes nées aux Bermudes sont citoyens britanniques, de sorte que le fait que Harry soit né aux Bermudes rend tout de même vraisemblable qu'il soit citoyen britannique. L'adverbe « vraisemblablement » sert précisément ici à souligner que l'inférence ne jouit pas d'une fiabilité absolue même si elle est souvent correcte.

On comprend que les adverbes de vraisemblance peuvent jouer le rôle d'indices de la plus ou moins grande fiabilité du schéma d'inférence utilisé. Certains (« **À coup sûr** », « **Évidemment** », « **De toute évidence** », « **Indiscutablement** », « **Indubitablement** », « **Sans aucun doute** », « **Inévitablement** », « **Certainement** », « **Sans conteste** »...) indiqueront une *fiabilité maximale* et serviront en particulier dans les raisonnements déductifs. D'autres (« **Très vraisemblablement** », « **Très probablement** », « **Il y a de très fortes chances que** »...) indiqueront une *fiabilité élevée mais pas maximale*. D'autres encore (« **Vraisemblablement** », « **Probablement** », « **Sans doute** », « **Il y a de fortes chances que** »...) indiqueront une *fiabilité moindre, quoiqu'encore relativement élevée*. D'autres (« **Peut-être** », « **Il se peut que** », « **Il semble que** »...) indiqueront une *fiabilité limitée*. Et certains (comme « **Éventuellement** ») indiqueront une *fiabilité très faible quoique pas nulle*.

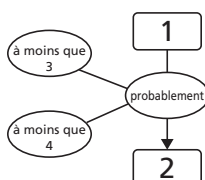
Il importe de tenir compte de ces indices de vraisemblance. C'est une partie intégrante de la rationalité d'indiquer les limites de validité d'un raisonnement quand il n'est pas absolument fiable. Comme le montre Toulmin, les indices de vraisemblance signalent un certain nombre de « réserves » à l'usage d'une inférence, c'est-à-dire de conditions qui risquent de rendre fausse sa conclusion en dépit de la vérité de ses prémisses.



Ainsi, dans le cas du raisonnement sur la nationalité de Harry, l'adverbe « vraisemblablement » signale que certaines circonstances (qu'il n'explique pas) pourraient faire que Harry ne bénéficie pas de la nationalité britannique bien qu'il soit né aux Bermudes : il pourrait être né là de parents étrangers et avoir opté pour leur nationalité, il pourrait s'être installé longtemps dans un autre pays dont il aurait demandé la nationalité... Toulmin schématise dès lors ce raisonnement de la façon suivante :



Conformément à la notation adoptée jusqu'ici, nous le schématiserons :



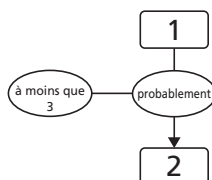
Les thèses 3 et 4 sont ici des réserves hypothétiques implicites.

Ces remarques nous permettent de revenir alors sur la problématique des considérations en sens contraire (concessions, objections anticipées), et plus généralement sur la question de l'orientation et de la force des arguments. On voit bien en effet qu'une « réserve » est un argument qui pourrait bloquer l'inférence et qui agit donc, dans le raisonnement, en sens opposé par rapport aux prémisses puisqu'elle fournit des raisons de penser que la conclusion n'est pas vraie même si les prémisses sont vraies.

Exemple 23

- ① Papa m'avait promis de me donner sa montre.
- ② Donc elle est (vraisemblablement) à moi,
- ③ à moins qu'il te l'ait promise également.

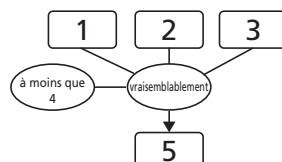
La promesse exprimée dans la « réserve » (à moins que...) est ici de nature à affaiblir fortement voire à annihiler la vraisemblance initiale de l'inférence entre la première promesse et la conclusion.



De même en va-t-il dans l'exemple suivant :

Exemple 24

- ① Tous les indicateurs économiques sont bons,
- ② l'ambiance générale est à la confiance
- ③ et on attend des améliorations significatives des affaires dans les tout prochains mois.
- ④ Donc, à moins d'une nouvelle crise,
- ⑤ l'économie connaîtra un nouvel essor l'année prochaine.

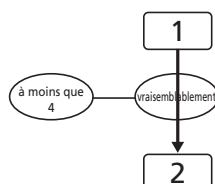


Ces raisonnements, où la réserve est susceptible de mettre à mal l'inférence, doivent être contrastés avec des raisonnements qui évoquent une objection possible ou même effective mais font immédiatement valoir qu'elle n'est pas de nature à annuler la validité de l'inférence.

Exemple 25

- ① Papa m'a légué sa montre par testament.
- ② Donc elle est à moi,
- ③ même s'il te l'avait également promise.

Ici, la seconde promesse est bien reconnue dans son rôle d'opposition à l'inférence principale. Mais en même temps, par l'utilisation de « même si » en lieu et place de « sauf si » ou « à moins que », le raisonnement fait valoir que cette opposition est trop faible pour bloquer l'inférence, car la prémisse initiale prévaut sur cette éventuelle objection.

**Échelles argumentatives**

On est là au cœur de la problématique de l'orientation et de la force des arguments. Dans *Les échelles argumentatives* (1980), Oswald Ducrot s'est intéressé aux connecteurs logiques qui marquent des rapports d'opposition ou, au contraire, de co-orientation entre des arguments, mais aussi la plus ou moins grande force de ces arguments les uns par rapport aux autres¹².

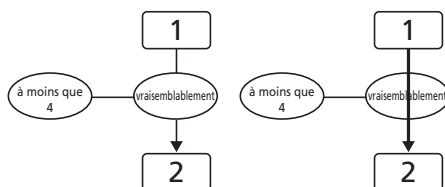
Pour reprendre sous cet angle des questions déjà évoquées, faisons remarquer que des connecteurs comme « **D'un autre côté** », « **D'autre part** », « **Inversement** », « **Par contre** », « **En revanche** »... marquent des rapports d'*opposition* entre des arguments sans eux-mêmes indiquer de préséance d'un argument par rapport à l'autre. En revanche, nous

12. Dans l'ouvrage de Stefan Goltzberg, *Théorie bidimensionnelle de l'argumentation juridique* (Bruxelles, Bruyant, 2012), ces analyses de Ducrot sont au fondement même de l'étude de certains aspects importants du raisonnement juridique, tels que l'usage d'arguments *a fortiori* ou le rôle des présomptions.



avons vu que des connecteurs tels que « **Mais** », « **Cependant** », « **Pourtant** », « **Toutefois** », « **Néanmoins** », « **Il n'en est pas moins vrai que** », « **N'empêche que** », « **Cela étant... quand même** »... introduisent des arguments qui non seulement *s'opposent* à un argument précédemment exprimé (souvent une concession faite à un point de vue adverse) mais qui *prétendent en outre prévaloir* sur lui. Ces connecteurs n'expriment donc pas seulement des différences d'orientation (opposition) entre arguments mais aussi des rapports de force.

Il en va de même des connecteurs qui indiquent d'éventuelles réserves ou objections à une inférence. Non seulement ces connecteurs signalent des arguments susceptibles d'agir en sens opposé aux prémisses de l'inférence principale, mais ils indiquent en outre généralement si ces arguments doivent ou non prévaloir sur les prémisses. Les connecteurs « **Sauf si** », « **À moins que** », « **Sous réserve de** »... introduisent des *réserves dirimantes*, *c'est-à-dire plus fortes que les arguments initiaux et donc susceptibles de bloquer l'inférence*. Inversement, les connecteurs « **Même si** », « **Bien que** », « **En dépit de** », « **Malgré** », « **Nonobstant** »... introduisent des *réserves ou objections considérées comme plus faibles que les arguments initiaux et donc non susceptibles de bloquer l'inférence*.



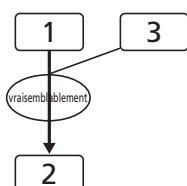
Dans le schéma de gauche, la réserve (« à moins que »...) complique l'inférence en l'assortissant d'un adverbe de vraisemblance qui témoigne de ce qu'elle connaît des exceptions et peut échouer. Dans le schéma de droite, une réserve de ce type est envisagée, mais l'usage de « bien que » signale que cette réserve (de type « à moins que »...) ne suffit pas à affaiblir l'inférence, car l'argument principal prévaut.

Cette grille de lecture permet aussi de comprendre le rôle d'arguments introduits par des connecteurs tels que « **Surtout que** », « **D'autant plus si** », « **a fortiori** »... Ces connecteurs marquent des *arguments qui vont dans le même sens que l'argument précédent et qui le renforcent*. Il ne s'agit pas seulement d'arguments relativement indépendants du premier et qui convergent avec lui vers une même conclusion, mais d'arguments qui s'inscrivent directement dans la ligne du premier et « appuient » dans la même direction que lui.

Exemple 26

- ① Papa t'avait promis sa montre en or.
- ② Et elle te revient donc (vraisemblablement).
- ③ D'autant plus s'il l'a inscrit dans son testament.

Déjà rendue vraisemblable par la première prémisses, la conclusion devient plus vraisemblable encore au vu du nouvel argument, lequel atténue fortement les réserves éventuelles qui pouvaient encore menacer l'inférence.



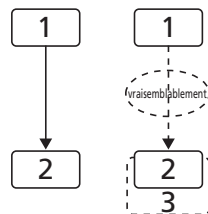
Dans le même cadre d'analyse, disons encore quelques mots de certaines manières d'indiquer la force relative de différentes conclusions allant dans un même sens, étant entendu qu'en principe une conclusion plus forte qu'une autre exige aussi des arguments plus forts qu'elle et, à arguments égaux, est moins vraisemblable qu'elle.

Les connecteurs « **voire** », « **et même** »... introduisent une *conclusion de même orientation que la précédente et de force supérieure*.

Exemple 27

- ① J'ai réussi tous mes examens.
- ② Donc j'aurai certainement une réussite pour mon année,
- ③ voire même (j'aurai) une mention de satisfaction.

En vertu du règlement des examens, la prémisse implique nécessairement la première conclusion. La seconde conclusion, quant à elle, est plus forte que la première (obtenir une mention de satisfaction, c'est forcément réussir son année, mais l'inverse n'est pas vrai) et la prémisse ne permet pas de la fonder avec la même certitude.

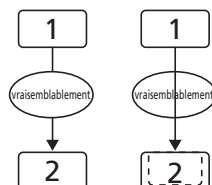


Inversement, les connecteurs « **du moins** », « **au moins** »... introduisent une *conclusion de même orientation que la précédente mais de moindre force* (et donc plus facile à prouver).

Exemple 28

- ① J'ai réussi tous mes examens.
- ② Donc j'aurai sans doute une satisfaction pour l'année,
- ③ ou au moins (j'aurai) une réussite simple.

Ici, la prémisse ne permet de fonder la première conclusion qu'avec une fiabilité limitée. Par contre, la seconde conclusion, qui est plus faible, découle de cette prémisse avec une beaucoup plus grande fiabilité (elle en découle même nécessairement, en vertu du règlement des examens).



Prémisses implicites

En séparant, dans le discours, ce qui est essentiel et ce qui est accessoire du point de vue logique, et en faisant clairement apparaître les rapports inférentiels entre les thèses invoquées, l'analyse structurale du raisonnement prépare son évaluation et, le cas échéant, sa



critique : elle met en évidence ce qui pourrait être contesté, à savoir les prémisses sur lesquelles repose la conclusion et/ou les inférences qui mettent en œuvre ce support ¹³.

Il convient toutefois de noter que l'analyse d'un raisonnement implique déjà une part d'évaluation : saisir les liens logiques mis en œuvre dans un raisonnement suppose généralement d'en comprendre le sens et d'identifier la manière dont les prémisses pourraient prétendre supporter la conclusion. Or, toute analyse d'un raisonnement présuppose que le discours analysé est globalement rationnel, même s'il peut commettre çà et là quelques erreurs logiques. L'interprétation qui guide l'analyse d'un discours argumenté répond à certaines exigences de « charité herméneutique » : entre deux analyses d'un raisonnement, dont l'une le rendrait très manifestement incorrect et l'autre seulement un peu contestable, il faut souvent préférer la seconde, qui est plus probablement celle qu'avait visée le producteur du raisonnement.

Ces exigences de charité herméneutique sont particulièrement apparentes lorsqu'il s'agit de compléter les arguments explicitement exprimés en ajoutant des prémisses qui sont laissées implicites mais semblent clairement présupposées par le reste du discours. Entre deux possibilités extrêmes ¹⁴ – n'ajouter aucune prémisses implicite, au risque que le raisonnement soit clairement incorrect, ou ajouter toutes les prémisses nécessaires à rendre le raisonnement déductivement valide, au risque de faire dire au raisonnement bien plus que ce qu'entendait son producteur ¹⁵ –, il faut en fait généralement choisir une voix intermédiaire et n'ajouter que des prémisses qui soient 1) nécessaires à conférer une certaine force (pas nécessairement la validité déductive) ¹⁶ aux inférences du raisonnement, 2) susceptibles d'être effectivement acceptées par le producteur du raisonnement et 3) telles qu'il est plausible que ce dernier les aurait utilisées pour s'adresser à cet auditoire particulier ¹⁷. On voit bien que l'analyse se mêle ici étroitement à l'évaluation. Pour déterminer quelle prémisses implicite il convient d'ajouter aux prémisses explicites, il faut déjà procéder à certaines évaluations logiques – mais aussi, nous le verrons, rhétoriques et dialectiques –, lesquelles sont toutefois distinctes de l'évaluation critique qui porte sur le raisonnement dégagé (et éventuellement reconstitué) au terme de l'analyse.

Notons que, dans la mesure où l'ajout de prémisses implicites est toujours une démarche interprétative du discours exprimé et a, pour cette raison, un caractère hypothétique, il

13. Ralph Johnson and J. Anthony Blair, *Logical self-defense*, McGraw-Hill, 1994, p. 40 ; James Freeman, in R. Johnson and J.A. Blair (eds.), *New essays in informal logic*, Windsor, 1994, p. 45 ; J. Anthony Blair, *Groundwork in the theory of argumentation*, Dordrecht, Springer, 2012, pp. 40-42.

14. Robert Ennis (« Identifying implicit assumptions », *Synthese*, 1982, vol. 51, pp. 63-66) distingue entre les arguments effectivement utilisés et les arguments nécessaires à la validité du raisonnement. Dans cette optique, on peut opposer une « reconstruction d'usage » du raisonnement à partir de ce que le locuteur a dit explicitement et une « reconstruction des besoins » du raisonnement, qui y ajouterait ce qu'il faut pour que les prémisses mènent effectivement à la conclusion (Douglas Walton, *Argument Structure : A Pragmatic Theory* (Toronto Studies in Philosophy), Toronto, University of Toronto Press, 1996, pp. 203, 217, 249-250). Entre les deux, cependant, il y a une reconstruction de l'argument qui n'attribue au locuteur que les thèses implicites qu'il est, d'après des analyses contextuelles, effectivement susceptible d'avoir présupposées. Ce n'est donc pas toujours l'interprétation qui rend le raisonnement le plus solide qui doit être privilégiée (pp. 211-216).

15. On prend alors le risque du sophisme de l'homme de paille (Douglas Walton, *Argument Structure : A Pragmatic Theory*, op. cit., pp. 109, 218, 243).

16. Douglas Walton, *Argument Structure : A Pragmatic Theory*, op. cit., pp. 237-241. Nous verrons que des prémisses peuvent supporter des conclusions au moyen de certains schémas d'inférence non déductivement valides.

17. Ralph Johnson and J. Anthony Blair, *Logical self-defense*, op. cit., pp. 15, 29, 34 ; Leo Groarke and Chris Tindale, *Good Reasoning Matters !*, op. cit., pp. 136-141.

importe de conserver ce statut hypothétique à l'évaluation elle-même : si le producteur entendait inclure telle ou telle prémisse, voici ce qui peut être dit de son raisonnement ; s'il entendait inclure telle ou telle autre, voici ce qui peut en être dit... Dans les diagrammes qui permettent de visualiser la structure des raisonnements, il convient donc de faire clairement apparaître, par exemple par un jeu de couleurs, la différence entre les prémisses explicitement énoncées par le locuteur et celles qui ont été ajoutées par l'interprète pour compléter le raisonnement et lui conférer une certaine force ¹⁸.

Nous tenons à remercier Marcel Crabbé, Thierry Delvaux, François Dubuisson, Pascal Gribomont, Michel Kefer et Roland Schmetz pour les remarques et suggestions qu'ils nous ont faites lors de la première édition de cet ouvrage. Il va de soi que ces personnes ne sont en rien responsables des erreurs qui subsisteraient dans la présente édition.

Les corrigés d'exercices sont accessibles via la version numérique de l'ouvrage (NOTO). Pour y accéder, veuillez vous reporter aux modalités présentes au verso de la couverture.

18. Ralph Johnson and J. Anthony Blair, *Logical self-defense*, *op. cit.*, p. 22 ; Leo Groarke and Chris Tindale, *Good Reasoning Matters !*, *op. cit.*, p. 91 ; Douglas Walton D., *Argument Structure : A Pragmatic Theory*, *op. cit.*, pp. 205-253.



PREMIÈRE PARTIE

Déduction

Chapitre 1	Logique des propositions	25
Chapitre 2	Logique des prédicats du premier ordre	71



Logique des propositions

Introduction	26
Logique ancienne : Mégariques et Stoïciens	29
Logique contemporaine	34



Introduction

LE MODÈLE DE LA DÉMONSTRATION MATHÉMATIQUE ET LA VALIDITÉ DÉDUCTIVE

S'ils permettent d'étendre et d'organiser le savoir individuel, les raisonnements jouent aussi un rôle crucial dans les communications interpersonnelles, puisqu'ils constituent un des principaux moyens dont disposent des interlocuteurs pour se convaincre les uns les autres de la vérité de telle ou telle thèse et pour parvenir ainsi à des « accords ».

Le raisonnement s'intègre alors à une *argumentation*, dont l'évaluation complète suppose de prendre en compte une multitude d'éléments de contexte. On s'interrogera notamment sur l'*interprétation* qu'il convient de donner à tel ou tel message énoncé dans une situation dialogique particulière, sur le respect des procédures de preuve propres à tel ou tel cadre argumentatif ou sur les thèses initiales qu'est susceptible de concéder l'auditoire particulier auquel on s'adresse.

Dans les pages suivantes, nous ferons provisoirement abstraction de ces considérations pour nous intéresser à l'évaluation des raisonnements eux-mêmes en supposant que leur contenu peut être isolé du contexte dialectique dans lequel il s'insère et présenté sous la forme canonique d'un ensemble de prémisses et d'une conclusion. Nous nous préoccupons alors exclusivement de la validité du *lien inférentiel entre les informations contenues dans les prémisses et celles que contient la conclusion*.

En outre, nous ne nous intéresserons ici qu'à la validité *déductive* de ces liens inférentiels, c'est-à-dire que nous vérifierons si l'information des prémisses implique bien *nécessairement* celle qui est contenue dans la conclusion.

Le modèle de raisonnement qui nous guidera sera celui de la *démonstration mathématique*, qui répond à des règles logiques strictes et prétend valoir indépendamment des circonstances particulières de son énonciation, en particulier des talents oratoires de son énonciateur ou des dispositions particulières de ses destinataires. Dans la mesure où les règles d'inférence sont strictement contraignantes, quiconque les connaît peut effectuer les mêmes raisonnements avec les mêmes résultats et chacun peut vérifier rigoureusement l'exactitude des démonstrations des autres. Dans un premier temps, nous allons donc développer les principes d'un tel idéal de rationalité, quitte à nous apercevoir par la suite que cet idéal déductif ne rend que très partiellement compte de la rationalité de l'argumentation quotidienne.

Lorsque nous parlerons de « validité » dans cette première partie de l'ouvrage, il s'agira toujours de validité formelle et déductive. Dans la seconde partie, nous nous préoccupons d'autres dimensions de la rationalité argumentative. Cela nous amènera à envisager la « légitimité » ou la « validité » d'une argumentation dans une perspective plus large que celle de la validité déductivo-formelle.

Nous avons dit, dans l'introduction générale, que la logique postule qu'il y a des *principes généraux*, des *lois* qui permettent de distinguer les raisonnements corrects et les raisonnements incorrects. Lorsqu'il s'agit de validité déductive, ces lois relèvent uniquement de la *forme* du raisonnement, à l'exclusion de son contenu. Même s'ils concernent des sujets très différents, deux raisonnements qui ont la même forme sont tous deux valides ou tous deux non valides.

Exemple 2

Seuls les nombres pairs sont multiples de 4.

Certains multiples de 3 ne sont pas pairs.

Donc certains multiples de 3 ne sont pas multiples de 4.

Exemple 29

Seuls les actes explicitement interdits par la loi sont répréhensibles.

Certains détournements d'argent ne sont pas explicitement interdits par la loi.

Donc certains détournements d'argent ne sont pas répréhensibles.

Ces deux raisonnements ont la même forme, comme le montrent les substitutions suivantes :

Acte $\leftrightarrow$ nombre

Explicitement interdit par la loi $\leftrightarrow$ pair

Détournement d'argent $\leftrightarrow$ multiple de 3

Répréhensible $\leftrightarrow$ multiple de 4

Tous deux, nous le verrons, sont valides.

Les raisonnements suivants partagent aussi une même forme et sont non valides :

Exemple 30

Si Philippe est menuisier, alors il a au moins un outil.

Or, Philippe a au moins un outil.

Donc Philippe est menuisier.

Exemple 31

Si Philippe est soumis à l'impôt sur le revenu, alors il a au moins une rentrée financière.

Or, Philippe a au moins une rentrée financière.

Donc Philippe est soumis à l'impôt sur le revenu.

Pour vérifier que ces raisonnements ont la même forme, les substitutions qu'il convient d'effectuer sont, bien sûr :

Philippe est menuisier $\leftrightarrow$ Philippe est soumis à l'impôt sur le revenu

Philippe a au moins un outil $\leftrightarrow$ Philippe a au moins une rentrée financière

Cette idée de validité formelle est très importante. Elle garantit la rigueur des démonstrations. En effet, l'intuition, qui nous guide dans nos raisonnements quotidiens, est parfois victime de sa sensibilité au *contenu* du raisonnement, de sorte qu'elle parasite l'évaluation de l'inférence par des considérations quant à la plausibilité des thèses elles-mêmes. Or, même si son contenu nous est moins familier, le raisonnement de l'exemple 31 repose sur une inférence parfaitement identique à celle de l'exemple 30. Les raisonnements de cette forme peuvent mener de prémisses vraies à une conclusion fausse (Ex. 30-31). Cela montre qu'ils ne sont pas déductivement *valides* ; ils ne garantissent pas la vérité de leur conclusion moyennant la vérité des prémisses.

Insistons sur les rapports entre la *validité d'un raisonnement* et la *vérité des thèses* qu'il met en jeu : un raisonnement valide garantit que la vérité des prémisses se transmet à la conclusion. Mais, si les prémisses sont fausses, le raisonnement, même valide, peut mener tantôt à une conclusion vraie tantôt à une conclusion fausse. C'est le cas pour les raisonnements des exemples 32 et 33, qui ont la même forme que ceux des exemples 2 et 29 :



Exemple 32

Seuls les adultes sont illettrés.

Certains professeurs d'université ne sont pas adultes.

Donc certains professeurs d'université ne sont pas illettrés.

Exemple 33

Seuls les mammifères sont carnivores.

Certains félins ne sont pas des mammifères.

Donc certains félins ne sont pas des carnivores.

D'autre part, faute d'être contraint par le respect de règles logiques, un raisonnement non valide peut mener à des conclusions vraies comme à des conclusions fausses, et cela que ses prémisses soient vraies ou fausses.

Exemple 34

Paris est la capitale de la France.

Donc Berlin est la capitale de l'Allemagne.

Exemple 35

Paris est la capitale de la France.

Donc Londres est la capitale de l'Allemagne.

Exemple 36

Madrid est la capitale de la France.

Donc Berlin est la capitale de l'Allemagne.

Exemple 37

Madrid est la capitale de la France.

Donc Londres est la capitale de l'Allemagne.

FORME DU RAISONNEMENT ET FORMALISATION

L'idée que la logique au sens strict, c'est-à-dire la science des principes de la validité déductive, s'intéresse exclusivement à la *forme* des raisonnements a été énoncée dès l'Antiquité. C'est cette idée de logique formelle qui est, en particulier, au fondement de la théorie aristotélicienne des *sylogismes*, laquelle a eu une grande importance dans la tradition philosophique de l'Antiquité, du Moyen Âge et des Temps modernes. Nous envisagerons brièvement cette théorie dans le second chapitre de la première partie, consacré à la *logique des prédicats*.

L'idée de logique formelle est aussi au fondement de la théorie mégarique et stoïcienne des schémas d'inférence, théorie qui est à l'origine de la *logique des propositions*, objet du premier chapitre de la première partie.

Mais l'idée de logique formelle va surtout trouver sa consécration à la fin du XIX^e siècle et au début du XX^e siècle avec l'avènement de la logique symbolique ou logique mathématique. Pro-

longeant et approfondissant les travaux de George Boole, qui avait cherché à traduire certains raisonnements dans un langage algébrique, Gottlob Frege propose de donner à la pensée rationnelle en général et à la pensée scientifique en particulier un *langage parfait et universel*, dont la syntaxe refléterait, mieux que celles des langues naturelles, les rapports logiques exprimés.

Ce langage conceptuel (idéo-graphie, *Begriffs-schrift*), Frege en propose une première version en 1879. L'objectif est une grande rigueur d'expression des *thèses* scientifiques, mais aussi et surtout des *raisonnements* scientifiques. Plus rien ne sera laissé à l'intuition. Toutes les étapes du raisonnement seront explicitement et précisément formulées, de sorte que l'on pourra se prononcer avec certitude sur la validité formelle de ce raisonnement. Lorsque l'on dispose d'un tel langage parfait, il est en effet très facile de voir si un raisonnement est ou non correct : il suffit de vérifier sur les formules elles-mêmes si chaque étape de l'inférence est conforme aux règles de « calcul », un peu comme le langage algébrique permet de résoudre de manière « mécanique » un problème mathématique :

Exemple 38

$$2x - 4 = 8 + x$$

$$2x = 8 + x + 4$$

$$2x - x = 8 + 4$$

$$x = 8 + 4$$

$$x = 12$$

La syntaxe de l'équation reflète la forme du problème mathématique (indépendamment de son contenu particulier). On peut ensuite « raisonner » par des simples opérations de calcul sur l'équation elle-même.

Nous allons le voir, une fois exprimées dans un langage parfait, les *règles logiques de l'inférence valide* deviennent, elles aussi, de simples *règles de calcul*. À vrai dire, fonder la totalité des raisonnements exigerait de déployer un appareil logique d'une technicité redoutable. Nous n'aurons pas cette ambition. Nous tâcherons de développer quelques outils assez simples qui nous permettront de traiter certains types de raisonnements fréquents. Notre but n'est pas d'atteindre l'exhaustivité, mais d'illustrer à partir de quelques exemples l'idéal d'une démonstration rigoureusement nécessaire – idéal « logique » au sens le plus strict – et de nous convaincre qu'il est possible, jusqu'à un certain point, d'accomplir cet idéal et d'y conformer nos raisonnements.

A Logique ancienne : Mégariques et Stoïciens

PROPOSITIONS ET SCHÉMAS D'INFÉRENCE PROPOSITIONNELS

Comme le disait déjà Aristote, une *proposition* est une phrase déclarative susceptible d'être vraie ou fausse ¹.

1. Aristote, *Peri hermeneias*, 17a4-9. À vrai dire, la proposition n'est pas la phrase elle-même ou son énoncé, mais son *contenu*, puisque deux phrases synonymes comme « Pierre frappe Jean » et « Jean est frappé par Pierre » seront considérées comme une seule et même proposition. Certains logiciens préfèrent cependant s'en tenir aux énoncés, qu'ils jugent plus concrets que les propositions.



Exemples

Il pleut le 15 mars 2009 à 15h sur Paris.

Le Soleil est composé à 80 % d'hydrogène.

Vendre du cannabis a toujours été illégal en France.

$2+3=5$.

En revanche, les expressions suivantes ne sont pas des propositions :

Exemples

est malade

Socrate

Vert est ou

Prête-moi ton cours de sociologie !

Que penses-tu de la loi sur la fin de vie ?

Pour la logique stoïcienne, les *propositions* sont les unités de base des raisonnements, c'est-à-dire que cette logique laisse les propositions inanalysées et qu'elle étudie seulement les règles qui régissent leurs *combinaisons*.

Exemple 39

L'entreprise échappe à la faillite pour autant que les créanciers acceptent des remises de dette.

Or, les créanciers acceptent des remises de dette.

Donc l'entreprise échappe à la faillite.

Nous verrons, dans la suite de cette première partie, que la validité de certains raisonnements ne peut être étudiée qu'*en analysant les propositions elles-mêmes* et en identifiant les rapports logiques qui lient les concepts dont elles se composent. C'est en particulier le cas des raisonnements de la logique des prédicats (issue de la syllogistique aristotélicienne), que nous envisagerons dans le second chapitre.

Exemple 40

Tous les *frais professionnels* sont *déductibles des revenus imposables* pour autant qu'ils ne soient pas *remboursés par l'employeur*.

Or, certaines *dépenses vestimentaires* sont des *frais professionnels* et ne sont pas *remboursées par l'employeur*.

Donc certaines *dépenses vestimentaires* sont *déductibles des revenus imposables*.

En plus de rapports logiques entre propositions, ce raisonnement met en jeu, à l'intérieur des propositions elles-mêmes, des rapports logiques entre concepts.

Parmi les exemples fournis plus haut, certains relevaient de la logique des propositions (Ex. 30-31), d'autres de la logique des prédicats (Ex. 2-29-32-33).

D'autres raisonnements supposent d'autres types d'analyse encore. C'est, par exemple, le cas de ceux qui relèvent de la logique modale, dont nous dirons quelques mots tout à la fin de cette première partie :

Exemple 41

La circulation à ce carrefour sera fluide pour autant que les voitures **puissent** dépasser par la droite celles qui tournent à gauche.

Or, les voitures **doivent** dépasser par la droite celles qui tournent à gauche.

Donc la circulation à ce carrefour sera fluide.

En plus de rapports logiques entre propositions, ce raisonnement met en jeu des notions telles que « devoir » et « pouvoir » qui entretiennent elles-mêmes des rapports logiques (tels que « si une action est obligatoire, elle est forcément aussi permise »)

LES SCHÉMAS D'INFÉRENCE STOÏCIENS

Schémas d'inférence hypothétiques

Dès l'Antiquité, des logiciens de l'école de Mégare et, à leur suite, des logiciens stoïciens (notamment Chrysippe) se sont efforcés de dégager des critères de validité pour les schémas d'inférence propositionnels les plus simples.

La validité du *Modus Ponens* a, par exemple, été reconnue très tôt. Un *Modus Ponens* est un raisonnement qui comporte une prémisse hypothétique ou conditionnelle (« S'il pleut, alors la route est mouillée ») et une seconde prémisse indiquant que la condition de la première prémisse est réalisée (« Il pleut »), puis qui conclut de ces deux prémisses que la conséquence prévue dans la prémisse conditionnelle (« La route est mouillée ») est réalisée. Le raisonnement suivant constitue un autre exemple de *Modus Ponens* :

Exemple 42

Si Philippe est menuisier, alors il a au moins un outil.

Or, Philippe est menuisier.

Donc Philippe a au moins un outil.

Les Stoïciens affirment, à juste titre, que ce raisonnement et tous ceux qui ont la même forme sont valides. En revanche, le schéma d'inférence de l'*Affirmation du conséquent* n'est pas valide, malgré sa ressemblance avec le *Modus Ponens* :

Exemple 30

Si Philippe est menuisier, alors il a au moins un outil.

Or, Philippe a au moins un outil.

Donc Philippe est menuisier.

On comprend pourquoi ce second raisonnement n'est pas valide ; que Philippe soit menuisier garantit qu'il a au moins un outil, mais l'inverse n'est pas vrai. Il *suffit* que Philippe soit menuisier pour qu'il ait au moins un outil, mais il n'est pas *nécessaire* que Philippe soit menuisier pour qu'il ait au moins un outil. On peut dire que Philippe a au moins un outil *si* il est menuisier, mais pas qu'il a au moins un outil *seulement si* il est menuisier.

La question de la validité des schémas d'inférence hypothétiques qu'étudiaient les logiciens mégariques et stoïciens est, on le voit, liée à la distinction qu'il convient de faire entre condi-



Déduction

tions nécessaires et conditions suffisantes. Que Philippe soit menuisier est une *condition suffisante* pour qu'il ait au moins un outil, c'est-à-dire qu'il suffit que cette condition soit remplie pour que la conséquence en découle nécessairement. Mais que Philippe soit menuisier n'est pas une *condition nécessaire* pour qu'il ait au moins un outil, c'est-à-dire qu'il n'est pas nécessaire que la condition soit réalisée pour que la conséquence en découle ; Philippe peut avoir (au moins) un outil même s'il n'est pas menuisier. Le « si » français traduit généralement la condition suffisante et le « seulement si » la condition nécessaire. Quant au « si et seulement si », il introduit une condition nécessaire et suffisante.

On retrouve exactement la même problématique dans les raisonnements suivants, dont les Stoïciens observent à raison que seul le second est valide :

Exemple 43

Si Philippe est menuisier, alors il a au moins un outil.

Or, Philippe n'est pas menuisier.

Donc Philippe n'a pas au moins un outil.

Exemple 44

Si Philippe est menuisier, alors il a au moins un outil.

Or, Philippe n'a pas au moins un outil.

Donc Philippe n'est pas menuisier.

Puisqu'il n'est pas nécessaire que Philippe soit menuisier pour qu'il ait au moins un outil, on ne peut pas tirer du fait qu'il n'est pas menuisier la conséquence qu'il n'a pas au moins un outil. Le raisonnement 43, que l'on appelle *Négation de l'antécédent*, n'est donc pas valide. En revanche, puisque le fait que Philippe soit menuisier est une condition suffisante pour qu'il ait au moins un outil, on peut, du fait qu'il n'a pas au moins un outil, déduire qu'il n'est pas menuisier (sinon il aurait au moins un outil). Le raisonnement 44 est donc valide comme tous ceux qui répondent au même schéma d'inférence, que l'on appelle *Modus Tollens*.

Avec ce dernier raisonnement, on constate que, quand une condition est *suffisante* pour qu'une conséquence se réalise (« Si Philippe est menuisier, il a au moins un outil »), la réalisation de celle-ci est une condition *nécessaire* de la réalisation de celle-là (« Philippe est menuisier seulement si il a au moins un outil ») ; et donc, si la conséquence n'est pas réalisée, c'est que la condition ne l'était pas non plus. À l'inverse, quand une condition est *nécessaire* pour qu'une conséquence se réalise (« Philippe a le droit de voter seulement s'il est majeur »), le fait que cette conséquence se réalise *suffit* à prouver que la condition était réalisée (« Si Philippe a le droit de voter, c'est qu'il est majeur »).

C'est donc souvent une confusion entre conditions nécessaire et suffisante qui est à l'origine des erreurs de raisonnement que dénoncent les Stoïciens sous les noms de l'*Affirmation du conséquent* et de la *Négation de l'antécédent*. Nous verrons par la suite comment il est possible de formaliser ces deux schémas d'inférence non valides et en quoi ils se distinguent des schémas valides du *Modus Ponens* et du *Modus Tollens*.

Schémas d'inférence conjonctifs et disjonctifs

D'autres schémas d'inférence intéressèrent les Stoïciens, comme par exemple l'*Incompatibilité*. Ces schémas comportent une prémisse qui présente une incompatibilité entre deux propositions (« Il ne se peut pas que le 1 janvier de l'an 3000 soit à la fois un jeudi et un vendredi ») ou une disjonction exclusive entre deux propositions (« Vénus est soit une étoile soit une planète (mais pas les deux) »), et une seconde prémisse qui indique qu'une de ces deux propositions est vraie (« Le 1 janvier de l'an 3000 est un vendredi », « Vénus est une planète »), puis qui conclut que l'autre proposition est fausse (« Le 1 janvier de l'an 3000 n'est pas un jeudi », « Vénus n'est pas une étoile »).

Exemple 45

Il ne se peut pas qu'à la fois je boive et je conduise.

Or, je bois.

Donc je ne conduis pas.

Exemple 46

Soit le meurtrier est belge, soit il est français (mais pas les deux).

Or, (on a pu établir qu') il est belge.

Donc le meurtrier n'est pas français.

Ces deux raisonnements sont valides, comme tous ceux qui partagent leur forme. En revanche, le raisonnement qui procède de la même manière que celui de l'exemple 46 à partir d'une disjonction non exclusive n'est pas valide :

Exemple 3

Le meurtrier a les cheveux ondulés ou porte une longue barbe.

Or, (on a pu établir qu') il a des cheveux ondulés.

Donc le meurtrier ne porte pas de longue barbe.

Ici encore, nous verrons, grâce à la formalisation, pourquoi le premier schéma est valide tandis que le second ne l'est pas.

En plus des raisonnements précédents, que les Stoïciens considèrent comme fondamentaux et eux-mêmes « indémontrables », on peut identifier une multitude d'autres schémas plus complexes qui reposent sur les premiers. C'est notamment le cas du *Dilemme*, qui énonce d'abord une alternative puis montre que chacune des deux branches de cette alternative mène à une même conséquence avant de conclure que cette conséquence arrivera donc de toute façon :

Exemple 47

Rodrigue vengera son père ou ne le vengera pas.

Mais si Rodrigue venge son père, il perd Chimène.

Et si Rodrigue ne venge pas son père, il perd Chimène.

Donc Rodrigue perdra de toute façon Chimène.



Dans la suite, nous retrouverons, grâce à la formalisation, les résultats énoncés dans ce paragraphe. Nous verrons, par exemple, pourquoi le schéma de l'exemple 46 est valide tandis que celui de l'exemple 3 ne l'est pas. Retenons pour l'instant que les logiciens mégariques et stoïciens ont légué à la tradition philosophique et scientifique une réflexion poussée sur les raisonnements de la logique des propositions, notamment sur les raisonnements conditionnels.

B Logique contemporaine

Avec les logiciens contemporains et, à leur tête, Gottlob Frege, nous pouvons nous donner les moyens d'étudier très précisément les lois de la rationalité qui régissent les raisonnements étudiés par les Stoïciens, ainsi que d'autres schémas d'inférence propositionnels.

LES CONNECTEURS VÉRIFONCTIONNELS

Certaines expressions du langage permettent de combiner plusieurs propositions simples pour composer des propositions plus complexes. Ce sont les *connecteurs propositionnels*.

Exemples

Madame X. s'est remariée avant que son divorce fût prononcé.

Soit ce candidat à l'immigration se voit reconnaître un droit d'asile, soit il reçoit un avis d'expulsion.

Le conseil des ministres est désigné par le Parlement et le Parlement est élu par la Nation.

Cet ouvrier a été viré parce qu'il est syndiqué.

On appelle propositions « atomiques » les propositions élémentaires qui interviennent dans de telles combinaisons et propositions « composées » les propositions complexes qui résultent de ces combinaisons.

Parmi les propositions composées, il y en a qui ont cette propriété remarquable que *leur valeur de vérité* (leur vérité ou leur fausseté)² *dépend exclusivement de la valeur de vérité des propositions atomiques qui les constituent*.

Exemples

La proposition composée « Le conseil des ministres est désigné par le Parlement et le Parlement est élu par la Nation » est vraie si et seulement si les deux propositions atomiques qui la composent sont vraies.

Quant à la proposition complexe « Soit ce candidat à l'immigration se voit reconnaître un droit d'asile, soit il reçoit un avis d'expulsion », elle est vraie si et seulement

2. La logique que nous exposerons ici suppose en effet le principe de bivalence selon lequel il n'y a que deux valeurs de vérité possibles pour les propositions : le vrai ou le faux. D'autres logiques ont cependant été développées pour rendre compte de ce que, par exemple, la valeur de vérité de certaines propositions est indéterminée ou pas encore déterminée.

si une de ses deux propositions atomiques constitutives est vraie, mais pas les deux ensemble.

En revanche, une proposition composée telle que « Cet ouvrier a été viré **parce qu'**il est syndiqué » ne jouit pas de la propriété en question. Même s'il est vrai que cet ouvrier a été viré et qu'il est aussi vrai que cet ouvrier est syndiqué, on peut encore discuter de la vérité de la proposition composée, qui ne dépend donc pas exclusivement de la vérité de ses composantes, mais aussi d'un éventuel rapport causal entre elles. De même, la valeur de vérité de la proposition composée « Madame X. s'est remariée **avant que** son divorce fût prononcé » ne dépend pas exclusivement de la valeur de vérité de ses composantes, mais aussi d'un éventuel rapport d'antériorité entre elles.

On dira qu'une proposition composée est une *fonction de vérité* de ses composantes si sa valeur de vérité ne dépend que de la valeur de vérité de ses composantes. On dira aussi que des connecteurs tels que « et » ou « soit... soit... » sont des connecteurs propositionnels *vérifonctionnels* tandis que les connecteurs propositionnels « parce que » ou « avant que » ne sont pas vérifonctionnels.

La logique des propositions classique³ ne s'intéresse qu'aux connecteurs vérifonctionnels. À chaque connecteur vérifonctionnel correspond une *table de vérité* qui donne la valeur de vérité de la proposition composée en fonction de la valeur de vérité de ses composantes.

Pour voir de quoi il s'agit, commençons par évoquer le cas très simple de la table de vérité de la *négation*. La négation est en effet un connecteur vérifonctionnel, puisqu'elle construit une proposition complexe à partir d'une proposition atomique et que la valeur de vérité de cette proposition complexe (exemple : « La société n'est pas mise en faillite ») ne dépend que de la valeur de vérité de la proposition atomique (« La société est mise en faillite ») à partir de laquelle elle est constituée.

La table de vérité de la *négation* ($\neg p$ se lit « non p ») est tout simplement la suivante :

p	$\neg p$
V	F
F	V

Si « La société est mise en faillite » est vraie, « La société n'est pas mise en faillite » est fausse ; si « La société est mise en faillite » est fausse, « La société n'est pas mise en faillite » est vraie.

La négation a cette particularité de constituer une proposition complexe à partir d'une seule proposition atomique. C'est un connecteur « unaire » ou « monadique ». Les autres connecteurs vérifonctionnels que nous utiliserons sont « binaires » ou « dyadiques », c'est-à-dire qu'ils composent une proposition complexe à partir de deux propositions atomiques.

Nous avons déjà évoqué deux d'entre eux. Il s'agit de la *conjonction* ($p \wedge q$ se lit « p et q »)⁴

3. Certaines logiques plus fines (logique temporelle, logique de la relevance, etc.) s'attachent à rendre compte des liens logiques sous-jacents à certains connecteurs non vérifonctionnels.

4. Le même rapport logique est parfois exprimé par les signes $\cdot$ ou $\&$. Comme beaucoup d'autres, nous privilégions le signe $\wedge$ pour faire apparaître sa dualité avec le signe de la disjonction inclusive $\vee$.



p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

et de la **disjonction exclusive** ($p \vee q$ se lit « soit p soit q »)

p	q	$p \vee q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

De cette disjonction exclusive (ou bien... ou bien..., mais pas les deux) se distingue une disjonction non exclusive, comme dans l'exemple suivant :

On est français si l'on est né de parents français **ou** si l'on est né sur le sol français.

Il va de soi que l'on est également français si on est né sur le sol français de parents français. Contrairement à la langue française, le latin possède deux mots différents pour représenter ces deux disjonctions : *aut* pour un *ou* exclusif et *vel* pour le *ou* non exclusif. C'est là l'origine du symbole $\vee$ qui représente la **disjonction non exclusive**, dont voici la table de vérité :

($p \vee q$ se lit « p ou q »)

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Passons maintenant à la table de vérité du **conditionnel** ($p \Rightarrow q$ se lit « si p, alors q »)⁵ :

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Cette table de vérité appelle quelques commentaires. Ce que nous voulons dire, en général, quand nous disons « si p, alors q », c'est que nous ne sommes pas certains de la vérité ou de la fausseté de p et de q pris individuellement, mais que nous avons de bonnes raisons de penser que l'on ne peut pas avoir simultanément p et *non* q . Par exemple, nous dirons « Si Philippe est

5. Le même rapport logique est parfois exprimé par le signe $\supset$, qu'avait adopté Russell. Nous privilégions le signe $\Rightarrow$ pour faire apparaître son lien avec le signe du biconditionnel $\Leftrightarrow$.

menuisier, alors il a au moins un outil » pour indiquer que nous excluons que Philippe soit menuisier et ne possède pas d'outil. Dire « si p , alors q », c'est dire que $p \wedge \neg q$ est faux. On constate d'ailleurs que la table de vérité de $p \Rightarrow q$ est bien la même que celle de $\neg (p \wedge \neg q)$ ⁶.

Ce conditionnel, où $\Rightarrow$ exprime le « alors » français, traduit le rapport d'une *condition suffisante* à sa conséquence : en disant « Si Philippe est menuisier, alors il a au moins un outil », j'affirme que le fait que Philippe soit menuisier entraîne automatiquement qu'il ait au moins un outil ou encore qu'il suffit que Philippe soit menuisier pour qu'il ait au moins un outil. En revanche, je ne dis pas forcément qu'être menuisier est une condition *nécessaire* pour avoir un outil ; je n'exclus pas que Philippe ne soit pas menuisier et ait un outil. C'est pourquoi, si Philippe n'est pas menuisier (situation qui correspond aux deux dernières lignes de la table de vérité), je laisse ouvertes les possibilités qu'il ait au moins un outil (ligne 3) ou qu'il n'en ait pas (ligne 4). La table de vérité du conditionnel pose donc que la proposition complexe est vraie dans les deux cas où la première proposition – l'« antécédent » du conditionnel, ici « Philippe est menuisier » – est fautive, et cela quelle que soit la valeur de vérité de la seconde proposition – le « conséquent » du conditionnel, ici « Philippe a au moins un outil ». On pourrait justifier cette valuation de la proposition complexe en soulignant que si Philippe n'est pas menuisier, on ne peut pas prendre en défaut la proposition « Si Philippe est menuisier, alors il a au moins un outil ».

Évidemment, nous y reviendrons, ce conditionnel vérifonctionnel – que l'on appelle « conditionnel matériel »⁷ – ne traduit que partiellement le sens que nous attribuons au « si... alors... » dans le langage quotidien. En effet, nous ne considérons en général pas qu'est vraie n'importe quelle proposition conditionnelle dont l'antécédent est faux, c'est-à-dire dont la condition initiale n'est pas réalisée (Philippe n'est pas menuisier)⁸. Lorsque nous utilisons l'expression « si... alors... », nous indiquons en général une relation plus stricte entre les deux propositions composées que celle qui est exprimée par le conditionnel matériel. Par exemple, lorsque nous disons « Si Philippe est menuisier, alors il a au moins un outil », nous voulons également dire que, dans le cas où il n'est pas menuisier, il est néanmoins vrai que, s'il l'avait été, il aurait eu au moins un outil. Le conditionnel matériel ne permet pas d'exprimer cette implication plus stricte (et les autres connecteurs vérifonctionnels pas davantage) ; seuls des outils de logique modale permettent de capturer la nécessité de ce conditionnel. Nous nous contenterons cependant ici du conditionnel vérifonctionnel parce que, comme nous le verrons, il nous permettra notamment de rendre compte de la notion de validité d'un raisonnement, c'est-à-dire du fait qu'il n'arrive jamais que ses prémisses soient vraies et sa conclusion fautive.

Notons encore que le conditionnel, qui exprime les rapports de la condition suffisante à sa conséquence, exprime aussi les rapports entre une conséquence et sa condition nécessaire. Nous avons vu que, quand une condition est suffisante pour qu'une conséquence se réalise, la réalisation de cette dernière est condition nécessaire de la première : s'il suffit que Phi-

6. On peut aussi considérer (ce qui revient au même) que ce que l'on veut dire, lorsque l'on affirme « Si Philippe est menuisier, alors il a au moins un outil », c'est que Philippe n'est pas menuisier ou qu'il a au moins un outil. On peut d'ailleurs constater que la table de vérité de $p \Rightarrow q$ est la même que celle de $\neg p \vee q$.

7. Nous verrons qu'il importera de bien distinguer ce conditionnel matériel

– du *conditionnel formel*, qui est un conditionnel matériel généralisé à un ensemble d'individus (« Tous les hommes sont mortels », c'est-à-dire « Si quelqu'un est un homme, alors il est mortel ») ;

– de l'*implication*, qui exprime qu'un lien conditionnel est toujours vrai (« Il pleut et il y a du vent » implique qu'« Il y a du vent », car « S'il pleut et il y a du vent, alors il y a du vent » est toujours vrai).

8. Ce sera pourtant le cas en logique vérifonctionnelle, où, comme disaient les logiciens scolastiques, « *e falso quodlibet* » (« du faux, [suit] n'importe quoi »).



Déduction

Philippe soit menuisier pour qu'il ait au moins un outil, cela veut aussi dire qu'il est nécessaire qu'il ait au moins un outil pour être menuisier. « Philippe est menuisier » est condition suffisante de « Philippe a au moins un outil » ; et donc « Philippe a au moins un outil » est condition nécessaire de « Philippe est menuisier ». Pour le dire autrement, on peut reformuler l'énoncé de condition suffisante « Si Philippe est menuisier, alors il a au moins un outil » sous la forme d'un énoncé de condition nécessaire « Philippe est menuisier seulement s'il a au moins un outil ». Les deux énoncés seront formalisés par $p \Rightarrow q$, avec $\Rightarrow$ qui exprime donc le « alors » de la condition suffisante ou le « seulement si » de la condition nécessaire.

Le dernier connecteur vérifonctionnel que nous utiliserons est le **biconditionnel** ($p \Leftrightarrow q$ se lit « p si et seulement si q »)⁹ :

p	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Dire que Marie réussit si et seulement si elle a 10/20, c'est dire que si elle a 10/20, alors elle réussit, et aussi à l'inverse que si elle réussit, c'est qu'elle a 10/20. On peut constater grâce aux tables de vérité que $p \Leftrightarrow q$ est équivalent à $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$. On dira qu'avoir 10/20 est la condition nécessaire et suffisante pour réussir. Pour réussir, il faut nécessairement et il suffit d'avoir 10/20. Le rapport logique est ici différent du conditionnel simple : avoir au moins 10/20 est une condition suffisante de la réussite (et donc la réussite une condition nécessaire d'avoir au moins 10/20 ; il est nécessaire d'avoir réussi pour avoir 10/20) mais avoir au moins 10/20 est aussi condition nécessaire de la réussite (et donc la réussite une condition suffisante d'avoir au moins 10/20 ; il est suffisant d'avoir réussi pour avoir 10/20).

Dire que Marie réussit son examen de logique si et seulement si elle obtient au moins 10/20, c'est aussi dire que l'on se trouve nécessairement dans l'une des deux situations suivantes : ou bien Marie réussit son examen et elle a au moins 10/20, ou bien elle rate son examen et elle n'a pas 10/20. Donc dire que $p \Leftrightarrow q$ est vrai, c'est aussi dire que p et q ont la même valeur de vérité : ou bien elles sont toutes les deux vraies, ou bien elles sont toutes les deux fausses. La table de vérité de $p \Leftrightarrow q$ est la même que celle de $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$.

Enfin, on peut encore affirmer que dire que Marie réussit si et seulement si elle a au moins 10/20 revient à dire qu'il ne se peut pas que Marie réussisse son examen tout en n'obtenant pas au moins 10/20 et qu'il ne se peut pas non plus que Marie ait au moins 10/20 mais ne réussisse pas son examen. La table de vérité de $p \Leftrightarrow q$ est la même que celle de $\neg(p \wedge \neg q) \wedge \neg(\neg p \wedge q)$. Tout cela est assez conforme à la manière dont nous utilisons le « si et seulement si » dans le langage ordinaire.

Il existe encore d'autres connecteurs vérifonctionnels binaires, comme par exemple la **néga-tion conjointe** ($p \nmid q$ se lit « ni p ni q ») ou l'**incompatibilité** ($p \nmid q$ se lit « p et q ne sont pas tous deux vrais ; au moins un des deux est faux »). En tout, il y a 16 connecteurs vérifonctionnels binaires puisqu'il y a $2 \times 2 \times 2 \times 2$ manières différentes de remplir avec deux valeurs de

9. Le même rapport logique est parfois exprimé par le signe $\equiv$. Nous privilégions le signe $\Leftrightarrow$ pour faire apparaître l'analogie avec le conditionnel $\Rightarrow$.

vérité les 4 lignes d'une table de vérité qui définit un connecteur binaire ¹⁰. Nous utiliserons surtout la conjonction, la disjonction non exclusive (inclusive), le conditionnel et le biconditionnel, parce qu'ils sont les plus utiles pour formaliser les raisonnements quotidiens, mais aussi parce que les autres peuvent être définis à partir d'eux. Ainsi, $p \vee q$ équivaut à $p \Leftrightarrow \neg q$, $p \wedge q$ équivaut à $\neg(p \vee \neg q)$ et $p \vee q$ équivaut à $\neg p \wedge \neg q$.

Nous verrons même qu'en vertu de certaines équivalences remarquables, on peut définir tous les connecteurs vérifonctionnels binaires à partir de la négation et d'un seul connecteur binaire bien choisi, par exemple la conjonction. On remplace alors $p \vee q$ par $\neg(\neg p \wedge \neg q)$ (qui est bien faux si p et q sont faux, et vrai dans tous les autres cas), $p \Rightarrow q$ par $\neg(p \wedge \neg q)$ (cf. ci-dessus dans l'explication du conditionnel) et $p \Leftrightarrow q$ par $(\neg(p \wedge \neg q)) \wedge (\neg(q \wedge \neg p))$ (cf. ci-dessus dans l'explication du biconditionnel). Cela veut dire que, du point de vue logique, on peut considérer qu'il n'y a que deux rapports propositionnels fondamentaux et que tous les autres en sont dérivés. Plus spectaculaire encore, un logicien du nom de Sheffer a montré que l'on peut définir tous les connecteurs vérifonctionnels binaires *et la négation* à partir du *seul* connecteur de l'incompatibilité ($p \mid q$). Ainsi, par exemple, $\neg p$ sera défini comme $(p \mid p)$, tandis que $p \vee q$ sera défini comme $(p \mid p) \mid (q \mid q)$. Le même résultat peut être obtenu à partir du seul connecteur de la négation conjointe ($p \downarrow q$).

Il existe également des connecteurs vérifonctionnels ternaires (« S'il fait beau, j'irai au cinéma et sinon, je reste chez moi ») ou plus généralement n-aires, mais ils peuvent tous être définis à partir des connecteurs unaires et binaires.

Remarques :

1. Dans l'usage quotidien des conjonctions de coordination et de subordination, nous supposons généralement que les propositions atomiques qui sont combinées ont des liens sémantiques (des liens de sens) les unes avec les autres. Les connecteurs vérifonctionnels logiques, qui ne font en aucune manière intervenir le contenu mais seulement la valeur de vérité des propositions, n'ont pas nécessairement cette caractéristique. Ainsi, $p \wedge q$ peut formaliser l'énoncé « $2 + 2 = 4$ et il fait beau aujourd'hui », qui sera vrai si ses deux composantes sont vraies. De même, $p \vee q$ peut formaliser l'énoncé « Les poules ont des dents ou la Terre est ronde », qui sera vrai si au moins une des deux composantes est vraie (ce qui est le cas puisque la Terre est ronde). De même encore, $p \Rightarrow q$ peut formaliser l'énoncé « Si la Lune est un astre, alors $2 + 2 = 4$ », qui sera vrai puisque son antécédent et son conséquent sont vrais. Et $p \Leftrightarrow q$ peut formaliser l'énoncé « $2 + 2 = 5$ si et seulement si la Lune est un fromage », qui sera également vrai, puisque les deux composantes ont la même valeur de vérité (faux). Des outils logiques permettent d'imposer des contraintes de pertinence sur les connecteurs logiques, mais ces derniers ne sont alors plus vérifonctionnels ¹¹. Dans la mesure où, dans la pratique, nous ne nous servons de la formalisation que pour exprimer des énoncés et des raisonnements du langage quotidien qui satisfont déjà à ces contraintes, ce problème ne retiendra pas notre attention ici.

10. De la même façon, il existe théoriquement 4 connecteurs unaires, mais nous n'utiliserons que la négation.

11. De même que des outils formels ont été développés pour penser le *conditionnel strict*, qui impose des contraintes de nécessité sur le lien conditionnel (logique modale), des outils formels permettent de penser le *conditionnel relevant*, qui impose des contraintes de rapport de sens entre l'antécédent et le conséquent (logique de la pertinence).



2. Nous avons vu que les connecteurs logiques peuvent se combiner pour former des propositions et des formules de plus en plus complexes : $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ pour « Marie réussit son examen et a au moins 10/20 ou elle rate son examen et n'a pas 10/20 ». Les parenthèses traduisent ici la hiérarchie des connecteurs : la disjonction ($\vee$) est ici le connecteur principal et a une « priorité » sur les deux conjonctions ($\wedge$). Notons encore que, pour éviter une multiplication des parenthèses, on peut adopter certaines conventions de notation relatives à la priorité des connecteurs. Nous utiliserons dans la suite celle qui donne la priorité à $\neg$ par rapport à $\wedge$ et $\vee$.

Exemple

$\neg p \wedge q$ doit être compris comme $(\neg p) \wedge q$, et non comme $\neg(p \wedge q)$

LA FORMALISATION : PASSAGE DU LANGAGE ORDINAIRE AU LANGAGE LOGIQUE

Le passage du langage ordinaire à la forme logique est une question difficile mais très importante. L'objectif de la traduction d'une proposition du langage ordinaire dans le symbolisme formel est de mettre en évidence ses grandes articulations logiques en laissant de côté ce qui n'est pas utile pour l'analyse logique. Cette traduction a pour effet de lever certaines ambiguïtés qui subsistaient dans le langage quotidien, mais elle a parfois aussi pour conséquence d'appauvrir le sens en gommant certaines nuances que véhiculaient les expressions du langage quotidien.

Insistons sur ces deux enjeux :

Premièrement, on aura tendance à *ramener plusieurs connecteurs du langage ordinaire à un même connecteur logique*¹².

Exemples

Demain, il y aura du soleil et il y aura du vent.

Demain, il y aura du soleil ; en outre, il y aura du vent.

Demain, il y aura du soleil, mais il y aura du vent.

seront toutes formalisées par $p \wedge q$. Dans chacun de ces cas, en effet, la proposition composée est vraie si et seulement si les propositions *il y a aura du soleil* et *il y aura du vent* sont toutes deux vraies. Pourtant, il est clair que les trois propositions comportent certaines nuances de sens qui leur sont propres ; la troisième, par exemple, suggère un contraste entre la présence de soleil et la présence de vent. Il y a donc une perte de finesse lors du passage au langage logique. Il en va de même des propositions suivantes :

12. On comprend dès lors pourquoi, au début du paragraphe précédent, nous avons parlé de *connecteurs propositionnels* et non de *conjonctions de coordination* ou de *subordination* pour désigner les expressions du langage permettant de combiner plusieurs propositions simples pour composer des propositions plus complexes. Un connecteur propositionnel est un rapport *logique* entre deux propositions qui peut trouver différentes expressions *linguistiques* dans nos langages quotidiens, ce que, précisément, dénonce l'exigence fré géenne d'un langage parfaitement univoque.

Exemples

Si les conjoints font acter une clause spéciale dans leur contrat de mariage, **alors** les biens du couple vont au survivant. (si p , alors q)

Au cas où les conjoints font acter une clause spéciale dans leur contrat de mariage, les biens du couple vont au survivant. (au cas où p , q)

Les biens du couple vont au survivant **pour autant que** les conjoints fassent acter une clause spéciale dans leur contrat de mariage. (q pour autant que p)

qui seront toutes formalisées par $p \Rightarrow q$.

Que la formalisation ne retienne pas toutes les différences de sens véhiculées par les expressions du langage quotidien n'est pas en soi un problème ; s'en tenir à ce qui compte pour l'analyse (ici l'analyse logique) est le propre de toute modélisation. Dans la seconde partie de l'ouvrage, nous verrons cependant que l'évaluation des raisonnements imposera parfois que l'on tienne compte de ces différences de sens qui sont laissées de côté par la formalisation de la logique propositionnelle vérifonctionnelle. « Demain, il y aura du vent et même de la tempête » n'est pas une simple conjonction ; il y a entre le vent et la tempête un rapport de gradation qui fait que la tempête suppose le vent mais pas forcément l'inverse. Dès lors, démontrer cette phrase complexe ne revient pas à démontrer chacun de ses deux termes séparément comme le prévoit la logique des propositions.

Deuxièmement, le passage à la forme logique exige d'éliminer toutes les ambiguïtés, notamment référentielles, lexicales ou syntaxiques, du langage quotidien. Cela concerne évidemment en premier lieu les connecteurs logiques eux-mêmes. En effet, si, comme nous venons de le voir, plusieurs connecteurs linguistiques peuvent exprimer un même connecteur logique, un même connecteur linguistique peut, à l'inverse, cacher des rapports logiques différents.

Par exemple, le « ou » du langage ordinaire peut être compris tantôt comme une disjonction inclusive tantôt comme une disjonction exclusive : « Dimanche, nous irons à la piscine ou nous irons nous balader ». Généralement, on peut déterminer s'il est ou non exclu que les propositions simples soient toutes deux vraies d'après le sens de ce qui est énoncé, d'après le contexte d'énonciation ou même d'après le ton sur lequel le « ou » est prononcé. Quand cela ne suffit pas, il faut cependant demander au locuteur de préciser quel sens il accorde exactement à ce « ou ». Parce que les conséquences logiques sont différentes selon qu'il s'agit d'une disjonction inclusive ou exclusive, la formalisation logique impose de lever toute ambiguïté.

L'utilisation du « si » nous fournit un autre exemple de ce type d'ambiguïtés. Il arrive souvent que, dans le langage ordinaire, nous utilisons « si » dans le sens de « si et seulement si » : lorsque nous affirmons « Si tu me donnes 50 centimes, je te donne cette pomme », nous voulons dire non seulement « tu auras cette pomme si tu me donnes 50 centimes » mais aussi, le plus souvent, « tu n'auras cette pomme *que si* tu me donnes 50 centimes ». Ce que nous voulons exprimer, dans ce cas, c'est $p \Leftrightarrow q$. De la même manière, l'enfant à qui sa mère déclare : « Tu ne regarderas pas la télé si tes devoirs ne sont pas terminés » considère assez spontanément que la télévision sera autorisée si les devoirs sont achevés.

Notons que c'est encore cet usage biconditionnel du « si » qui fait que nous comprenons « Si Philippe est père, il a au moins un enfant » comme incluant également la réciproque « Si Philippe a au moins un enfant, il est père ». Cette ambiguïté d'interprétation du « si » (qui peut parfois cacher un biconditionnel) explique aussi que le raisonnement de l'exemple 31 semble correct, alors que, comme l'exemple 30 dont il partage la forme, il n'est pas valide :



Exemple 31

Si Philippe est soumis à l'impôt sur le revenu, alors il a au moins une rentrée financière.

Or, Philippe a au moins une rentrée financière.

Donc Philippe est soumis à l'impôt sur le revenu.

Signalons encore que des connecteurs peuvent être vérifonctionnels dans certains de leurs usages et ne pas l'être dans d'autres. Nous avons par exemple donné un grand nombre d'exemples dans lesquels le « et » était vérifonctionnel. Il existe cependant des situations où il ne l'est pas. Considérons les propositions « Marie a insulté l'enseignant et celui-ci l'a recalée à l'examen » et « L'enseignant a recalé Marie à l'examen et elle l'a insulté ». Dans ces exemples, le « et » a une valeur temporelle, et la valeur de vérité de la proposition qu'il permet de composer dépend non seulement de la valeur de vérité des propositions atomiques mais aussi de leur ordre. Il ne s'agit donc pas d'un connecteur vérifonctionnel, et on ne peut pas le formaliser par la conjonction.

La formalisation exige aussi de lever toute ambiguïté sémantique d'origine lexicale, c'est-à-dire toute ambiguïté liée aux différents sens que peuvent avoir des termes du langage, même lorsqu'elle concerne des termes extralogiques. Ainsi, la scolopendre est un « mille-pattes », mais aussi une fougère. Si, d'aventure, on trouvait la phrase « J'ai trouvé une scolopendre » dans un sens puis dans l'autre dans un même texte, on ne pourrait évidemment reprendre dans les deux cas le même symbole propositionnel.

Il en va de même pour les ambiguïtés référentielles, qui affectent les déictiques (« ici », « maintenant », etc.) et les pronoms. Ainsi, dans les deux propositions « Marc a une voiture française et il en est content » et « Pierre a une voiture japonaise et, lui aussi, il en est content », les pronoms « il » et « en » n'ont manifestement pas la même référence. Lors du passage au langage logique, il faut donc prendre garde à respecter ces références. Dès lors, si on formalise la première proposition par $p \wedge q$, on ne peut formaliser la seconde par $r \wedge q$ avec le même symbole q sous prétexte que « il en est content » revient deux fois ; l'expression française « il en est content » exprime en fait deux propositions différentes. Des ambiguïtés référentielles peuvent aussi affecter des noms propres comme lorsque l'on dit « George Bush a décidé d'envahir l'Irak » en pensant tantôt à George Bush père tantôt à George Bush fils. Si, dans un même raisonnement, on parle tantôt de la décision du premier, tantôt de la décision du second, il faut évidemment le marquer dans la formalisation par deux symboles de proposition différents.

Il faut encore signaler l'existence d'ambiguïtés syntaxiques, qui relèvent de la construction grammaticale de la phrase. Nous en verrons des exemples dans la seconde partie. Mais nous pouvons dès à présent signaler un problème particulier d'ambiguïté syntaxique, relatif à la hiérarchie des connecteurs. Ainsi, la phrase « Le médecin mis en cause démissionnera de son poste de chef de service ou il reconnaîtra publiquement son erreur et il indemniser la victime » est ambiguë et peut recevoir l'une des formalisations suivantes : $(p \vee q) \wedge r$ ou bien $p \vee (q \wedge r)$. Il faut alors tenir compte du contexte d'énonciation pour savoir comment il convient de la comprendre et de la formaliser. Nous reviendrons dans la seconde partie sur tous ces problèmes d'équivocité.

Ces remarques étant faites, il convient maintenant d'adopter une stratégie pour la formalisation. Lorsque la proposition à paraphraser est compliquée, il est recommandé de travailler « de l'extérieur vers l'intérieur », en commençant par le connecteur principal. Considérons par exemple la proposition suivante :

Si l'inflation s'accroît et que le pouvoir d'achat diminue, alors il faut que le gouvernement baisse les taxes ou il faut qu'il augmente les allocations sociales et diminue la pression fiscale sur les salaires.

Le connecteur essentiel est le si... alors :

Si l'inflation s'accroît et que le pouvoir d'achat diminue, alors il faut que le gouvernement baisse les taxes ou il faut qu'il augmente les allocations sociales et diminue la pression fiscale sur les salaires.

L'inflation s'accroît et le pouvoir d'achat diminue $\Rightarrow$ il faut que le gouvernement baisse les taxes ou il faut qu'il augmente les allocations sociales et diminue la pression fiscale sur les salaires.

L'antécédent est une conjonction et le conséquent une disjonction (inclusive) ¹³ :

L'inflation s'accroît et le pouvoir d'achat diminue $\Rightarrow$ il faut que le gouvernement baisse les taxes ou il faut qu'il augmente les allocations sociales et diminue la pression fiscale sur les salaires.

(L'inflation s'accroît $\wedge$ le pouvoir d'achat diminue) $\Rightarrow$ (il faut que le gouvernement baisse les taxes $\vee$ il faut qu'il augmente les allocations sociales et diminue la pression fiscale sur les salaires).

Avec l'apparition des nouveaux connecteurs, des parenthèses deviennent indispensables pour continuer à marquer que le conditionnel est le connecteur principal. Enfin, dernière étape, en tenant compte des connecteurs les plus « intérieurs » :

(L'inflation s'accroît $\wedge$ le pouvoir d'achat diminue) $\Rightarrow$ (il faut que le gouvernement baisse les taxes $\vee$ il faut qu'il augmente les allocations sociales et il faut qu'il diminue la pression fiscale sur les salaires).

(L'inflation s'accroît $\wedge$ le pouvoir d'achat diminue) $\Rightarrow$ [il faut que le gouvernement baisse les taxes $\vee$ (il faut qu'il augmente les allocations sociales $\wedge$ il faut qu'il diminue la pression fiscale sur les salaires)].

Chaque proposition simple se voit alors attribuer une lettre qui la désigne et qui marque sa différence de sens d'avec les autres propositions simples de l'énoncé. On obtient :

$$(p \wedge q) \Rightarrow [r \vee (s \wedge t)].$$

La hiérarchie des connecteurs est ici traduite par la hiérarchie des parenthèses : parenthèses simples, crochets, puis, si nécessaire, accolades { } et même chevrons $\langle \rangle$.

Pour analyser précisément la validité de raisonnements, il importe de s'entraîner à repérer la forme d'énoncés propositionnels complexes, de manière à être capable de les formaliser dans le langage symbolique de la logique des propositions. L'exercice inverse, qui consiste à repasser d'une formule logique à la proposition de la langue française qu'elle paraphrase, doit aussi être pratiqué. Et, bien sûr, pour vérifier que l'on a formalisé correctement un

13. Faute d'éléments excluant expressément la possibilité que les deux mesures soient prises simultanément, nous optons pour une disjonction inclusive, qui laisse cette possibilité ouverte.



énoncé de la langue française, il peut être très utile de retraduire en français la formule obtenue pour vérifier que l'on retrouve bien l'énoncé que l'on devait initialement formaliser.

TABLES DE VÉRITÉ ET TAUTOLOGIES

Grâce aux *tables de vérité*¹⁴, on peut déterminer la valeur de vérité de propositions même très complexes en fonction de la valeur de vérité des propositions simples qui les composent.

Exemple

« Il est faux que Marie réussisse l'examen et n'obtienne pas 10/20 et il est faux qu'elle obtienne 10/20 et ne réussisse pas l'examen ».

Cet énoncé se formalise : $\neg(p \wedge \neg q) \wedge \neg(q \wedge \neg p)$ et sa table de vérité est la suivante :

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$\neg(p \wedge \neg q)$	$\neg p \wedge q$	$\neg(q \wedge \neg p)$	$\neg(p \wedge \neg q) \wedge \neg(q \wedge \neg p)$
V	V	F	F	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	F	V	F
F	V	V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	V	F	V	F	V	V

N.B. Comme annoncé ci-dessus, on retrouve la table de vérité de $p \Leftrightarrow q$, c'est-à-dire « Marie réussit l'examen si et seulement si elle a 10/20 ».

La table de vérité d'un énoncé propositionnel complexe permet donc de déterminer ses conditions de vérité, c'est-à-dire les circonstances qui le rendent vrai (ici p vrai et q vrai, p faux et q faux). Bien évidemment, lorsque le nombre de propositions atomiques s'accroît, le nombre de « valuations », c'est-à-dire de possibilités d'attribution de valeurs de vérité aux propositions atomiques, et donc aussi le nombre de lignes de la table, s'accroît très rapidement. Si n est le nombre de propositions atomiques, le nombre de lignes de la table est 2^n . Voici par exemple le tableau de vérité de la proposition « Soit Anderlecht soit Bruges gagne le championnat et le Standard prend la seconde place », c'est-à-dire $(p \vee q) \wedge r$:

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge r$
V	V	V	F	F
V	V	F	F	F
V	F	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	V	V
F	V	F	V	F
F	F	V	F	F
F	F	F	F	F

14. En toute rigueur, il convient de distinguer les « tables de vérités » qui caractérisent le sens vérifonctionnel de chaque connecteur et les « tableaux matriciels » qui utilisent ces tables de vérité pour déterminer la valeur de vérité de propositions complexes. Beaucoup d'auteurs utilisent cependant aussi le terme de « table de vérité » pour désigner ces tableaux. C'est ce que nous ferons ici.

On voit ici que les deux cas où la proposition complexe est vraie sont bien ceux qu'on devait attendre : celui où Anderlecht gagne le championnat, Bruges ne gagne pas le championnat et le Standard prend la seconde place (ligne 3) et celui où Anderlecht ne gagne pas le championnat, Bruges gagne le championnat et le Standard prend la seconde place (ligne 5).

Certaines propositions complexes ont la propriété remarquable d'être vraies quelles que soient les valeurs de vérité de leurs composantes. On les appelle *tautologies* ou *vérités logiques*. Ainsi, la table de vérité de la proposition « Columbus est la capitale de l'Ohio ou Columbus n'est pas la capitale de l'Ohio ($p \vee \neg p$) » indique que cette proposition est vraie dans tous les cas de figure, dans toutes les « valuations » possibles :

p	$\neg p$	$p \vee \neg p$
V	F	V
F	V	V

Les propositions composées qui sont fausses quelles que soient les valeurs de vérité de leurs composantes sont, quant à elles, appelées *antilogies*, *contradictions* ou encore *faussetés logiques*. Ainsi, « Columbus est la capitale de l'Ohio et Columbus n'est pas la capitale de l'Ohio ($p \wedge \neg p$) » est faux dans tous les cas de figure, dans toutes les « valuations » possibles :

p	$\neg p$	$p \wedge \neg p$
V	F	F
F	V	F

Comme on peut le vérifier par les tables de vérité, « S'il pleut et qu'il y a du vent, alors il pleut ($p \wedge q \Rightarrow p$) » constitue un autre exemple de tautologie et « S'il pleut et qu'il y a du vent, alors il ne pleut pas ($p \wedge q \Rightarrow \neg p$) » constitue un autre exemple de contradiction.

Il importe de remarquer que, si une proposition complexe est tautologique, cela veut dire que le contenu particulier de ses propositions simples n'a aucune importance ; peu importe le sens des propositions qui prennent la place de p et q , et la valeur de vérité qu'elles prennent dans notre monde, la proposition complexe sera toujours vraie en vertu de sa forme. Cela veut dire que ce n'est pas seulement telle ou telle proposition complexe qui est tautologique, mais *toute proposition complexe qui a la même forme*. C'est donc du schéma propositionnel $(A \wedge B) \Rightarrow B$ que l'on peut dire qu'il donnera toujours lieu à une proposition vraie, quels que soient le sens et la valeur de vérité des propositions p et q que l'on y introduit. D'un tel schéma propositionnel, on dira qu'il est « valide » (on note $\models (A \wedge B) \Rightarrow B$), tandis que l'on réservera la qualification de « tautologique » pour des propositions complexes particulières comme « S'il pleut et qu'il y a du vent, alors il pleut ».

De même, on qualifiera d'« inconsistants » des schémas propositionnels (ou formules propositionnelles) qui donnent lieu à des propositions fausses quels que soient le sens et la valeur de vérité des propositions atomiques qui les composent ; et on réservera le terme de « contradictoire » pour les propositions complexes particulières.

Les trois formules valides suivantes sont particulièrement intéressantes parce qu'elles traduisent des principes fondamentaux de la logique des propositions ¹⁵ :

$A \vee \neg A$ (principe du tiers exclu : une proposition est vraie ou fausse)

15. Nous mettons A en majuscule pour indiquer que cela vaut pour n'importe quelle proposition, atomique ou complexe. Ainsi, le premier principe indique que $p \vee \neg p$, mais aussi, par exemple, $(p \Leftrightarrow r) \vee \neg(p \Leftrightarrow r)$, sont tautologiques.



Déduction

$\neg(A \wedge \neg A)$ (principe de non-contradiction : une proposition ne peut être vraie et fausse)

$A \Rightarrow A$ (principe d'identité : une proposition doit conserver sa valeur de vérité)

La notion de « validité » des schémas propositionnels, notion que nous préciserons par la suite, est d'une grande importance pour notre propos, parce qu'elle permet également d'étudier la validité des *raisonnements*. En effet, tous les raisonnements de la logique des propositions peuvent être exprimés en une proposition composée unique qui a la forme d'un *conditionnel dont l'antécédent est la conjonction des prémisses du raisonnement et le conséquent la conclusion du raisonnement*.

Exemple 48

Si Monsieur X. est né en France ou né de parents français, il est citoyen français.

Or, si Monsieur X. est citoyen français, il a le droit à la sécurité sociale française.

Donc, si Monsieur X. est né de parents français, il a le droit à la sécurité sociale française.

Commençons par formaliser chacune des deux prémisses et la conclusion. La première prémisses a pour forme principale un conditionnel dont l'antécédent a lui-même la forme d'une disjonction : $(p \vee q) \Rightarrow r$. La seconde prémisses est un simple conditionnel : $r \Rightarrow s$ (la reprise du r s'impose puisqu'il s'agit de la même proposition qui constitue le conséquent de la première prémisses et l'antécédent de la seconde prémisses). La conclusion est elle aussi un simple conditionnel : $q \Rightarrow s$ (ici encore la reprise de q et s s'impose). On a donc :

$(p \vee q) \Rightarrow r$

Or $r \Rightarrow s$

Donc $q \Rightarrow s$

Ce raisonnement peut alors être exprimé sous la forme de la proposition conditionnelle $\{[(p \vee q) \Rightarrow r] \wedge (r \Rightarrow s)\} \Rightarrow (q \Rightarrow s)$, qui exprime que si les prémisses sont vraies, la conclusion l'est aussi.

Or, si la proposition conditionnelle qui exprime un raisonnement est tautologique, cela signifie que tous les cas de figure qui rendent vrai l'antécédent du conditionnel (la conjonction des prémisses du raisonnement) rendent aussi vrai le conséquent du conditionnel (la conclusion du raisonnement), et donc que le raisonnement est valide, puisqu'il garantit que les conclusions sont vraies chaque fois que les prémisses sont vraies. C'est le cas ici (cf. p. 47).

On vérifiera de la même façon la validité du raisonnement suivant :

Exemple 49

Le tour operator prendra en charge les frais supplémentaires si ces frais ne dépassent pas 1000 euros et si c'est bien l'un de ses agents qui a commis l'erreur dans les dates de réservation.

Donc si les frais ne dépassent pas 1000 euros et que le tour operator ne prend pas en charge les frais supplémentaires, c'est que l'erreur dans les dates de réservation n'a pas été commise par l'un de ses agents.

p	q	r	s	$p \vee q$	$(p \vee q) \Rightarrow r$	$r \Rightarrow s$	$[(p \vee q) \Rightarrow r] \wedge (r \Rightarrow s)$	$q \Rightarrow s$	$\{[(p \vee q) \Rightarrow r] \wedge (r \Rightarrow s)\} \Rightarrow (q \Rightarrow s)$
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	V	F	V	V	F	F	F	V
V	V	F	V	V	F	V	F	V	V
V	V	F	F	V	F	V	F	F	V
V	F	V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	V	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	F	F	F	V
F	V	F	V	V	F	V	F	V	V
F	V	F	F	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	F	V	F	F	V	V
F	F	F	V	F	V	V	V	V	V
F	F	F	F	F	V	V	V	V	V

Par contre, un tableau de vérité montrera que le raisonnement suivant n'est pas valide :

Exemple 50

Il est faux que la loi soit la même pour tous et la justice parfaitement impartiale.

Donc il est faux que la loi soit la même pour tous et il est faux que la justice soit parfaitement impartiale.

TABLEAUX SÉMANTIQUES

On le voit, dès que les raisonnements font intervenir un certain nombre de propositions atomiques, la réalisation des tables de vérité devient rapidement fastidieuse. Pour établir le caractère tautologique d'une proposition complexe, il existe heureusement des méthodes plus économiques. C'est par exemple le cas de la méthode des *tableaux sémantiques* de E.W.Beth, qui est fondée sur la *recherche de « modèles » d'une proposition complexe, c'est-à-dire de valuations qui la rendent vraie*. Si l'on parvient à montrer que l'on ne peut trouver de tels modèles, on aura prouvé que la proposition ne peut en aucun cas être vraie, donc qu'elle est contradictoire. D'autre part, si l'on parvient à montrer que la négation d'une proposition complexe n'admet pas de modèle, on aura prouvé que cette proposition est tautologique.

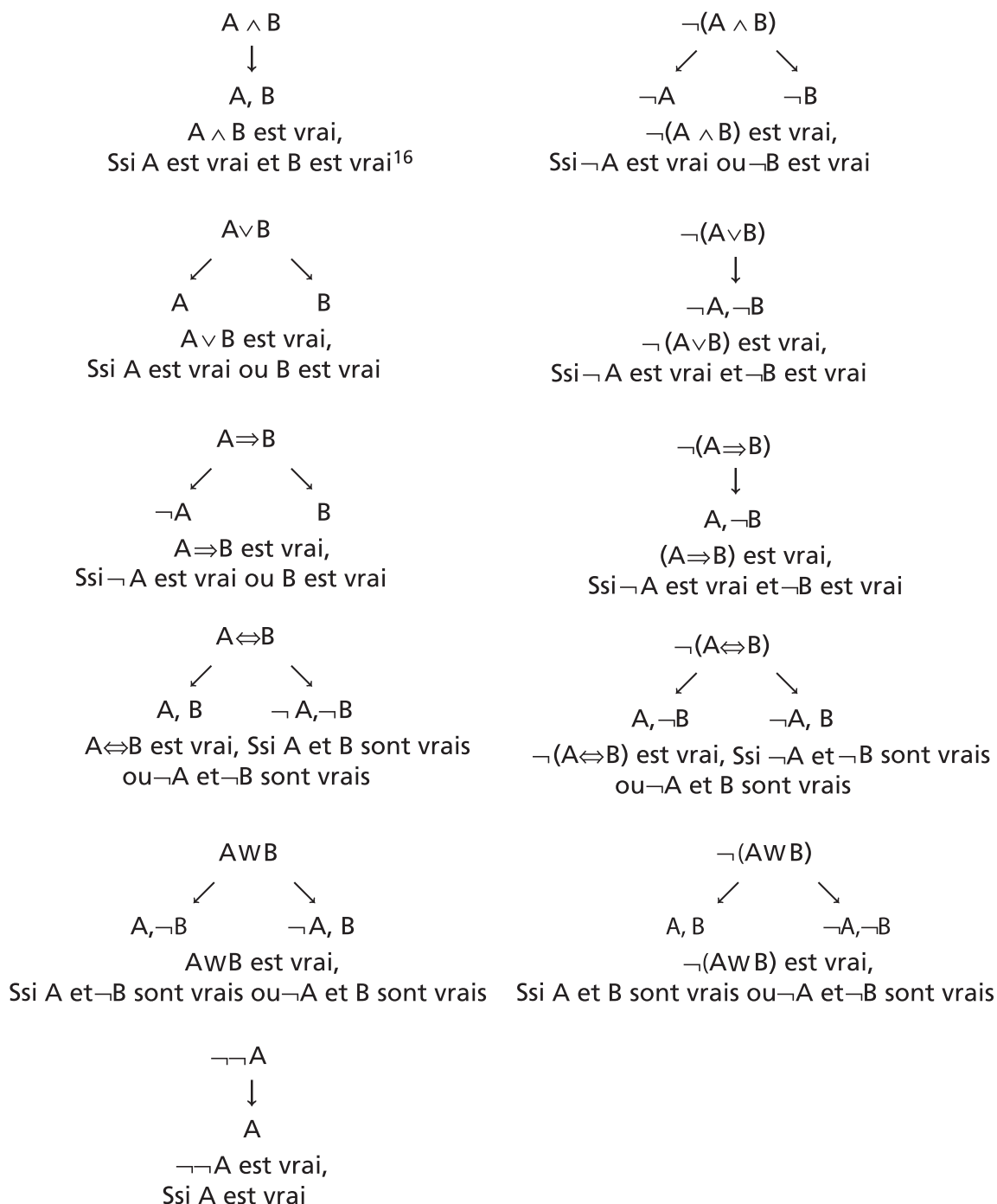
Pour ce faire, on s'appuie sur les conditions de vérité des propositions composées et donc sur le sens des connecteurs tel qu'exprimé dans les tables de vérité. Dans certains cas, il n'y a qu'une seule possibilité qui permette de rendre vraie la proposition composée. Ainsi, nous savons qu'une conjonction ne sera vraie que si les deux propositions qui la composent le sont également. De même, la négation d'une disjonction n'est vraie que dans un cas : $\neg(p \vee q)$ est vrai si $\neg p$ et $\neg q$ sont tous deux vrais. Lorsque, comme dans ces exemples, il n'y a qu'une seule possibilité de rendre vraie la proposition composée, on « prolonge » le tableau.



Déduction

Dans d'autres cas, il existe plusieurs possibilités qui permettent de rendre vraie la proposition composée. Ainsi, pour que la disjonction $p \vee q$ soit vraie, il suffit que p soit vrai ou que q le soit. De même, pour que la négation d'une conjonction $\neg(p \wedge q)$ soit vraie, il suffit que $\neg p$ soit vrai ou que $\neg q$ le soit. Lorsqu'il y a ainsi plusieurs possibilités, on « ramifie » le tableau, c'est-à-dire que l'on crée deux branches correspondant à deux possibilités différentes, qui devront être envisagées séparément.

Les règles de développement d'un tableau sémantique seront donc les suivantes :



16. Pour rappel, les majuscules A et B représentent n'importe quelle proposition complexe.

On applique les règles précédentes jusqu'à ce que toutes les formules complexes soient décomposées, c'est-à-dire jusqu'à ce que l'on connaisse la valeur de vérité des propositions atomiques qui rendent vraie la formule complexe dont on est parti. À l'extrémité de chaque branche, on peut alors obtenir un « modèle » de cette formule.

Si, à un endroit déterminé du tableau, on parvient à un ensemble de formules qui contient à la fois une proposition atomique et sa négation (A et $\neg A$), on peut considérer que l'on a montré, par l'absurde, que l'hypothèse que déploie cette branche ne peut mener à un modèle consistant de la formule de départ ; on ferme alors la branche par une croix. On marque à l'inverse d'un « O » les branches ouvertes qui débouchent sur un modèle de la formule de départ. Si toutes les branches se ferment, cela signifie que la formule de départ n'a pas de modèle.

Notons que, lorsque l'on a le choix, il est préférable de commencer par traiter les connecteurs qui donnent lieu à une prolongation. Il faut en effet éviter de ramifier trop vite pour ne pas devoir appliquer dans plusieurs ramifications une règle qui aurait pu être appliquée une seule fois dans leur tronc commun.

La méthode des tableaux sémantiques permet de vérifier la validité de n'importe quelle formule : il suffit de montrer que la négation de cette formule ne possède pas de modèle.

Exemple

« Columbus est la capitale de l'Ohio ou n'est pas la capitale de l'Ohio »

Recherchons les modèles de la négation de cette formule

$$\begin{array}{c} \neg(p \vee \neg p) \\ \downarrow \\ p, \neg p \\ \times \end{array}$$

On peut aussi se prononcer sur la validité d'un raisonnement, en étudiant le caractère tautologique du conditionnel correspondant :

Exemple 51

Il est faux que le procès soit équitable et le juge intègre.

Donc le procès n'est pas équitable ou le juge n'est pas intègre.

Ce raisonnement a la forme suivante : $\neg(r \wedge s) \Rightarrow (\neg r \vee \neg s)$

$$\begin{array}{c} \neg\{\neg(r \wedge s) \Rightarrow (\neg r \vee \neg s)\} \\ \downarrow \\ \neg(r \wedge s), \neg\neg r, \neg\neg s \\ \downarrow \\ \neg(r \wedge s), r, s \\ \swarrow \quad \searrow \\ \neg r, r, s, \quad \neg s, r, s \\ \times \quad \quad \times \end{array}$$

Les deux possibilités ouvertes se ferment ; il n'est donc pas possible de rendre fausse la proposition complexe de départ ; elle est tautologique.

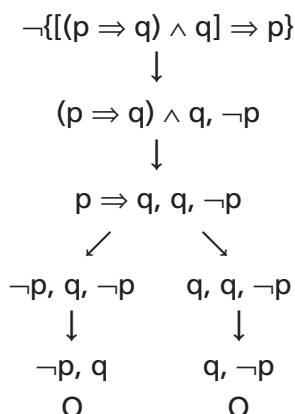
À l'inverse, le raisonnement 30, qui a la forme $[(p \Rightarrow q) \wedge q] \Rightarrow p$, n'était pas valide :



Si Philippe est menuisier, **alors** il a au moins un outil.

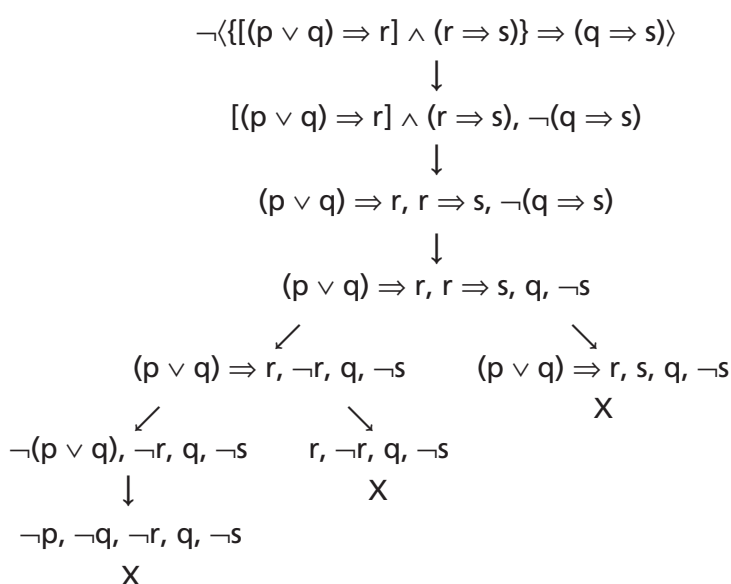
Or, Philippe a au moins un outil.

Donc Philippe est menuisier.



Dans ce cas, au moins une branche ouverte. Il existe donc au moins une possibilité de rendre fausse la proposition complexe de départ, qui n'est donc pas tautologique. Notons que le tableau fournit explicitement cette possibilité : il s'agit du cas où p est faux et q est vrai. On peut, bien sûr, vérifier par les tables de vérité que la formule de départ est bien fausse pour cette valuation.

Dans des raisonnements comme ceux des exemples 48 et 49, cette méthode des tableaux sémantiques peut s'avérer bien plus économique que la construction exhaustive du tableau de vérité. Reprenons par exemple le raisonnement de l'exemple 48, que nous avons traduit par le conditionnel suivant : $\{[p \vee q] \Rightarrow r\} \wedge (r \Rightarrow s) \Rightarrow (q \Rightarrow s)$



Les trois possibilités ouvertes se ferment ; la formule de départ ne peut être fausse ; elle est tautologique.

IMPLICATION ET ÉQUIVALENCE

On dira qu'une formule B est *conséquence logique* de A (ou que A *implique* B) si et seulement si tout modèle de A est aussi un modèle de B (autrement dit, si toute interprétation qui associe le vrai à A associe aussi le vrai à B)¹⁷. On note la conséquence logique au moyen du signe $\models$ ¹⁸. Par exemple, pour exprimer que q est une conséquence logique de $(p \Rightarrow q) \wedge p$, on écrira : $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \models q$, qui est une autre manière d'affirmer la validité de la formule conditionnelle : $\models [(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$. Dire que B est une conséquence logique de A revient à dire que la formule $A \Rightarrow B$ est valide. Les deux expressions suivantes sont donc synonymes :

$$\models [(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q \quad [(p \Rightarrow q) \wedge p] \models q$$

L'utilisation d'un même signe $\models$ pour exprimer la validité d'une formule et la conséquence logique entre deux formules pourrait surprendre. En fait, elle s'explique par ceci qu'une formule valide est une sorte de conséquence logique universelle ; elle est logiquement impliquée par toute formule quelle qu'elle soit.

Ce que nous venons de dire des rapports du conditionnel (le « si...alors... » du langage-objet) à l'implication (le « implique » du métalangage) vaut également pour les rapports du biconditionnel (le « ...si et seulement si... » du langage objet) à l'équivalence. On dira que deux formules A et B sont *logiquement équivalentes* si et seulement si elles ont les mêmes modèles (c'est-à-dire que toute interprétation qui associe le vrai à A associe également le vrai à B et réciproquement). On note l'équivalence logique au moyen du signe $\leftrightarrow$. Par exemple, pour exprimer que $p \Rightarrow q$ et $\neg q \Rightarrow \neg p$ sont deux formules équivalentes, on écrira $(p \Rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$. Dire que A et B sont deux formules équivalentes revient manifestement à dire que la formule $A \leftrightarrow B$ est valide. Les deux expressions suivantes sont donc synonymes :

$$\models (p \Rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p) \quad (p \Rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$$

Il convient d'insister sur le fait que, contrairement aux signes $\Rightarrow$ et $\leftrightarrow$, qui expriment des liens logiques *dans* le langage formel, les signes $\models$ et $\leftrightarrow$, mais aussi les signes V (vrai) et F (faux), appartiennent au métalangage, c'est-à-dire au langage qui permet de parler du langage formel.

Pour éclairer cette distinction du *métalangage* et du *langage-objet* (langage dont parle le métalangage), on peut renvoyer à une distinction similaire en linguistique. Une grammaire latine écrite en français est un exemple d'ouvrage métalinguistique pour lequel le

17. De manière plus générale, on dira que A est *conséquence logique* d'un ensemble de formules $\{A_1, \dots, A_n\}$ si tout modèle de l'ensemble $\{A_1, \dots, A_n\}$ est aussi un modèle de A (autrement dit, toute interprétation qui associe le vrai à chacune des formules $A_1, \dots, A_n$ associe également le vrai à A).

18. Nous utiliserons cependant le signe $\rightarrow$ à la place de $\models$ lorsque les deux formules que le signe relie ne figurent pas sur une même ligne.

A

$\models B$

pourrait vouloir dire que B est, par lui-même, valide. Nous préférons donc noter :

A

$\rightarrow B$

ou encore :

$\frac{A}{B}$



langage-objet est le latin et le métalangage le français. Lorsqu'une grammaire française est écrite en français, le langage-objet et le métalangage sont tous deux le français, mais cela n'efface pas la distinction entre langage-objet et métalangage : une expression française telle que « La nuit, toutes les vaches sont grises » appartient au langage-objet ; une expression française telle que « “grises” s'accorde avec “vaches” » appartient au métalangage.

TRANSFORMATIONS PAR ÉQUIVALENCE ET SCHÉMAS NORMAUX

En vertu de la définition de l'équivalence introduite dans le paragraphe précédent, on peut donc interpréter comme lois d'équivalence toute une série de formules biconditionnelles valides telles que $A \leftrightarrow \neg\neg A$. Cette formule, dont on peut en effet vérifier la validité par les tables de vérité ou les tableaux sémantiques, correspond à la loi d'équivalence :

$$A \leftrightarrow \neg\neg A$$

qui autorise à remplacer l'une par l'autre les deux formules A et $\neg\neg A$ dans toutes les déductions, puisque ces deux formules ont les mêmes modèles et que l'une est donc vraie chaque fois que l'autre l'est.

Il en va exactement de même de toutes les lois d'équivalence suivantes, dont on peut vérifier qu'elles correspondent à des formules biconditionnelles valides :

$A \leftrightarrow (A \wedge A)$	(idempotence de la conjonction ; on a aussi la variante : $A \leftrightarrow [A \wedge (A \vee B)]$)
$A \leftrightarrow (A \vee A)$	(idempotence de la disjonction ; on a aussi la variante : $A \leftrightarrow [A \vee (A \wedge B)]$)
$(A \wedge B) \leftrightarrow (B \wedge A)$	(commutativité de la conjonction)
$(A \vee B) \leftrightarrow (B \vee A)$	(commutativité de la disjonction)
$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (B \leftrightarrow A)$	(commutativité du biconditionnel)
$[(A \vee B) \vee C] \leftrightarrow [A \vee (B \vee C)]$	(associativité de la disjonction)
$[(A \wedge B) \wedge C] \leftrightarrow [A \wedge (B \wedge C)]$	(associativité de la conjonction)
$[A \wedge (B \vee C)] \leftrightarrow [(A \wedge B) \vee (A \wedge C)]$	(distributivité de la conjonction sur la disjonction)
$[A \vee (B \wedge C)] \leftrightarrow [(A \vee B) \wedge (A \vee C)]$	(distributivité de la disjonction sur la conjonction)
$(A \Rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$	(contraposition du conditionnel)
$[(A \wedge B) \Rightarrow C] \leftrightarrow [A \Rightarrow (B \Rightarrow C)]$	(exportation du conditionnel)
$[A \Rightarrow (B \Rightarrow C)] \leftrightarrow [B \Rightarrow (A \Rightarrow C)]$	(permutation des antécédents du conditionnel)
$[A \Rightarrow (B \Rightarrow C)] \leftrightarrow [(A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C)]$	(autodistribution du conditionnel)
$[A \wedge (B \vee \neg B)] \leftrightarrow A$	(simplification ; plus généralement : $(A \wedge T) \leftrightarrow A$) ¹⁹
$[A \wedge (B \wedge \neg B)] \leftrightarrow (B \wedge \neg B)$	(plus généralement : $(A \wedge \perp) \leftrightarrow \perp$)
$[A \vee (B \vee \neg B)] \leftrightarrow (B \vee \neg B)$	(plus généralement : $(A \vee T) \leftrightarrow T$)
$[A \vee (B \wedge \neg B)] \leftrightarrow A$	(simplification ; plus généralement : $(A \vee \perp) \leftrightarrow A$)

19. Dans les quatre dernières formules, T représente n'importe quelle tautologie et $\perp$ représente n'importe quelle contradiction. Les formules indiquent donc que T joue le rôle d'un « élément neutre » dans la conjonction, mais d'un « élément absorbant » dans la disjonction, alors que $\perp$ joue le rôle d'un « élément neutre » dans la disjonction, mais d'un « élément absorbant » dans la conjonction.

Notons encore les lois d'équivalence suivantes, qui permettent de transformer une formule avec un connecteur binaire en une formule avec un autre connecteur binaire. Les deux premières, très importantes, s'appellent « lois de De Morgan »²⁰ :

$\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$	(transformation de la conjonction en disjonction)
$\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$	(transformation de la disjonction en conjonction)
$(A \Rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)$	(transformation du conditionnel en disjonction)
$(A \Rightarrow B) \leftrightarrow \neg(A \wedge \neg B)$	(transformation du conditionnel en conjonction)
$(A \Leftrightarrow B) \leftrightarrow [(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)]$	(équivalence du biconditionnel à un double conditionnel)
$(A \Leftrightarrow B) \leftrightarrow [\neg(A \wedge \neg B) \wedge \neg(B \wedge \neg A)]$	(transformation du biconditionnel en conjonction)
$(A \Leftrightarrow B) \leftrightarrow [(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)]$	(forme normale disjonctive du biconditionnel)

Dans les pages suivantes, nous allons utiliser certaines de ces lois d'équivalence et les substitutions de formule à formule qu'elles permettent pour transformer et simplifier des formules logiques complexes. Nous développerons notamment une méthode pour mettre toutes les propositions sous une « forme normale conjonctive » ou sous une « forme normale disjonctive », qui, nous le verrons, rendra particulièrement simple l'étude de la vérité de ces propositions.

Formes normales disjonctives

Une formule sous *forme normale disjonctive* est une disjonction de conjonctions d'éléments littéraux (les éléments littéraux étant des lettres représentant des propositions simples ou les négations de telles lettres)²¹. Grâce aux lois d'équivalence, on peut transformer n'importe quelle proposition complexe en sa forme normale disjonctive, qui, comme l'a montré J. Herbrand, fait immédiatement apparaître ses conditions de vérité. Ainsi, on transforme la formule passablement rebutante :

$$\{[p \Rightarrow (p \wedge q)] \wedge [(r \vee s) \Rightarrow \neg q]\} \Rightarrow [p \wedge (\neg q \vee \neg r)]$$

de la manière suivante :

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \neg\{[p \Rightarrow (p \wedge q)] \wedge [(r \vee s) \Rightarrow \neg q]\} \vee [p \wedge (\neg q \vee \neg r)] \\ &\Leftrightarrow \{\neg[p \Rightarrow (p \wedge q)] \vee \neg[(r \vee s) \Rightarrow \neg q]\} \vee [(p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)] \\ &\Leftrightarrow [p \wedge \neg(p \wedge q)] \vee [(r \vee s) \wedge \neg\neg q] \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r) \\ &\Leftrightarrow [p \wedge (\neg p \vee \neg q)] \vee [(r \vee s) \wedge q] \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r) \\ &\Leftrightarrow [(p \wedge \neg p) \vee (p \wedge \neg q)] \vee [(r \wedge q) \vee (s \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)] \\ &\Leftrightarrow (p \wedge \neg p) \vee (p \wedge \neg q) \vee (r \wedge q) \vee (s \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r) \end{aligned}$$

En supprimant les termes conjonctifs qui contiennent une proposition atomique et sa négation (puisque $(A \vee \neg A) \leftrightarrow A$) et les doublons (puisque $(A \vee A) \leftrightarrow A$), on obtient :

$$(p \wedge \neg q) \vee (r \wedge q) \vee (s \wedge q) \vee (p \wedge \neg r)$$

Toutes les formules de la logique des propositions peuvent se mettre sous cette forme normale disjonctive, qui est très commode car elle fait immédiatement apparaître quel(s) cas rend(ent) vraie la formule, c'est-à-dire pour quelles valeurs de vérité des unités atomiques p ,

20. Notons en passant qu'elles impliquent l'équivalence du principe de non-contradiction $\neg(A \wedge \neg A)$ avec celui du tiers exclu $A \vee \neg A$.

21. On appelle également « cubes » ces conjonctions d'éléments littéraux. Une forme normale disjonctive est une disjonction de cubes.



Déduction

q , etc. la proposition complexe sera vraie. Ainsi, la formule de l'exemple précédent sera vraie si et seulement si :

- p est vrai et q est faux (quels que soient r et s)
- q et r sont vrais (quels que soient p et s)
- q et s sont vrais (quels que soient p et r)
- p est vrai et r est faux (quels que soient q et s)

On peut encore souligner qu'il est très facile de voir si une formule normale disjonctive est inconsistante. Ce sera le cas si et seulement si il ne reste rien de la formule lorsque l'on a éliminé tous les termes contradictoires.

Formes normales disjonctives développées

En partant d'une forme normale disjonctive, et en utilisant les équivalences $A \leftrightarrow [A \wedge (B \vee \neg B)]$, puis $[A \wedge (B \vee \neg B)] \leftrightarrow [(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B)]$, on peut faire apparaître toutes les lettres des propositions atomiques dans chacun des termes de la disjonction. On obtient alors une forme dite *forme normale disjonctive développée*.

Sur la formule normale disjonctive précédente, on opérera les transformations :

$$\begin{aligned}
 & (p \wedge \neg q) \vee (r \wedge q) \vee (s \wedge q) \vee (p \wedge \neg r) \\
 \Leftrightarrow & (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (r \wedge q \wedge p) \vee (r \wedge q \wedge \neg p) \vee (s \wedge q \wedge p) \vee (s \wedge q \wedge \neg p) \vee (p \wedge \neg r \wedge q) \vee \\
 & (p \wedge \neg r \wedge \neg q) \\
 \Leftrightarrow & (p \wedge \neg q \wedge r \wedge s) \vee (p \wedge \neg q \wedge r \wedge \neg s) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge s) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge \neg s) \vee (r \wedge q \wedge p \wedge s) \vee (r \wedge q \wedge p \wedge \neg s) \vee \\
 & (r \wedge q \wedge \neg p \wedge s) \vee (r \wedge q \wedge \neg p \wedge \neg s) \vee (s \wedge q \wedge p \wedge r) \vee (s \wedge q \wedge p \wedge \neg r) \vee (s \wedge q \wedge \neg p \wedge r) \vee (s \wedge q \wedge \neg p \wedge \neg r) \vee \\
 & (p \wedge \neg r \wedge q \wedge s) \vee (p \wedge \neg r \wedge q \wedge \neg s) \vee (p \wedge \neg r \wedge \neg q \wedge s) \vee (p \wedge \neg r \wedge \neg q \wedge \neg s)
 \end{aligned}$$

En reclassant les littéraux par ordre alphabétique dans chaque terme, on identifie des doublons qui peuvent être supprimés car $(A \vee A) \leftrightarrow A$. On obtient alors :

$$\begin{aligned}
 & (p \wedge \neg q \wedge r \wedge s) \vee (p \wedge \neg q \wedge r \wedge \neg s) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge s) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge \neg s) \vee (p \wedge q \wedge r \wedge s) \vee (p \wedge q \wedge r \wedge \neg s) \vee \\
 & (\neg p \wedge q \wedge r \wedge s) \vee (\neg p \wedge q \wedge r \wedge \neg s) \vee (p \wedge q \wedge \neg r \wedge s) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r \wedge s) \vee (p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s)
 \end{aligned}$$

Une formule présentée sous cette forme constitue en fait la liste des lignes du tableau de vérité pour lesquelles la formule est vraie. La formule précédente sera vraie dans les 11 cas suivants²² (et fausse dans les 5 autres cas) :

22. Ces 11 cas déploient d'ailleurs bien les cas formulés plus haut :

- p est vrai et q est faux (quels que soient r et s)
- q et r sont vrais (quels que soient p et s)
- q et s sont vrais (quels que soient p et r)
- p est vrai et r est faux (quels que soient q et s)

p	q	r	s
V	F	V	V
V	F	V	F
V	F	F	V
V	F	F	F
V	V	V	V
V	V	V	F
F	V	V	V
F	V	V	F
V	V	F	V
F	V	F	V
V	V	F	F

On constate qu'une formule sous forme normale disjonctive développée est valide si elle contient 2^n constituants et contradictoire si elle n'en contient aucun.

Forme normale conjonctive

Une formule sous *forme normale conjonctive* est, quant à elle, une conjonction dont tous les termes sont des disjonctions de littéraux²³. Comme c'était le cas pour les formes normales disjonctives, il est possible de transformer n'importe quelle formule de manière à ce qu'elle se présente sous cette forme.

Par exemple, la formule $\{[p \Rightarrow (p \wedge q)] \wedge [(r \vee s) \Rightarrow \neg q]\} \Rightarrow [p \wedge (\neg q \vee \neg r)]$, que nous avons traitée ci-dessus, peut être transformée de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \neg\{[p \Rightarrow (p \wedge q)] \wedge [(r \vee s) \Rightarrow \neg q]\} \vee [p \wedge (\neg q \vee \neg r)] \\
&\Leftrightarrow \{\neg[p \Rightarrow (p \wedge q)] \vee \neg[(r \vee s) \Rightarrow \neg q]\} \vee [p \wedge (\neg q \vee \neg r)] \\
&\Leftrightarrow \{[p \wedge \neg(p \wedge q)] \vee [(r \vee s) \wedge \neg\neg q]\} \vee [p \wedge (\neg q \vee \neg r)] \\
&\Leftrightarrow \{[p \wedge (\neg p \vee \neg q)] \vee [(r \vee s) \wedge q]\} \vee [p \wedge (\neg q \vee \neg r)] \\
&\Leftrightarrow \{[p \vee (r \vee s)] \wedge (p \vee q) \wedge [(\neg p \vee \neg q) \vee (r \vee s)] \wedge [(\neg p \vee \neg q) \vee q]\} \vee [p \wedge (\neg q \vee \neg r)] \\
&\Leftrightarrow \{(p \vee r \vee s) \wedge (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r \vee s) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee q)\} \vee [p \wedge (\neg q \vee \neg r)] \\
&\Leftrightarrow (p \vee r \vee s) \wedge (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r \vee s) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee q) \vee (p \vee r \vee s \vee \neg q \vee \neg r) \wedge \\
&\quad (p \vee q \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r \vee s \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee q \vee \neg q \vee \neg r)
\end{aligned}$$

Dans chaque terme disjonctif, on peut supprimer les doublons (puisque $(A \vee A) \leftrightarrow A$). On obtient alors :

$$(p \vee r \vee s) \wedge (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r \vee s) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee q) \vee (p \vee r \vee s \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee q \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r \vee s \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee q \vee \neg r)$$

S'il y a des termes disjonctifs qui sont eux-mêmes des doublons d'autres termes disjonctifs, on peut également les supprimer (puisque $(A \wedge A) \leftrightarrow A$).

Enfin, puisque $(A \wedge \top) \leftrightarrow A$, on peut supprimer les termes disjonctifs qui contiennent deux éléments littéraux complémentaires et sont donc manifestement tautologiques. On obtient alors :

$$(p \vee r \vee s) \wedge (p \vee q)$$

23. On appelle également « clauses » ces disjonctions d'éléments littéraux. Une forme normale conjonctive est une conjonction de clauses.



Déduction

La forme normale conjonctive permet de détecter immédiatement les formules valides ; ce sont celles pour lesquelles ne subsiste aucun constituant après élimination des constituants tautologiques (comme $r \vee \neg r$).

Forme normale conjonctive développée

En partant d'une forme normale conjonctive, et en utilisant les équivalences $A \leftrightarrow [A \vee (B \wedge \neg B)]$, puis $[A \vee (B \wedge \neg B)] \leftrightarrow [(A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)]$, on peut faire apparaître toutes les lettres des propositions atomiques dans chacun des termes de la conjonction. On obtient alors une forme dite *forme normale disjonctive développée*.

Ainsi, la formule normale conjonctive précédente peut être transformée de la manière suivante :

$$\begin{aligned} & (p \vee r \vee s) \wedge (p \vee q) \\ \Leftrightarrow & (p \vee r \vee s \vee q) \wedge (p \vee r \vee s \vee \neg q) \wedge (p \vee q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \neg r) \\ \Leftrightarrow & (p \vee r \vee s \vee q) \wedge (p \vee r \vee s \vee \neg q) \wedge (p \vee q \vee r \vee s) \wedge (p \vee q \vee r \vee \neg s) \wedge (p \vee q \vee \neg r \vee s) \wedge (p \vee q \vee \neg r \vee \neg s) \end{aligned}$$

Et, après suppression du doublon :

$$(p \vee r \vee s \vee q) \wedge (p \vee r \vee s \vee \neg q) \wedge (p \vee q \vee r \vee \neg s) \wedge (p \vee q \vee \neg r \vee s) \wedge (p \vee q \vee \neg r \vee \neg s)$$

Par une double application des lois de De Morgan, une telle formule est en fait équivalente à la négation d'une formule normale disjonctive :

$$\begin{aligned} & \neg[\neg(p \vee r \vee s \vee q) \vee \neg(p \vee r \vee s \vee \neg q) \vee \neg(p \vee q \vee r \vee \neg s) \vee \neg(p \vee q \vee \neg r \vee s) \vee \neg(p \vee q \vee \neg r \vee \neg s)] \\ \Leftrightarrow & \neg[(\neg p \wedge \neg r \wedge \neg s \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg r \wedge \neg s \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r \wedge \neg s) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r \wedge s) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r \wedge \neg s)] \end{aligned}$$

Cette forme exhibe les lignes du tableau de vérité où la proposition complexe de départ est fausse. On comprend alors qu'une proposition sous forme normale conjonctive développée est contradictoire si elle comporte 2^n constituants et qu'elle est tautologique si elle ne comporte plus aucun constituant.

Exemples d'application de la méthode des formes normales.

1. Exemple 52

Si Jean ou Marc va à la mer, Paul ira aussi.

Donc si Jean va à la mer, Marc ou Paul ira aussi.

La formule $[(p \vee q) \Rightarrow r] \Rightarrow [p \Rightarrow (q \vee r)]$ peut être transformée de la manière suivante :

$$\begin{aligned} & [(p \vee q) \Rightarrow r] \Rightarrow [p \Rightarrow (q \vee r)] \\ \Leftrightarrow & \neg[(p \vee q) \Rightarrow r] \vee [p \Rightarrow (q \vee r)] \\ \Leftrightarrow & [(p \vee q) \wedge \neg r] \vee [\neg p \vee q \vee r] \\ \Leftrightarrow & [(p \vee q) \vee (\neg p \vee q \vee r)] \wedge [\neg r \vee (\neg p \vee q \vee r)] \\ \Leftrightarrow & (p \vee \neg p \vee q \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee r \vee \neg r) \end{aligned}$$

La formule est manifestement valide et donc le raisonnement aussi.

2. La proposition « S'il pleut, alors la route est mouillée, mais il est faux qu'il ne pleut pas si la route n'est pas mouillée » est contradictoire. La formule $(p \Rightarrow q) \wedge \neg(\neg q \Rightarrow \neg p)$ sera en effet transformée comme suit :

$$\begin{aligned} & (p \Rightarrow q) \wedge \neg(\neg q \Rightarrow \neg p) \\ \Leftrightarrow & (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \wedge p) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \\ \Leftrightarrow & (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee \neg p) \wedge (p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \end{aligned}$$

c'est-à-dire, en supprimant les répétitions :

$$(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee \neg p) \wedge (p \vee q)$$

Cette formule à 4 (2^2) composantes est inconsistante. En utilisant les lois de De Morgan, on peut noter qu'elle est équivalente à la négation d'une formule sous forme normale disjonctive comprenant 2^2 composantes : $\neg[(p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p) \vee (q \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q)]$

Transitivité de l'implication et méthode de résolution

La mise sous forme normale conjonctive intervient aussi dans *la méthode de résolution* de John Alan Robinson, qui donne le moyen de découvrir les conséquences logiques d'un ensemble de prémisses.

Le conditionnel est transitif (comme on peut le vérifier au moyen des tables de vérité ou des tableaux sémantiques) :

$$[(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)] \models (A \Rightarrow C)$$

En utilisant les formules de transformation du conditionnel en disjonction, on peut encore écrire cette implication sous la forme suivante :

$$[(\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C)] \models (\neg A \vee C)$$

Nous allons voir qu'il est possible, en utilisant ce schéma d'inférence, d'identifier quelles conséquences logiques peuvent être déduites des propositions écrites sous forme normale conjonctive. Cette méthode nous permettra de découvrir quelle(s) conséquence(s) on peut tirer d'un ensemble de prémisses.

Exemple 53

De Pierre, Quentin et Romuald, au moins l'un des trois ne viendra pas à la fête.

Or, il se fait que Quentin viendra ou que Pierre ou Stéphane ne viendra pas.

Et il se fait que Pierre ne viendra pas ou que Romuald ou Thierry viendra.

Donc ... ?

En appliquant le schéma d'inférence ci-dessus, on découvre que la conjonction des trois prémisses $(\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg s) \wedge (\neg p \vee r \vee t)$ implique $(\neg p \vee \neg s \vee t)$:

$$\begin{aligned} & (\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg s) \wedge (\neg p \vee r \vee t) \\ \rightarrow & (\neg p \vee \neg r \vee \neg s) \wedge (\neg p \vee r \vee t) && \text{(application du schéma aux 1^{er} et 2^e termes)} \\ \rightarrow & (\neg p \vee \neg s \vee t) && \text{(application du schéma aux deux termes subsistant)} \end{aligned}$$

Des prémisses, on peut donc conclure que l'on se trouvera dans l'une des trois situations suivantes : ou bien Pierre ne viendra pas, ou bien Stéphane ne viendra pas, ou bien Thierry viendra.

La *méthode de résolution* systématise ce genre de raisonnement. Elle consiste à appliquer les règles suivantes :

1. On transforme la conjonction des prémisses en forme normale conjonctive
2. On applique autant de fois qu'il est possible le « principe de résolution » suivant, qui autorise à ne faire qu'un seul terme disjonctif de deux termes disjonctifs qui contenaient des littéraux complémentaires : $[(A \vee B) \wedge (\neg B \vee C)] \models (A \vee C)$



SCHÉMAS D'INFÉRENCE ET DÉDUCTION NATURELLE

Nous avons vu que toutes les formules conditionnelles valides traduisent des raisonnements valides. C'est en particulier le cas des formules suivantes, dont on peut vérifier la validité par les tables de vérité ou les tableaux sémantiques :

$$(A \wedge B) \Rightarrow A$$

$$A \Rightarrow (A \vee B)$$

$$[(A \Rightarrow B) \wedge A] \Rightarrow B$$

$$[(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)] \Rightarrow (A \Rightarrow C)$$

Ces formules, et d'autres semblables, correspondent à des schémas d'inférence importants et très usités. Les logiciens de l'École de Mégare puis les Stoïciens avaient déjà mis en évidence certains schémas d'inférence valides, et ce sans disposer encore des outils de la logique symbolique. Nous avons présenté une première fois ces schémas d'inférence dans la partie consacrée à la logique ancienne (p. 29-33). Nous pouvons à présent les formaliser :

Schémas d'inférence hypothétiques

Modus Ponens

$$A \Rightarrow B$$

$$A$$

$$B$$

Exemple 42

Si Philippe est menuisier, alors il a au moins un outil

Philippe est menuisier

donc Philippe a au moins un outil

Ce schéma d'inférence $[(A \Rightarrow B) \wedge A] \models B$ correspond à la formule $[(A \Rightarrow B) \wedge A] \Rightarrow B$, dont on peut vérifier la validité par les tables de vérité ou les tableaux sémantiques²⁴.

Modus Tollens

$$A \Rightarrow B$$

$$\neg B$$

$$\neg A$$

Exemple 44

Si Philippe est menuisier, alors il a au moins un outil

Philippe n'a pas d'outil

donc Philippe n'est pas menuisier

Schéma d'inférence conjonctif

Incompatibilité

$$\neg(A \wedge B)$$

$$A$$

$$\neg B$$

Exemple 45

Il ne se peut pas qu'à la fois je boive et je conduise.

Or, je bois.

Donc je ne conduis pas.

24. Pour rappel, les majuscules A et B représentent n'importe quelle proposition complexe.

Schémas d'inférence disjonctifs*Alternative*

$A \vee B$	Exemple 1	Le meurtrier a les cheveux ondulés ou porte une longue barbe.
$\neg A$		Or, (on a pu établir que) le meurtrier n'a pas les cheveux ondulés.
B		Donc le meurtrier porte une longue barbe.

À noter que ce schéma d'inférence est également valide pour la disjonction exclusive :

$A \vee B$	Exemple 54	Soit le meurtrier est un homme, soit c'est une femme.
$\neg A$		Or, (on a pu établir que) le meurtrier n'est pas un homme.
B		Donc le meurtrier est une femme.

Pour la disjonction exclusive, on a également le schéma valide suivant, qui s'appuie sur l'incompatibilité que comporte la disjonction exclusive :

Incompatibilité avec disjonction exclusive

$A \vee B$	Exemple 46	Soit le meurtrier est belge, soit il est français.
A		Or, (on a pu établir qu') il est belge.
$\neg B$		Donc il n'est pas français.

On peut encore rapporter aux syllogismes disjonctifs le schéma suivant :

Dilemme

$A \vee B$	Exemple 55	Demain, il pleuvra ou il neigera.
$A \Rightarrow C$		S'il pleut, les routes seront glissantes.
$B \Rightarrow C$		S'il neige, les routes seront glissantes.
C		Donc les routes seront glissantes.

et, plus spécifiquement :

$A \vee \neg A$	Exemple 47	Rodrigue vengera son père ou ne vengera pas son père.
$A \Rightarrow C$		Mais si Rodrigue venge son père, il perdra Chimène.
$\neg A \Rightarrow C$		Et si Rodrigue ne venge pas son père, il perdra Chimène.
C		Donc Rodrigue perdra Chimène.

Puisqu'un schéma d'inférence valide garantit que tous les raisonnements qui ont sa forme sont valides, établir qu'un raisonnement est conforme à un des schémas d'inférence stoïciens suffit à prouver sa validité.



Méthode de déduction naturelle

Mise au point par Gerhard Gentzen, la méthode de la déduction naturelle permet de suivre et de produire pas à pas des raisonnements complexes en s'appuyant sur un nombre limité de schémas d'inférence valides très simples et assez « naturels » comme ceux qu'avaient mis en évidence les logiciens stoïciens. Il s'agit en fait de partir des prémisses et d'en dériver la conclusion en appliquant exclusivement quelques règles élémentaires qui régissent l'introduction et l'élimination de chaque connecteur. On vérifie sans peine la validité de ces règles par les tableaux de vérité ou les tableaux sémantiques.

Élimination du conditionnel ($E \Rightarrow$)

$\frac{A \quad A \Rightarrow B}{B}$	Si, au cours de la dérivation, on a obtenu la formule A et la formule $A \Rightarrow B$, on peut en déduire B . (C'est, évidemment, le <i>Modus Ponens</i>)

Introduction du conditionnel ($I \Rightarrow$)

$\frac{\begin{array}{ l} A \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ B \end{array}}{A \Rightarrow B}$	Si, au cours de la dérivation, on pose la formule A comme hypothèse supplémentaire (ce qu'indique le trait vertical) et que, moyennant cette hypothèse, on peut dériver B des prémisses, on peut en déduire $A \Rightarrow B$.

Il faut bien comprendre que A n'est pas elle-même déduite des prémisses, mais posée comme hypothèse supplémentaire. Lorsque l'on pose A , on introduit en quelque sorte un sous-raisonnement (une sous-dérivation) au sein du raisonnement principal. C'est ce qu'indique le trait vertical. Les formules qui appartiennent à cette sous-dérivation (toutes les formules qui se trouvent à droite du trait vertical) ne sont pas des conséquences logiques des prémisses seules, mais bien des conséquences logiques des prémisses auxquelles on a ajouté la formule A ; il est évident que ces formules ne peuvent pas être ensuite utilisées dans la dérivation principale. Pour revenir au raisonnement principal, pour revenir à des formules qui sont conséquences logiques des seules prémisses, il faut « décharger » l'hypothèse supplémentaire, « décharger » la formule A , ce que l'on fait en écrivant $A \Rightarrow B$, qui exprime que, à partir des prémisses, on peut tirer que si on a A , on a aussi B (puisque, quand on pose A , on peut obtenir B grâce aux prémisses). Bref, si, à partir des prémisses $P_1, P_2, \dots, P_n$, et de l'hypothèse supplémentaire A on peut déduire la proposition B , alors on peut « décharger » l'hypothèse A et affirmer qu'il est possible de déduire $A \Rightarrow B$ à partir des prémisses $P_1, P_2, \dots, P_n$. (C'est en fait une conséquence du *métathéorème de déduction*, qui affirme qu'il est équivalent de dériver $A \Rightarrow B$ d'un ensemble (éventuellement nul) de prémisses Γ ou de dériver B de Γ et A ; il est le correspondant syntaxique du métathéorème sémantique selon lequel il est équivalent de montrer $\models A \Rightarrow B$ ou de montrer $A \models B$).

Élimination de la conjonction ($E \wedge$)

$\frac{A \wedge B}{A}$	$\frac{A \wedge B}{B}$	Si, au cours de la dérivation, on a obtenu $A \wedge B$, on peut en déduire A et on peut en déduire B

Introduction de la conjonction ($I \wedge$)

A
B
$A \wedge B$

Si, au cours de la dérivation, on a obtenu la formule A et la formule B , on peut en déduire $A \wedge B$.

Élimination de la disjonction ($E \vee$)

$A \vee B$	
A	B
.	
.	
.	
.	
C	C
C	

B

C

Si, au cours de la dérivation, on a obtenu $A \vee B$ et si, ensuite, que l'on pose A ou que l'on pose B comme hypothèse supplémentaire, on peut de toute façon en déduire C , alors on peut déduire C à partir des prémisses. C'est évident, puisque les prémisses permettent d'obtenir $A \vee B$ et que C peut ensuite être obtenu aussi bien dans l'hypothèse A que dans l'hypothèse B . C est donc une conséquence nécessaire des prémisses et ne dépend donc ni de l'hypothèse A ni de l'hypothèse B . C'est pourquoi on « décharge » les hypothèses A et B lorsque l'on repasse à la dérivation principale. (On reconnaît là le *Dilemme*).

Introduction de la disjonction ($I \vee$)

A
$A \vee B$

B
$A \vee B$

Si, au cours de la dérivation, on a obtenu A , on peut en déduire $A \vee B$ (qui est une affirmation plus « faible »). Il en va de même si on avait obtenu B .

Élimination de la négation ($E \neg$)

$\neg \neg A$
A

Si, au cours de la dérivation, on a obtenu $\neg \neg A$, on peut en déduire A .

Introduction de la négation ($I \neg$)

A	
.	
.	
.	
.	
B	
$\neg B$	
$\neg A$	

Si, au cours de la dérivation, on pose A comme hypothèse supplémentaire, et que, moyennant cette hypothèse, on déduit B et $\neg B$ (ou n'importe quelle autre contradiction), alors, des prémisses de départ, on peut déduire $\neg A$. En effet, si on obtient une contradiction quand on ajoute l'hypothèse A aux prémisses, c'est que cette hypothèse est incompatible avec les prémisses, donc que les prémisses impliquent sa négation. Ici encore, l'hypothèse auxiliaire A est, en fin de compte, « déchargée ».

Élimination du biconditionnel ($E \Leftrightarrow$)

$A \Leftrightarrow B$
A
B

$A \Leftrightarrow B$
B
A

Si, au cours de la dérivation, on a obtenu $A \Leftrightarrow B$ et A (resp. B), on peut en déduire B (resp. A).

*Introduction du biconditionnel ($I \Leftrightarrow$)*

$$\frac{A \Rightarrow B \quad B \Rightarrow A}{A \Leftrightarrow B}$$

Si, au cours de la dérivation, on a obtenu $A \Rightarrow B$ et $B \Rightarrow A$ on peut en déduire $A \Leftrightarrow B$.

À ces dix règles, il faut encore ajouter une règle de *Réitération*, qui autorise à répéter une formule qui apparaît plus haut dans la dérivation, à l'exception toutefois des formules qui apparaissent dans une sous-dérivation déjà déchargée.

*Exemples d'application de la méthode de déduction naturelle*1. Démontrons le *Modus tollens* :**Exemple 44**

Si Philippe est menuisier, alors il a au moins un outil

Or, Philippe n'a pas d'outil

Donc Philippe n'est pas menuisier

(1)	$p \Rightarrow q$	$Pr.$ ²⁵
(2)	$\neg q$	$Pr.$
(3)	p	$Hyp.$
(4)	q	$1, 3, E \Rightarrow$
(5)	$\neg q$	$Réit.$
(6)	$\neg p$	$4, 5, Décharge 3 \text{ par } I \neg$

La validité de tous les autres schémas d'inférence stoïciens peut être établie par déduction naturelle.

2. **Exemple 56**

Si Pierre a remis une invitation à Paul, alors Paul viendra à la réunion pourvu qu'il ait fini de préparer son cours.

Donc, si Pierre a remis une invitation à Paul et que Paul a fini de préparer son cours, il viendra à la réunion.

(1)	$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$	$Pr.$
(2)	$p \wedge q$	$Hyp.$
(3)	p	$2, E \wedge$
(4)	$q \Rightarrow r$	$1, 3 E \Rightarrow$
(5)	q	$2, E \wedge$
(6)	r	$4, 5 E \Rightarrow$
(7)	$(p \wedge q) \Rightarrow r$	$2, 6, Décharge 2 \text{ par } I \Rightarrow$

Le raisonnement proposé est valide ; $(p \wedge q) \Rightarrow r$ peut être déduit de $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$.

Ajoutons que la méthode de déduction naturelle présente une caractéristique intéressante : elle permet d'utiliser les résultats établis antérieurement. Lorsque nous utilisons les tables de vérité,

25. Dans la suite du texte, nous utiliserons les abréviations suivantes : *Pr* : prémisses ; *Hyp* : hypothèse supplémentaire ; *Déch. n.* : décharge de l'hypothèse de la ligne *n* ; *I $\vee$* : introduction de la disjonction ; *E $\vee$* : élimination de la disjonction ; et de même pour les autres connecteurs ; *Réit* : réitération.

les formes normales ou les tableaux sémantiques, chaque nouvel exercice nous oblige en quelque sorte à repartir de zéro. La méthode de déduction naturelle nous permet au contraire d'utiliser les résultats antérieurs pour nous faciliter le travail lors d'une dérivation ultérieure.

3. Ainsi, démontrons d'abord l'*Alternative*.

Exemple 1

Le meurtrier a les cheveux ondulés ou porte une longue barbe.

Or, (on a pu établir que) le meurtrier n'a pas les cheveux ondulés.

Donc le meurtrier porte une longue barbe.

(1)	$p \vee q$	$Pr.$
(2)	$\neg p$	$Pr.$
(3)	$\left \begin{array}{l} p \\ \neg q \quad Hyp. \\ p \wedge \neg p \quad 2,3, I\wedge \\ \neg\neg q \quad 4,5, Déch. 4 I\neg \\ q \quad 6, E\neg \end{array} \right $	q
(4)		
(5)		
(6)		
(7)		
(8)	q	$1,7, Déch. 3 E\vee$

De $p \vee q$ et $\neg p$, je puis déduire q

4. Utilisons ensuite le résultat que nous venons de démontrer ainsi que le *Modus Tollens* pour prouver que le raisonnement suivant est valide :

Exemple 57

Demain, il pleuvra ou il neigera.

S'il pleut, alors je resterai chez moi.

Or, il neigera demain si et seulement si les températures chutent cette nuit.

Donc si je ne reste pas chez moi demain, c'est que les températures auront chuté cette nuit.

(1)	$p \vee r$	$Pr.$
(2)	$p \Rightarrow q$	$Pr.$
(3)	$r \Leftrightarrow s$	$Pr.$
(4)	$\left \begin{array}{l} \neg q \quad Hyp. \\ \neg p \quad 2,4, Modus tollens \\ r \quad 1,5, Alternative \\ s \quad 3,6, E\Leftrightarrow \end{array} \right $	
(5)		
(6)		
(7)		
(8)	$\neg q \Rightarrow s$	$4, 7 Déch. 4 I\Rightarrow$

Des prémisses $p \vee r$, $p \Rightarrow q$ et $r \Leftrightarrow s$, on peut tirer la conclusion $\neg q \Rightarrow s$.

Notons encore que la déduction naturelle ne nous permet pas seulement de démontrer la validité de raisonnements, mais aussi la validité de formules propositionnelles. On peut en effet considérer que la formule en question est la conclusion d'un raisonnement dont l'ensemble des prémisses est vide. Plutôt que de démontrer que la formule A est dérivable des formules B et C (ce que l'on note $B, C \vdash A$), on démontre qu'elle est dérivable à partir de rien (ce que l'on note $\vdash A$), c'est-à-dire qu'elle est une « thèse » du système.

En particulier, si l'on considère les prémisses d'un raisonnement comme des hypothèses puis qu'on les décharge en fin de dérivation, on obtient une formule conditionnelle pour



Déduction

thèse (désormais indépendante des prémisses). Ainsi, en déchargeant l'unique prémisses de l'exemple 56 ci-dessus, on obtient la thèse : $(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow ((p \wedge q) \Rightarrow r)$.

Démontrons de cette manière le tiers exclu : $A \vee \neg A$

(1)	$\neg(p \vee \neg p)$	<i>Hyp.</i>
(2)	p	<i>Hyp.</i>
(3)	$p \vee \neg p$	2, $\vee$
(4)	$\neg(p \vee \neg p)$	1, <i>Réit.</i>
(5)	$\neg p$	3, 4 <i>Déch.</i> 2 $\vdash \neg$
(6)	$p \vee \neg p$	5, $\vee$
(7)	$\neg \neg(p \vee \neg p)$	1, 6 <i>Déch.</i> 1 $\vdash$
(8)	$p \vee \neg p$	7, $E \neg$

Sans recourir à aucune prémisses (toutes les hypothèses ajoutées ont été déchargées), on a établi la conclusion $p \vee \neg p$.

DÉFINITION AXIOMATIQUE DES CONNECTEURS

La méthode de la déduction naturelle capture le « sens » des connecteurs logiques (tel qu'il est exprimé par les tables de vérité) dans quelques règles de transformation de formules en formules. La *démarche axiomatique*, dont il est question dans ce paragraphe, entreprend quant à elle d'intégrer le contenu des tables de vérité dans quelques formules logiques fondamentales, d'où on peut ensuite tirer toutes les autres formules valides par deux règles d'inférence élémentaires. Autrement dit, il s'agit d'identifier quelques tautologies fondamentales qui constitueront les *axiomes* d'un système déductif tel que *toutes* les tautologies pourront y être obtenues en tant que théorèmes (complétude du système) et que *seules* des tautologies pourront y être obtenues (correction du système)²⁶. Nous reviendrons dans un instant sur ces questions de la complétude et de la correction.

Considérons par exemple le système suivant dû à Lukasiewicz. Ce système se compose de trois axiomes²⁷ :

- A1 $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(q \Rightarrow m) \Rightarrow (p \Rightarrow m)]$
- A2 $p \Rightarrow (\neg p \Rightarrow q)$
- A3 $(\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p$

et de deux règles d'inférence :

26. Nous envisageons ici un système axiomatique dont les axiomes intègrent les tables de vérité et permettent de déduire toutes les tautologies de la logique des propositions et elles seules. La démarche axiomatique peut cependant être étendue bien au-delà de ce but particulier. On peut formuler des axiomes et des règles d'inférence qui produisent tout autre chose que la logique des propositions. Nous reviendrons sur ce point dans le paragraphe « syntaxe et sémantique ».

27. On constate que les axiomes et les règles d'inférence de ce système ne font intervenir que deux connecteurs, à savoir la négation et le conditionnel. Ce système ne permet dès lors d'obtenir que des formules comportant exclusivement ces connecteurs. Cela ne pose pas de problème dans la mesure où, comme nous l'avons dit, tous les connecteurs binaires (la conjonction, la disjonction inclusive, etc.) peuvent être définis à partir de la négation et d'un connecteur binaire comme le conditionnel. Toutes les formules de la logique des propositions peuvent donc être traduites en formules ne faisant intervenir que ces deux connecteurs.

R1 Règle de substitution uniforme : toute formule obtenue en opérant des substitutions uniformes dans un axiome ou dans un théorème est un théorème ²⁸.

Exemple : si $p \Rightarrow p$ est un théorème (ce que l'on note $\vdash p \Rightarrow p$),

$(s \Rightarrow m) \Rightarrow (s \Rightarrow m)$ est un théorème

car il est obtenu à partir de $p \Rightarrow p$ par substitution de $(s \Rightarrow m)$ à p .

Cette règle rend compte de ce qu'un énoncé logique est valide par sa forme, quel que soit son contenu. Notons que l'on peut se passer de cette règle si, au lieu d'axiomes particuliers, on adopte les schémas d'axiomes correspondants, où A , B et C représentent n'importe quelle formule propositionnelle :

S1 $(A \Rightarrow B) \Rightarrow [(B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C)]$

S2 $A \Rightarrow (\neg A \Rightarrow B)$

S3 $(\neg A \Rightarrow A) \Rightarrow A$

R2 Règle de détachement : si p est un axiome ou un théorème et que $p \Rightarrow q$ est aussi un axiome ou un théorème, alors q est un théorème.

On reconnaît dans cette règle le *Modus Ponens* et l' $E \Rightarrow$ de la déduction naturelle.

Toute formule qui peut être obtenue à partir d'un ou plusieurs des trois axiomes par une ou plusieurs applications des règles d'inférence est un « théorème » du système. Axiomes et théorèmes composent l'ensemble des « thèses » du système, ce que l'on indique en faisant précéder les formules concernées du signe $\vdash$.

Exemple de démonstration d'un théorème dans le système de Lukasiewicz :

Démontrons le principe d'identité : $A \Rightarrow A$. Il s'agit de prouver que $p \Rightarrow p$ est un théorème, c'est-à-dire de l'obtenir à partir des 3 axiomes en utilisant les 2 règles d'inférences.

Le mouvement général de la démonstration consiste à obtenir $p \Rightarrow p$ comme résultat de la transitivité de l'implication A1 appliquée à A2 et A3. Explicitement, cela donne :

(1) $\vdash p \Rightarrow (\neg p \Rightarrow q)$	A2
(2) $\vdash p \Rightarrow (\neg p \Rightarrow p)$	1, substitution de p à q
(3) $\vdash (p \Rightarrow q) \Rightarrow [(q \Rightarrow m) \Rightarrow (p \Rightarrow m)]$	A1
(4) $\vdash (p \Rightarrow (\neg p \Rightarrow p)) \Rightarrow [((\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p) \Rightarrow (p \Rightarrow p)]$	3, substitution de p à m , subst. de $(\neg p \Rightarrow p)$ à q
(5) $\vdash [((\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p) \Rightarrow (p \Rightarrow p)]$	2, 4, détachement
(6) $\vdash (\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p$	A3
(7) $\vdash p \Rightarrow p$	5, 6, détachement

Exemple 2 : Démontrons que $\neg(p \Rightarrow p) \Rightarrow q$

On obtient facilement ce résultat en tenant compte du théorème démontré dans l'exercice précédent :

28. Insistons sur le fait qu'il convient évidemment de distinguer nettement cette règle de substitution uniforme des règles de transformation par équivalence que nous avons envisagées plus haut. Ces dernières, en effet, permettraient de remplacer une formule par son équivalent dans n'importe quelle formule plus large et de manière non uniforme : comme les deux formules sont équivalentes, remplacer l'une par l'autre ne modifie pas la valeur de vérité de la formule plus large. La règle de substitution permet quant à elle de remplacer une formule par une formule qui ne lui est pas équivalente, mais cela ne peut alors se faire que dans une formule plus large qui est une thèse et exclusivement de manière uniforme pour préserver la forme générale de cette thèse.



Déduction

1. $\vdash p \Rightarrow (\neg p \Rightarrow q)$	A2
2. $\vdash (p \Rightarrow p) \Rightarrow (\neg(p \Rightarrow p) \Rightarrow q)$	1, subst. de $(p \Rightarrow p)$ à p
3. $\vdash p \Rightarrow p$	théorème précédent
4. $\vdash \neg(p \Rightarrow p) \Rightarrow q$	2, 3, détachement

Notons que, comme la méthode de déduction naturelle, la méthode axiomatique présente un caractère cumulatif intéressant, car elle nous offre la possibilité de réutiliser les résultats antérieurs : une fois démontré, un théorème peut être utilisé, au même titre que les axiomes, pour démontrer de nouvelles thèses.

Par ailleurs, la méthode axiomatique a le grand avantage de faire apparaître ce que l'on suppose (les axiomes) et ce que l'on déduit (les théorèmes) alors que, pour les autres méthodes, il y a une série de suppositions implicites. Par exemple, la méthode des tables de vérité suppose le tiers exclu, le principe de contradiction, etc. qui se trouvent « cachés » dans la définition des tables de vérité relatives aux connecteurs.

En revanche, la méthode axiomatique a pour inconvénient de ne pas être une méthode « mécanique » et déterministe, mais d'exiger un peu d'« intuition » et de stratégie quant à la manière dont il faut prendre un problème et construire une preuve. Notons toutefois que cette « intuition » s'accroît sensiblement grâce à l'entraînement.

Pour l'anecdote, signalons que le logicien Nicod a proposé pour la logique des propositions un système d'axiomes (correct et complet) qui repose sur un seul axiome et une seule règle d'inférence, et qui ne comprend en outre qu'un seul connecteur, l'incompatibilité (p / q) de Scheffer. Ce système a donc pour base *un seul rapport logique fondamental*,

une seule *vérité logique fondamentale*, qui est, il est vrai, assez complexe :

$$[p \mid (q \mid r)] \mid \langle [s \mid (s \mid s)] \mid \{(t \mid q) \mid [(p \mid t) \mid (p \mid t)]\} \rangle$$

et une seule *règle d'inférence* :

si p est un axiome ou un théorème et que $p \mid (q \mid t)$ est aussi un axiome ou un théorème, alors q est un théorème.

SÉMANTIQUE ET SYNTAXE

Dans ce chapitre consacré à la logique des propositions, nous avons commencé par supposer que nous avions, d'une manière ou d'une autre, une certaine connaissance du *sens* des connecteurs vérifonctionnels, c'est-à-dire des rapports logiques qu'ils établissent entre des propositions vraies ou fausses. Ces rapports logiques, qu'expriment les *tables de vérité*, nous les avons ensuite exploités dans toute une série de méthodes permettant de déterminer si une proposition complexe est ou non tautologique (vraie dans tous les cas) et si un raisonnement est ou non valide. Les principes de ces méthodes étaient toujours justifiés sur le plan sémantique, c'est-à-dire en tenant compte du sens des connecteurs concernés et de la manière dont ils affectent la vérité des formules dans lesquelles ils interviennent. Ainsi, nous avons justifié les transformations par équivalences en indiquant qu'elles garantissent que les nouvelles formules conservent les mêmes conditions de vérité que celles dont elles sont issues. De même, nous avons justifié les règles d'inférence de la déduction naturelle par le fait qu'elles capturent les propriétés logiques des connecteurs propositionnels. À cet égard, même la méthode axiomatique consistait au fond à capturer ces tables de vérité dans des vérités

logiques et des règles d'inférence fondamentales, qui avaient été choisies de manière telle qu'elles permettent d'obtenir comme théorèmes toutes les tautologies et rien qu'elles.

Comme c'était déjà le cas pour la déduction naturelle, la méthode axiomatique invite cependant à regarder autrement la logique des propositions. Elle permet en effet de considérer qu'un système formel est d'abord un jeu de manipulation de symboles et de formules selon des règles précises et qu'il n'y a pas besoin d'associer un sens aux symboles, formules et règles pour pouvoir pratiquer ce jeu. Il est possible d'appliquer des règles d'inférence aux axiomes de manière à obtenir des « théorèmes » en s'en tenant à un niveau purement *syntactique*, en mettant de côté la *sémantique* de ce jeu de transformations de formules. Dans cette perspective, on ne se préoccupe plus du fait que les axiomes du système sont des vérités logiques qui capturent certaines propriétés importantes du conditionnel vérifonctionnel ou du fait que les règles d'inférence sont valides et qu'elles permettent de « propager la vérité » de formule à formule. Le système formel vaut alors pour lui-même. Indépendamment de sa capacité à rendre compte des rapports logiques vérifonctionnels et de la rationalité déductive de la logique des propositions, on peut alors étudier ses propriétés purement syntaxiques et établir, par exemple, que tous ses axiomes sont indépendants les uns des autres, c'est-à-dire qu'il n'est pas possible de démontrer l'un d'entre eux à partir des autres (on parle alors de « simplicité » du système) ou encore établir qu'il n'y a aucune formule A telle que l'on puisse démontrer dans le système à la fois A et $\neg A$ (on parle alors de « consistance syntaxique » du système).

On passe au niveau *sémantique* lorsque l'on entreprend d'*interpréter* les symboles, c'est-à-dire de leur donner un sens. On considère alors – et c'est ce que nous avons fait jusqu'à présent – que les formules du langage logique représentent des propositions (simples ou composées) particulières, qui peuvent être soit vraies, soit fausses²⁹. Le passage au niveau sémantique suppose donc que l'on associe à chaque formule du langage une valeur de vérité V ou F . La fonction qui, à chaque formule, associe V ou F est appelée une *interprétation*. À cette interprétation, nous imposons évidemment des contraintes, qui correspondent à ce que disent les tables de vérité des différents connecteurs. Par exemple, si l'interprétation associe V à p , elle doit associer F à $\neg p$, ou encore, si elle associe V à p et F à q , elle doit associer F à $p \wedge q$. En fait, une fois que l'interprétation des symboles atomiques p , q , r , etc. est fixée, l'interprétation de toutes les autres formules l'est aussi. Par exemple, l'interprétation qui associe V à p , V à q et V à r associera nécessairement F à $(p \Rightarrow q) \wedge \neg r$ tandis que l'interprétation qui associe V à p , V à q et F à r associera V à $(p \Rightarrow q) \wedge \neg r$.

29. Notons que l'on peut trouver, pour ce système symbolique, d'autres « interprétations » et d'autres « applications » possibles que la logique des propositions. Par exemple, on pourrait considérer que chaque formule de ce système correspond à un montage électrique qui peut ou non laisser passer le courant. Les propositions atomiques sont des interrupteurs qui peuvent être ouverts ou fermés. Le connecteur $\neg$ correspond à l'inversion d'un interrupteur (si p est fermé et laisse passer le courant, $\neg p$ est ouvert et ne laisse pas passer le courant, et réciproquement) ; le connecteur $\wedge$ correspond à la mise en série (pour que ce montage laisse passer le courant, il faut que les interrupteurs soient tous deux fermés) ; le connecteur $\vee$ correspondra à la mise en parallèle (pour que le courant passe, il suffit que l'un des deux interrupteurs soit fermé), etc. Les règles de formation indiquent alors quelles sont toutes les formes possibles de circuits électriques. Les règles de transformation sont, quant à elles, des instructions formulées aux électriciens pour transformer des circuits qui ont certaines formes en circuits qui ont d'autres formes. Aussi longtemps qu'il s'agit de jouer gratuitement à manipuler des symboles, ces règles de transformation peuvent être parfaitement arbitraires. Mais, en revanche, dès qu'il s'agit de favoriser des interventions pertinentes de la part des électriciens, on se laisse guider, dans le choix des règles, par l'interprétation des connecteurs que nous venons de formuler et les propriétés des montages d'interrupteurs en série ou en parallèle.



Déduction

On appelle « modèle » d'une formule toute interprétation qui lui associe V. Par exemple, l'interprétation qui associe V à p et F à q est un modèle de la formule $p \vee q$. En revanche, elle ne sera pas un modèle de la formule $p \wedge q$. Une formule est *valide* si et seulement si toute interprétation possible est un modèle de cette formule, c'est-à-dire la rend vraie. Une formule est inconsistante si elle n'a aucun modèle, c'est-à-dire qu'aucune interprétation ne la rend vraie. On dit qu'une formule est *consistante* si elle a au moins un modèle, c'est-à-dire s'il existe au moins une interprétation qui rend la formule vraie. La formule $(p \Rightarrow q) \wedge \neg r$ sera donc dite consistante (puisque'il existe une interprétation qui la rend vraie) mais non valide (puisque toutes les interprétations ne la rendent pas vraie).

On l'aura compris, la méthode des tableaux sémantiques consiste en fait à rechercher, parmi les interprétation d'une formules, celles qui en constituent des modèles.

De manière plus explicite, on peut présenter la différence entre niveau syntaxique et niveau sémantique comme suit :

Au niveau syntaxique, on se donne

- un ensemble P d'atomes. $P = \{p, q, r, \text{etc.}\}$. (À ce niveau, p, q et r sont pris comme de purs symboles ; ils ne désignent pas (encore) des propositions atomiques) ;
- des connecteurs $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow$ et $\Leftrightarrow$, qui n'ont encore aucun sens ;
- les règles de formation de formules suivantes :
 1. Les atomes sont des formules.
 2. La négation d'une formule est une formule (si A est une formule, alors $\neg A$ est une formule).
 3. Si A et B sont des formules, alors $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \Rightarrow B)$ et $(A \Leftrightarrow B)$ sont des formules.
 4. Seules les expressions engendrées par les règles précédentes sont des formules³⁰.

Exemple : $(\neg p \Rightarrow q) \wedge r$ est une formule du calcul des propositions. En effet :

- p est une formule (règle 1)
- $\neg p$ est une formule (règle 2)
- q est une formule (règle 1)
- $(\neg p \Rightarrow q)$ est une formule (règle 3)
- r est une formule (règle 1)
- $(\neg p \Rightarrow q) \wedge r$ est une formule (règle 3)

Au niveau sémantique, on se donne, de plus, une interprétation I .

Une interprétation I d'un ensemble de formules associe à chacune d'entre elles soit le vrai, soit le faux. (À ce niveau, on peut considérer que les « formules », à commencer par les « atomes », sont des énoncés de la langue française qui sont soit vrais soit faux). I repose sur une fonction v qui associe à chaque atome soit le vrai, soit le faux. I est ensuite définie comme suit :

$I(p) = v(p) \forall p \in P$ (pour les propositions atomiques, la fonction I coïncide avec la fonction v)

$I(\neg A) = V$ si $I(A) = F$; $I(\neg A) = F$ si $I(A) = V$

$I(A \wedge B) = V$ si $I(A) = V$ et que $I(B) = V$; $I(A \wedge B) = F$ dans les (trois) autres cas

$I(A \vee B) = F$ si $I(A) = F$ et que $I(B) = F$; $I(A \vee B) = V$ dans les (trois) autres cas

$I(A \Rightarrow B) = F$ si $I(A) = V$ et que $I(B) = F$; $I(A \Rightarrow B) = V$ dans les (trois) autres cas

30. Les règles 2 et 3, on l'aura compris, peuvent être appliquées de manière récursive.

$I(A \Leftrightarrow B) = V$ si $I(A) = V$ et que $I(B) = V$ ou si $I(A) = F$ et que $I(B) = F$; $I(A \Leftrightarrow B) = F$ dans les deux autres cas.

On constate immédiatement que cette définition de I correspond aux tables de vérité introduites ci-dessus.

Il faut bien comprendre que la vérité est une notion sémantique. Au niveau syntaxique, une formule n'est ni vraie ni fausse. C'est seulement *pour une interprétation donnée* qu'une formule devient vraie ou fausse. Il faut aussi comprendre que c'est seulement par l'intermédiaire de la sémantique que l'on peut passer du langage à la réalité, du formalisme logique au monde. Au niveau syntaxique, une formule telle que $((p \Rightarrow q) \wedge \neg q) \Rightarrow \neg p$ n'est qu'une suite de symboles qui ne nous dit rien sur le monde. Au niveau sémantique, le fait que cette formule soit valide nous apprend que si l'on sait, par exemple, que pour toute barre de fer, l'élévation de température provoque la dilatation (on associe V à $p \Rightarrow q$), et que l'on sait qu'une barre de fer ne s'allonge pas (on associe V à $\neg q$), on peut en conclure que cette barre de fer n'est pas chauffée (l'interprétation associera nécessairement V à $\neg p$). Évidemment, la logique ne nous dit pas si nous avons raison de considérer que l'interprétation qui associe le vrai à $p \Rightarrow q$ et le vrai à $\neg q$ est conforme à ce qu'est le monde (c'est à la physique, non à la logique, de nous dire s'il est vrai qu'une barre de fer chauffée s'allonge), mais elle nous donne des informations concernant la propagation de la vérité.

Parce que nous étions d'emblée préoccupés des rapports entre la logique et les raisonnements exprimés dans le langage ordinaire, nous avons introduit des notions sémantiques (comme la vérité) dès les premières pages de cet ouvrage. Il est cependant tout à fait possible de commencer à traiter de logique par le niveau syntaxique (on a alors un ensemble de formules, auquel on peut ajouter des règles de transformations de formules en formules) et de s'intéresser seulement ensuite à l'interprétation des formules ainsi caractérisées.

Présenter de cette manière la méthode axiomatique ou la méthode de la déduction naturelle nous aurait permis de faire apparaître de manière particulièrement claire une question importante que nous avons souvent évoquée, mais pas encore traitée : celle du rapport entre les théorèmes (les formules que l'on peut dériver par les règles du jeu de la déduction naturelle ou par les règles du jeu du système axiomatique) et les tautologies (les formules qui sont vraies pour toutes leurs valuations en vertu des tables de vérité des connecteurs vérifonctionnels qui y interviennent). On peut en effet se demander, par exemple, quelles garanties nous avons que les règles d'introduction et d'élimination des connecteurs dans la méthode de la déduction naturelle capturent parfaitement les tables de vérité de ces connecteurs, de sorte que l'ensemble des théorèmes qui peuvent être obtenus par l'application de ces règles coïncident parfaitement avec l'ensemble des tautologies de la logique de propositions (tautologies que nous donnent, par exemple, les tables de vérité). Tous les théorèmes de la déduction naturelle sont-ils bien des tautologies ? Et toutes les formules tautologiques peuvent-elles bien être obtenues comme théorèmes de la déduction naturelle ? La première question est celle de la *correction* des règles de la déduction naturelle ; la seconde question est celle de leur *complétude*³¹. Et ces deux questions se posent exactement de la même manière pour le système axioma-

31. De cette complétude sémantique, il convient de distinguer notamment :

- la complétude syntaxique, qui exige que, pour toute expression bien formée A , on puisse soit démontrer A soit démontrer $\neg A$ dans le système ;



tique : les axiomes et règles d'inférence de ce système garantissent-ils que les théorèmes qui peuvent en être obtenus recouvrent bien *adéquatement* (c'est-à-dire tout à la fois correctement et complètement) les tautologies de la logique des propositions ?

Il faut bien voir que cela ne va pas de soi ! On pourrait imaginer, par exemple, que certaines formules tautologiques ne soient pas démontrables au moyen de la méthode de déduction naturelle ou au moyen de la méthode axiomatique. À l'inverse, on pourrait imaginer que certains théorèmes de la déduction naturelle ou du système axiomatique ne soient pas des tautologies. En fait, il est possible de démontrer – ce que nous ne ferons pas dans cet ouvrage d'introduction – que tant la déduction naturelle que le système axiomatique de Lukasiewicz permettent d'obtenir comme théorèmes toutes les tautologies et seulement elles. Dès lors, pour chacune des deux méthodes, il est vrai que tout théorème est une vérité logique (la méthode est correcte) et que toute vérité logique est un théorème (la méthode est complète) : $\vdash A$ si et seulement si $\models A$ ³². Cette précieuse correspondance, qui est donc possible pour la logique des propositions, n'est cependant pas universelle. Il y a en effet des parties de la logique pour lesquelles certaines vérités logiques ne peuvent être obtenues comme théorèmes à partir d'un système d'axiomes et de règles d'inférences.

- la décidabilité, qui exige que, pour toute expression bien formée A , il existe une méthode mécanique permettant de décider en un nombre fini d'étapes si cette formule est ou non valide dans le système ;

- la complétude au sens de la « *Vollständigkeit* » de Hilbert 1899, qui exige que le système soit maximale consistant, c'est-à-dire que l'on ne puisse pas lui ajouter un axiome (indépendant de ceux du système) sans que le système devienne inconsistant.

32. Au métalangage *sémantique*, que nous avons évoqué plus haut pour dire qu'une formule est valide ou qu'elle est la conséquence logique d'une autre, s'ajoute donc un métalangage *syntactique*, qui nous permet d'énoncer qu'une formule A est une « thèse » du système (c'est-à-dire qu'elle est formellement démontrable dans le système, ce que l'on note $\vdash A$) ou qu'elle est formellement déductible à partir d'une autre (ce que l'on note $B \vdash A$).



Logique des prédicats du premier ordre

Logique ancienne : Aristote et la Scolastique	72
Logique contemporaine	91



A Logique ancienne : Aristote et la Scolastique

TERMES ET TYPES DE PRÉDICATION

Les raisonnements que nous avons envisagés jusqu'ici ne faisaient intervenir que la combinaison vérifonctionnelle des propositions et leur évaluation ne demandait pas que ces propositions soient elles-mêmes décomposées. Cependant, d'autres raisonnements exigent d'analyser la structure logique des propositions elles-mêmes.

Exemple 58

Tous les actes explicitement interdits par la loi sont répréhensibles.

Certains commerces sont explicitement interdits par la loi.

Donc certains commerces sont répréhensibles.

Ce raisonnement (qui, du point de vue de la logique des propositions, relie trois propositions p , q et r , indépendantes les unes des autres) permet de dégager quelques caractéristiques importantes de la logique des prédicats telle qu'elle est née avec Aristote.

Tout d'abord, la logique aristotélicienne repose sur la *structure prédicative* : une propriété est attribuée à un sujet par l'intermédiaire du verbe (copule) « être ». Ce sont alors les *termes conceptuels* en position de *sujet* ou d'*attribut* qui constituent les particules élémentaires (les atomes) des raisonnements prédicatifs.

En outre, chaque énoncé possède une *qualité* et une *quantité*.

L'opposition selon la *qualité* distingue les énoncés affirmatifs et les énoncés négatifs. Nous avons déjà rencontré cette distinction dans le cadre de la logique propositionnelle.

L'opposition selon la *quantité* distingue le cas où la prédication a une portée *universelle* (« Tous les ... ») et le cas où la prédication a une portée *particulière* (« Certains ... »). Entre énoncés prédicatifs universels et énoncés prédicatifs particuliers faisant intervenir les mêmes concepts, il y a bien sûr des liens logiques très spécifiques, auxquels s'intéresse la logique des prédicats.

En combinant ces deux oppositions, Aristote obtient alors les quatre formes fondamentales de la prédication :

Universelle Affirmative (A) : Tous les carrés sont des rectangles

Universelle Négative (E) : Aucun triangle n'est un rectangle

Particulière Affirmative (I) : Certains rectangles sont des carrés³³

Particulière Négative (O) : Certains rectangles ne sont pas des carrés

Notons que ces formes logiques peuvent être exprimées de beaucoup de manières très différentes dans le langage quotidien, comme c'était le cas pour la logique des propositions. Par exemple, chacune des expressions suivantes sera interprétée comme une universelle affirmative :

33. Contrairement à ce que l'on pourrait penser, l'expression « Certains cygnes sont blancs » n'implique pas que certains ne le sont pas et n'exclut donc pas que tous les cygnes soient blancs.

Exemples

Tous les hommes sont mortels.

N'importe quel homme est mortel.

Être homme implique être mortel.

Il suffit d'être un homme pour être mortel.

Il est nécessaire d'être mortel pour être un homme.

Seuls les mortels peuvent être hommes.

Tandis que chacune des expressions suivantes sera interprétée comme une universelle négative :

Exemples

Aucun chien n'est un chat.

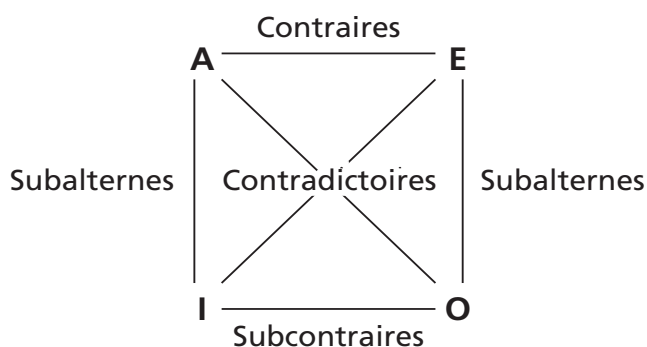
Un chien n'est jamais un chat.

Rien n'est à la fois chien et chat.

Il n'y a pas de chien-chat.

CARRÉ LOGIQUE ET INFÉRENCES IMMÉDIATES

Depuis Apulée, on représente par un « carré logique » certains rapports logiques immédiats qui lient les quatre formes fondamentales de la prédication :



Rapports de contradiction (les diagonales du carré)

« Tous les hommes sont mortels » (A) et « Certains hommes ne sont pas mortels » (O) sont des propositions contradictoires ; elles sont la négation l'une de l'autre ;

« Certains hommes sont généreux » (I) et « Aucun homme n'est généreux » (E) sont également des propositions contradictoires.



Ces rapports de contradiction donnent lieu aux inférences immédiates suivantes³⁴ :

Si une proposition est vraie, sa contradictoire est fausse ; si une proposition est fausse, sa contradictoire est vraie. A et O ne peuvent pas avoir la même valeur de vérité ; E et I ne peuvent pas avoir la même valeur de vérité. Si « Tous les hommes sont des pervers polymorphes » est une proposition vraie, « Certains hommes ne sont pas des pervers polymorphes » est une proposition fausse.

Rapports de subalternation (les côtés verticaux du carré)

« Certains étudiants sont passionnés » (I) est la proposition subalterne de « Tous les étudiants sont passionnés » (A) ; cette dernière (A) est la superalterne de la première (I).

« Certains étudiants ne sont pas passionnés » (O) est la proposition subalterne d'« Aucun étudiant n'est passionné » (E) ; cette dernière (E) est la superalterne de la première (O).

Ces rapports de subalternation donnent lieu aux inférences immédiates suivantes :

Si une proposition est vraie, sa subalterne est vraie. Si A est vraie, I est vraie. Si E est vraie, O est vraie. De « Tous les hommes sont mortels » je peux déduire « Certains hommes sont mortels » ; de « Aucun homme n'est un lion » je peux déduire « Certains hommes ne sont pas des lions ».

Si une proposition subalterne est fausse, sa « superalterne » est fausse. Si I est fausse, A est fausse. Si O est fausse, E est fausse. S'il est faux que « Certains chats sont des oiseaux », je peux déduire qu'il est faux que « Tous les chats sont des oiseaux » ; s'il est faux que « Certains perroquets ne sont pas des oiseaux », je peux déduire qu'il est faux que « Aucun perroquet n'est un oiseau ».

En revanche, de la vérité d'une proposition subalterne (I ou O), je ne puis rien déduire quant à la vérité ou la fausseté de sa superalterne (respectivement A ou E). De la vérité de « Certains rectangles sont des losanges », je ne peux pas déduire que « Tous les rectangles sont des losanges » ; de la vérité de « Certains aimaux marins ne sont pas des poissons », je ne puis pas déduire « Aucun animal marin n'est un poisson ».

De même, de la fausseté de A ou de E, je ne puis rien déduire quant à la vérité ou la fausseté de leurs subalternes (respectivement I et O). Si je sais qu'il est faux que « Tous les hommes sont pauvres », je ne peux pas en déduire qu'il est faux que « Certains hommes sont pauvres » ; il se peut que certains hommes soient pauvres, mais pas tous ; de la même manière, si je sais qu'il est faux que « Aucun homme n'est allé sur la Lune », je ne peux pas pour autant en déduire qu'il est faux que « Certains hommes ne sont pas allés sur la Lune ».

Bien qu'elles aient été acceptées par Aristote, les règles d'inférence de la subalternation ont été contestées par d'autres logiciens, qui soulignent que ces règles ne sont valides que pour autant que l'on admette certaines *conditions d'existence implicites*. Ainsi, la vérité de la proposition universelle négative « Aucune licorne n'est carnivore (E) » n'implique pas qu'il existe des licornes, alors que sa subalterne « Certaines licornes ne sont pas carnivores (O) »

34. Nous verrons par la suite que d'autres inférences entre de telles propositions – les « syllogismes » – exigent l'intervention d'une seconde prémisses et la mise en rapport de trois termes.

suppose cette existence. Dès lors, de la vérité de la première, je ne peux déduire la vérité de la seconde que si j'admets l'existence de licornes. De la même façon, la proposition particulière affirmative « Certains vampires sont cannibales (I) » exige, pour être vraie, l'existence de vampires ; alors que l'universelle affirmative « Tous les vampires sont cannibales » peut être vraie s'il n'existe pas de vampires et est d'ailleurs trivialement vraie dans ce cas (ce que veut dire l'universelle affirmative, c'est, en effet, que « Si il y a des vampires, ils sont cannibales »). Dès lors, on ne peut appliquer la règle de la subalternation, qui permet de déduire « Certains vampires sont cannibales » de « Tous les vampires sont cannibales », que si l'on est prêt à admettre l'existence de vampires.

Rapports de contrariété (le côté supérieur du carré)

« Tous les hommes sont mortels » (A) et « Aucun homme n'est mortel » (E) sont des propositions contraires.

Ces rapports de contrariété donnent lieu aux inférences immédiates suivantes :

Si une proposition est vraie, sa contraire est fausse. A et E ne peuvent être toutes deux vraies (mais elles peuvent être toutes deux fausses). S'il est vrai que « Tous les hommes sont mortels », il est faux que « Aucun homme n'est mortel ».

En revanche, de la fausseté d'une proposition, je ne peux rien conclure concernant la vérité ou la fausseté de sa contraire. « Tous les hommes sont généreux » et « Aucun homme n'est généreux » peuvent être toutes deux fausses (ce sera le cas si certains hommes sont généreux et d'autres non).

À nouveau, la règle de contrariété n'est acceptable que lorsque l'on suppose admise l'existence de ce dont on parle : s'il n'y a pas de centaures, « Tous les centaures sont généreux » et « Aucun centaure n'est généreux » peuvent être vraies en même temps.

Rapports de subcontrariété (la base inférieure du carré)

« Certains cours sont passionnants » (I) et « Certains cours ne sont pas passionnants » (O) sont des propositions subcontraires.

Ces rapports de subcontrariété donnent lieu aux inférences immédiates suivantes :

Si une proposition est fausse, sa subcontraire est vraie. I et O ne peuvent pas être toutes deux fausses (mais elles peuvent être toutes deux vraies). « Certains couples sont mariés » et « certains couples ne sont pas mariés » ne peuvent être fausses en même temps. S'il est faux que certains couples sont mariés, il doit être vrai que certains couples ne sont pas mariés.

En revanche, de la vérité d'une proposition, je ne peux rien conclure concernant la vérité ou la fausseté de sa subcontraire. Les propositions « Certains couples sont mariés » et « Certains couples ne sont pas mariés » peuvent être toutes deux vraies.

À nouveau, la règle de subcontrariété n'est acceptable que lorsque l'on suppose admise l'existence de ce dont on parle. Car « Certains démons sont barbus » et « Certains démons ne sont pas barbus » peuvent être fausses en même temps s'il n'y a pas de démons.

À ces règles déductives, que synthétise le carré logique, s'ajoutent d'autres inférences tout aussi immédiates :



Opérations de conversion

La *conversion* consiste à inverser les termes (sujet et prédicat) d'une proposition prédicative.

Cette opération s'applique sans problème aux propositions de type I et E, pour lesquelles les rôles joués par le sujet et le prédicat sont symétriques. Dans ce cas, on parle de *conversion simple*. De « Certains animaux aquatiques sont mammifères », je peux déduire que « Certains mammifères sont des animaux aquatiques » et réciproquement. De « Aucun oiseau n'est mammifère », je peux déduire que « Aucun mammifère n'est un oiseau » et réciproquement.

On applique aussi une « conversion » aux propositions de type A, mais ce que l'on peut alors déduire, c'est une proposition de type I. Dans ce cas, on parle de *conversion par accident*. De « Tous les hommes sont mammifères (A) », je ne peux pas déduire « Tous les mammifères sont des hommes (A) ». Ce que je puis déduire, en inversant les termes, c'est que « Certains mammifères sont des hommes (I) ». Une fois encore, la règle de conversion par accident n'est valable que si l'on pose certaines conditions d'existence. Si les elfes n'existent pas, « Tous les elfes sont des demi-dieux » est vrai (« S'il y a des elfes, ce sont des demi-dieux ») tandis que « Certains demi-dieux sont des elfes » (qui présuppose l'existence des demi-dieux et des elfes) est faux.

Une proposition de type O, par contre, ne se convertit pas. De « Certaines araignées ne sont pas des insectes », je ne puis rien déduire à propos des insectes (ni qu'il y en a qui sont des araignées, ni qu'il y en a qui ne le sont pas, ni que tous le sont, ni qu'aucun ne l'est).

Opérations d'obversion

L'obversion consiste à changer la qualité de la prédication (transformer les affirmatives en négatives ou réciproquement) et à compenser cette modification en niant l'attribut ou « prédicat ». Les propositions « Tous les hommes sont mortels » et « Aucun homme n'est immortel » sont équivalentes. Les propositions « Certains hommes ne sont pas voyants (aptes à voir) » et « Certains hommes sont non voyants » sont équivalentes.

SYLLOGISMES CATÉGORIQUES

Sur la seule base des règles d'inférence immédiates, on peut déjà reconnaître la validité de toute une série d'inférences simples, comme celle du raisonnement suivant, qui est une conversion par accident :

Exemple 59

Tout contrat formé sur simple échange oral des consentements est valable entre les parties.

Donc certains contrats valables entre les parties sont formés sur simple échange oral des consentements.

Cependant, en plus des *inférences immédiates* que nous venons d'envisager, Aristote considère une série d'*inférences médiate*s où des rapports prédicatifs entre deux termes sont conclus à partir de leurs rapports prédicatifs avec un même troisième, qui sert d'intermédiaire (de moyen

terme) au raisonnement. Tel est le principe des *sylogismes* aristotéliens. Un syllogisme est donc un raisonnement qui se compose de deux prémisses prédictives ayant un terme en commun et d'une conclusion prédictive reprenant chacun des deux termes qui ne figuraient que dans une seule des deux prémisses.

Exemple 60

Tous les hommes sont mortels
Les Grecs sont des hommes
Donc les Grecs sont mortels

On appelle *moyen terme* le terme (ici « homme ») qui se trouve deux fois dans les prémisses, mais pas dans la conclusion ; on appelle *petit terme* (ou *petit extrême*) le sujet de la conclusion (ici « Grec ») et *grand terme* (ou *grand extrême*) le prédicat de la conclusion.

La prémisses *majeure* est la prémisses qui contient le grand terme (« Tous les hommes sont mortels ») ; la prémisses *mineure* est la prémisses qui contient le petit terme (« Les Grecs sont des hommes »). Par convention, on énonce en général la majeure avant la mineure.

Évidemment, tous les raisonnements qui répondent à cette structure syllogistique ne sont pas valides.

Exemple 61

Tous les hommes sont mortels
Les chats sont mortels
Donc les chats sont des hommes

Aristote s'est efforcé d'identifier les formes valides de raisonnement syllogistique et la tradition logique (notamment scolastique) a entrepris de systématiser cette étude pour dégager une série de règles précises permettant de distinguer les syllogismes valides de ceux qui ne le sont pas. Ces efforts ont abouti à la *théorie des syllogismes*.

On peut, tout d'abord, se demander combien il y a de formes (valides ou non valides) de syllogisme possibles. Pour répondre à cette question, il faut se rappeler qu'un syllogisme comporte trois propositions (deux prémisses et une conclusion) et que chacune d'entre elles peut avoir une des quatre formes fondamentales de la prédication (A, E, I ou O). Il y a dès lors 64 (= 4³) *modes* de syllogisme possibles (AAA, AAE, AAI, etc.).

Ce n'est pas tout : pour chaque mode (par ex. AAA), on peut construire 4 syllogismes qui se différencient par la position qu'occupe le moyen terme dans chacune des prémisses.

Exemple 62

Tous les **aliénés** sont déments
Tous les *fous* sont **aliénés**
Donc tous les *fous* sont déments

Exemple 63

Tous les déments sont **aliénés**
Tous les *fous* sont **aliénés**
Donc tous les *fous* sont déments

Exemple 64

Tous les **aliénés** sont déments
Tous les **aliénés** sont *fous*
Donc tous les *fous* sont déments

Exemple 65

Tous les déments sont **aliénés**
Tous les **aliénés** sont *fous*
Donc tous les *fous* sont déments



Déduction

On distingue ainsi 4 figures différentes :

	Dans la prémisses majeure	Dans la prémisses mineure
1 ^{re} figure	Sujet	Prédicat
2 ^e figure	Prédicat	Prédicat
3 ^e figure	Sujet	Sujet
4 ^e figure	Prédicat	Sujet

On obtient finalement 256 (= 4 x 64) formes de syllogismes différents. Or, parmi ces 256 syllogismes, on peut montrer qu'il n'y en a que 15 qui soient valides. Pour retenir facilement quelles sont ces formes de syllogisme valides, la tradition les a classés par figure et leur a donné des noms en fonction de leur mode : les voyelles de ces noms indiquent la forme de prédication (A, E, I ou O) des prémisses et de la conclusion.

Les 15 syllogismes valides sont les suivants :

- 1^{re} figure : *Barbara, Celarent, Darii, Ferio*
- 2^e figure : *Cesare, Camestres, Festino, Baroco*
- 3^e figure : *Disamis, Datisi, Bocardo, Ferison*
- 4^e figure : *Camenes, Dimaris, Fresison*³⁵

Ainsi, le syllogisme de la première figure en *Barbara* a-t-il la forme suivante :

Tous les M sont G
Tous les P sont M

Tous les P sont G

Exemple 60

Tous les hommes sont mortels
Les Grecs sont des hommes

Donc les Grecs sont mortels

Pour retrouver la forme de ce syllogisme à partir de son nom, il faut procéder de la manière suivante :

1. Tout d'abord, on place les termes de la conclusion. Le petit terme (P) est par définition le sujet de la conclusion et le grand terme (G) son prédicat ;

P G

2. Ensuite, c'est le moyen terme (M) qui est placé dans les prémisses en fonction de la figure. Comme il s'agit ici d'un syllogisme de la première figure, le moyen terme doit être sujet de la prémisses majeure (que l'on note généralement en premier) et prédicat de la prémisses mineure (cf. tableau ci-dessus) ;

M M

P G

35. Aux 15 syllogismes valides, on peut encore en ajouter 9 « quasi valides » qui deviennent valides si l'on fait l'hypothèse que certaines conditions d'existence sont remplies. Ce sont les syllogismes suivants (qui sont obtenus à partir des syllogismes valides en remplaçant à chaque fois la conclusion universelle par la conclusion particulière correspondante ou une prémisses particulière par la prémisses universelle correspondante) :

(1^{re} fig.) *Barbari, Celaro*
(2^e fig.) *Camestros, Cesaro*
(3^e fig.) *Darapti, Felapton*
(4^e fig.) *Camenos, Bramantip, Fesapo*

3. Le grand terme et le petit terme trouvent alors leur place dans les prémisses (respectivement la majeure et la mineure) à l'endroit laissé vacant par le moyen terme ;

M	G
P	M
P	G

4. Enfin, les prédictions sont notées avec leur quantité et leur qualité en fonction du mode de syllogisme que traduit son nom (*Barbara* $\Rightarrow$ AAA).

Tous les	M	sont	G
Tous les	P	sont	M
Tous les	P	sont	G

Autre exemple : le syllogisme de la première figure en *Darii* a la forme suivante :

Tous les M sont G	Le syllogisme en <i>Darii</i> étant de la même figure que celui en <i>Barbara</i> , le raisonnement pour le construire est le même que pour <i>Barbara</i> jusqu'à la dernière étape où les deux se distinguent alors par leurs modes.
Certains P sont M	
Certains P sont G	

L'exemple 58, par lequel nous avons entamé cette partie consacrée à la logique des prédicats, était un syllogisme en *Darii* et était donc valide.

Exemple 58

Tous les actes explicitement interdits par la loi sont répréhensibles.
Certains commerces sont explicitement interdits par la loi.
Donc certains commerces sont répréhensibles.

Autre exemple encore : le syllogisme de la seconde figure en *Baroco* :

Tous les G sont M
Certains P ne sont pas M
Certains P ne sont pas G

Les exemples 2, 29, 32 et 33, qui nous avaient servi à expliquer la notion de validité déductive formelle au début du premier chapitre, répondaient à cette forme de syllogisme en *Baroco* et étaient donc valides.

Exemple 29

Seuls les actes explicitement interdits par la loi sont répréhensibles.
Certains détournements d'argent ne sont pas explicitement interdits par la loi.
Donc certains détournements d'argent ne sont pas répréhensibles.

Ce raisonnement est bien un syllogisme en *Baroco*. Pour s'en convaincre, il suffit de reformuler la première prémisses comme suit : « Tous les (actes) répréhensibles sont explicitement interdits par la loi ».

Si, comme les logiciens médiévaux, on connaît par cœur les noms des 15 syllogismes valides et leur figure, on peut déterminer, pour n'importe quel raisonnement syllogistique, s'il est



Déduction

valide ou non. Il suffit de repérer la figure et le mode du raisonnement et de vérifier s'il fait partie de la liste mémorisée par cœur. Ainsi, dans l'exemple 61 ci-dessus :

Exemple 61

Tous les hommes sont mortels
Les chats sont mortels
Donc les chats sont des hommes

le moyen terme est « mortel » et il figure comme prédicat dans les deux prémisses ; il s'agit donc d'un raisonnement de la seconde figure (cf. tableau). Par ailleurs, son mode est AAA. Or, il n'existe aucun nom dont les trois voyelles sont a dans la liste des syllogismes valides de la seconde figure : *Cesare*, *Camestres*, *Festino*, *Baroco*. Le raisonnement en question n'est donc pas valide.

En revanche, le raisonnement suivant :

Exemple 66

Tous les États européens sont représentés à l'ONU.
Aucune des îles Baléares n'est représentée à l'ONU.
Donc aucune des îles Baléares n'est un État européen.

est valide. Son moyen terme (« représenté à l'ONU ») figure comme prédicat des deux prémisses ; il s'agit donc également d'un raisonnement de la seconde figure. Son mode est AEE. Or, dans les syllogismes valides de la 2^e figure, on trouve bien le nom *Camestres*.

De la même façon, on vérifiera que le raisonnement suivant :

Exemple 67

Nul n'est dispensé de voter à moins qu'il soit mineur.
Les députés sont toujours majeurs.
Donc aucun député n'est dispensé de voter.

qui doit être compris comme : Aucun majeur n'est dispensé de voter.
 Tous les députés sont majeurs.
 Donc aucun député n'est dispensé de voter.

est un raisonnement de la première figure en EAE, comme la forme valide *Celarent*.

À l'inverse, on vérifiera que le raisonnement :

Exemple 68

Qui est déchu de ses droits civils n'est pas éligible.
Certains criminels ne sont pas déchus de leurs droits civils.
Donc certains criminels sont éligibles.

est un raisonnement en EOI de la première figure (*Barbara*, *Celarent*, *Darii*, *Ferio*), où on ne peut trouver aucun syllogisme valide en EOI. Il n'est donc pas valide.

L'ingéniosité de la théorie aristotélicienne et scolastique des syllogismes ne s'arrête cependant pas là.

D'une part, en effet, les logiciens de la tradition se sont efforcés de formuler des critères permettant de déceler très rapidement certaines formes de syllogismes non valides :

- Deux prémisses affirmatives ne peuvent jamais impliquer une conclusion négative ;
- Si une prémisses est négative, la conclusion ne peut être affirmative ;
- Si une prémisses est particulière, la conclusion ne peut être universelle ;
- De deux prémisses négatives, on ne peut rien conclure ;
- De deux prémisses particulières, on ne peut rien conclure.

Ces critères tout simples permettent par exemple de rejeter le raisonnement de l'exemple 68, qui viole les règles 2 et 4. Ils ne suffisent cependant pas à écarter le raisonnement de l'exemple 61, qui ne viole aucune des cinq règles précédentes, et est pourtant non valide³⁶.

D'autre part, Aristote et ses héritiers scolastiques avaient montré que les 15 formes de syllogisme valides pouvaient être ramenées par des opérations simples aux quatre modes valides de la première figure (*Barbara, Celarent, Darii, Ferio*), jugés plus fondamentaux. Ces opérations simples sont l'*inversion de l'ordre* (la permutation) des prémisses, des *conversions simples*, des *conversions par accident* ou encore un petit *raisonnement par l'absurde*.

La tradition scolastique a désigné par une consonne chacune de ces opérations simples et a tenu compte de ces désignations pour dénommer les syllogismes des 2^e, 3^e et 4^e figures. Chacun de ceux-ci, en effet, révèle non seulement son *mode* par ses *voyelles*, mais révèle également, par ses *consonnes*, le *nom du syllogisme de la première figure* auquel il peut être ramené et les *opérations* à effectuer pour réaliser cette réduction : la consonne initiale renvoie en effet au syllogisme de la 1^{re} figure qui débute par la même consonne ; les autres consonnes ont les significations suivantes :

- S indique qu'il faut faire une conversion simple ;
- P indique une conversion partielle (ou conversion par accident) ;
- M qu'il faut (per)muter les prémisses ;
- C qu'il faut utiliser la méthode par contradiction (par l'absurde) ;
- Les consonnes restantes ne sont pas significatives.

Ces opérations s'appliquent à chaque fois à la proposition désignée par la voyelle qui précède³⁷.

Ainsi, *Camestres* peut être ramené à *Celarent* (C) en effectuant les opérations suivantes : permutation (M) des prémisses, conversion simple (S) de la mineure (E) et conversion simple (S) de la conclusion (E).

36. Des critères supplémentaires de validité, relatifs à la « distribution » des termes les uns par rapport aux autres, avaient dès lors été formulés, et en particulier les critères suivants :

- Le moyen terme doit être le sujet d'une A ou l'attribut d'une O ;
- Si la conclusion est une A, son sujet doit être, dans les prémisses, le sujet d'une A ou l'attribut d'une O ;
- Si la conclusion est une O, son attribut doit être, dans les prémisses, le sujet d'une A ou l'attribut d'une O.

37. Les syllogismes « quasi valides » *Barbari, Celaro, Camestros, Cesaro* et *Camenos* ne sont pas concernés par la réduction à la première figure dont il est ici question ; on les rattache aux syllogismes valides dont ils proviennent, à savoir *Barbara, Celarent, Camestres, Cesare* et *Camenes*.



Exemple 66

Tous les États européens sont représentés à l'ONU.

Aucune des îles Baléares n'est représentée à l'ONU.

Donc aucune des îles Baléares n'est un État européen.

est ainsi transformé en :

Exemple 69

Aucun représenté à l'ONU n'est une île Baléares.

Tous les États européens sont représentés à l'ONU.

Donc aucun État européen n'est une île Baléares.

qui est bien un syllogisme en *Celarent*.

Quant à *Baroco*, il est ramené à *Barbara* (B) par un raisonnement par l'absurde (C).

Exemple 29

Tous les actes répréhensibles sont explicitement interdits par la loi.

Certains détournements d'argent ne sont pas explicitement interdits par la loi.

Donc certains détournements d'argent ne sont pas répréhensibles.

Si « Tous les détournements d'argent étaient répréhensibles » (contradiction de la conclusion), nous aurions, en vertu de *Barbara* et étant donné que « Tous les actes répréhensibles sont explicitement interdits par la loi » (première prémisse), pour conséquence que « Tous les détournements d'argent sont explicitement interdits par la loi », ce qui est contradictoire avec la seconde prémisse. Par l'absurde et *Barbara*, nous pouvons donc conclure que *Baroco* est valide.

TRAITEMENT ENSEMBLISTE : LES DIAGRAMMES DE VENN

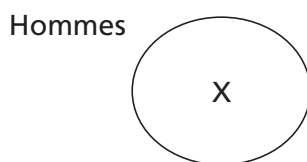
Aussi ingénieuse qu'elle soit, la théorie aristotélicienne et scolastique des syllogismes ne permet de se prononcer que sur la validité de raisonnements prédicatifs très simples (les syllogismes) et ne fournit pas un ensemble de règles d'inférence précises capables de fonder un authentique *calcul* des prédicats comparable à celui que nous avons envisagé pour la logique des propositions. Par ailleurs, le fait même qu'il soit ainsi possible de ramener tous les syllogismes valides à quelques-uns d'entre eux par des opérations aussi simples que la permutation des prémisses ou des conversions simples témoigne du caractère quelque peu artificiel de leur classification par Aristote : comme vont le montrer les diagrammes de Venn, c'est en fait un seul et même raisonnement qui est exprimé par les syllogismes *Ferio*, *Festino*, *Ferison* ou *Fresison*. Au-delà de l'identification de la liste des syllogismes valides et de la formulation de quelques critères simples d'exclusion, il convenait donc de repérer des principes logiques plus fondamentaux permettant de retrouver systématiquement cette liste et ces critères.

C'est une fois encore à Frege que reviendra ce mérite. Mais, avant lui, s'était déjà dégagée une des clés de ce calcul des prédicats, à savoir le traitement *ensembliste* des concepts. Si on

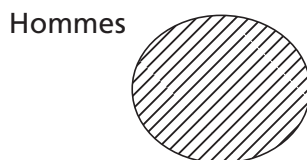
considère, en effet, qu'un concept délimite un ensemble d'objets qui satisfont sa définition, on peut penser les rapports de prédication entre concepts comme des rapports d'inclusion entre les ensembles qu'ils définissent³⁸. Ainsi, la proposition universelle affirmative qui énonce que « Tous les hommes sont mortels » affirme que l'ensemble des hommes est inclus dans celui des mortels. Et la proposition particulière affirmative « Certains hommes sont végétariens » énonce que l'ensemble des hommes est partiellement inclus dans celui des végétariens, c'est-à-dire qu'ils ont une intersection non vide.

Fondés sur des suggestions de Leibniz et Euler, les diagrammes de John Venn fournissent une représentation particulièrement pratique des relations entre ensembles. Les ensembles d'objets y sont graphiquement représentés par des surfaces ovales qui peuvent partager des régions communes. Une région hachurée est une région que l'on sait vide ; une région pourvue d'une croix est une région dont on sait qu'elle contient au moins un élément ; une région blanche est une région pour laquelle nous ne disposons pas d'informations (elle peut être vide ou non).

Ainsi, la proposition « Il y a des hommes » est représentée de la manière suivante :



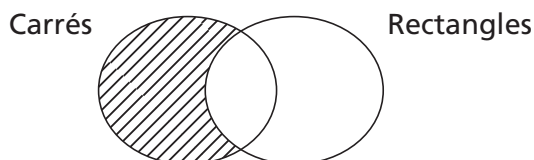
Quant à la proposition « Il n'y a pas d'hommes », elle est représentée comme ceci :



Les quatre formes fondamentales de la prédication, pour leur part, sont représentées de la manière suivante :

L'universelle affirmative (A) :

Tous les carrés sont des rectangles



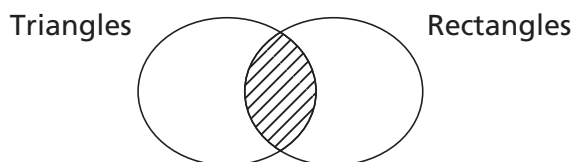
38. Le traitement ensembliste fait apparaître l'articulation qui existe entre l'« intension » (ou « compréhension ») d'un concept et son « extension ». Envisager un concept en « intension », c'est l'envisager d'après son sens et ses traits définitoires (un ornithorynque est un mammifère ovipare semi-aquatique à bec corné, à longue queue plate et aux pattes palmées) tandis que l'envisager en extension, c'est l'envisager d'après les ensembles d'objets qu'il délimite (ici, l'ensemble des ornithorynques). On comprend qu'en précisant le sens d'un concept (de « mammifère », on passe à « mammifère ovipare »), on en restreint l'extension (l'ensemble des mammifères ovipares est un sous-ensemble des mammifères). Comme on le dit parfois, l'extension d'un concept est inversement proportionnelle à son intension.



Déduction

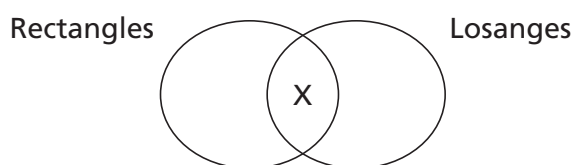
L'universelle négative (E) :

Aucun triangle n'est un rectangle



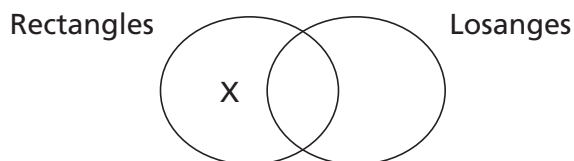
La particulière affirmative (I) :

Certains rectangles sont des losanges



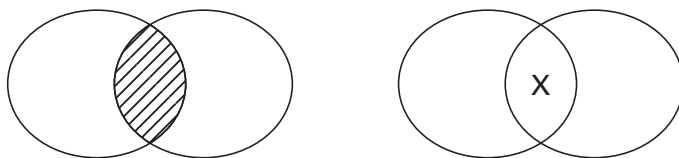
La particulière négative (O) :

Certains rectangles ne sont pas des losanges

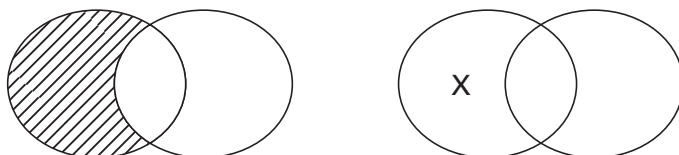


Il est intéressant de noter qu'on voit immédiatement sur ces diagrammes que les propositions universelles affirmatives et négatives n'impliquent aucune présupposition d'existence contrairement aux propositions particulières. En outre, les rapports logiques entre les quatre formes fondamentales de la prédication (rapports qu'exprime le carré logique) et les inférences immédiates qu'elles autorisent sont immédiatement lisibles sur ces diagrammes.

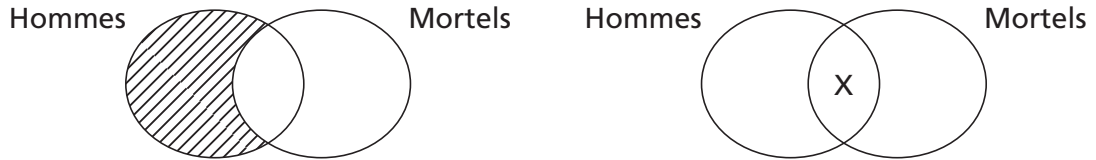
Ainsi, les rapports de *contradiction* entre E et I apparaissent très clairement si l'on compare leurs diagrammes :



et de même pour A et O :

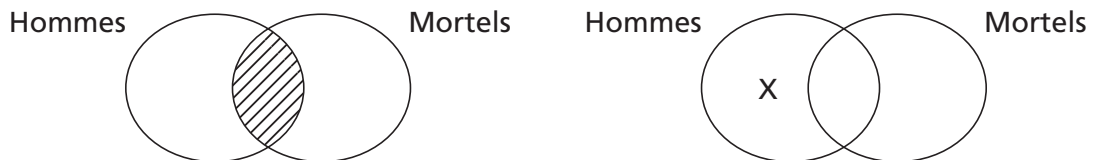


Que, par *subalternation*, on puisse passer de A (« Tous les hommes sont mortels ») à I (« Certains hommes sont mortels ») si on est sûr qu'il y a des hommes, est également évident à partir de l'examen de leurs diagrammes :

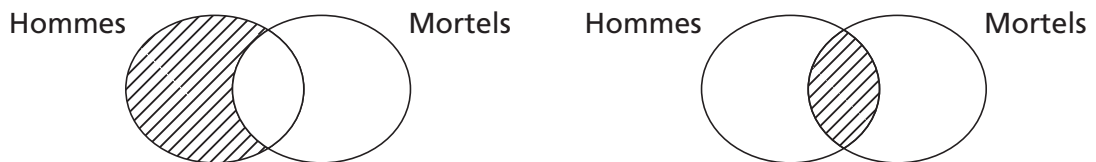


Si on sait qu'il existe des hommes, il faut pouvoir mettre la croix quelque part dans l'ensemble des Hommes. Or, puisque seule l'intersection avec « Mortel » n'est pas hachurée, c'est là que doit se situer la croix.

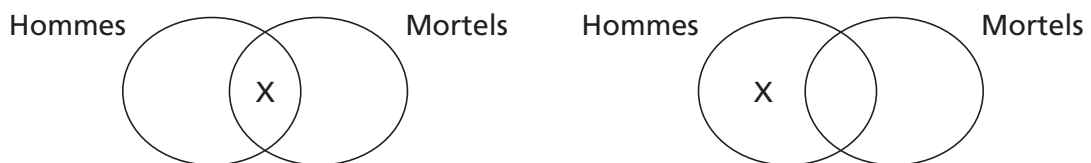
On se persuadera, d'une manière analogue, que si l'on sait qu'il y a des hommes, la proposition E implique la proposition O :



Quant aux rapports de *contrariété* entre les propositions A et E, ils apparaissent eux aussi clairement sur les diagrammes si l'on suppose qu'il y a des hommes :



Et il en va encore de même pour les rapports de *subcontrariété* entre les diagrammes des propositions I et O :



Enfin, pour donner un ultime exemple d'inférence immédiate, notons encore que l'aspect symétrique du diagramme de I ou de celui de E rend compte de ce que l'opération de *conversion simple* s'applique sans problème aux propositions de ces deux types :





Déduction

De plus, il est remarquable que, en représentant graphiquement trois ensembles, on peut retrouver par les diagrammes de Venn tous les syllogismes valides d'Aristote.

Ainsi en va-t-il, par exemple, du syllogisme en *Barbara* (AAA de la première figure) :

Exemple 60

Tous les M sont G

Tous les P sont M

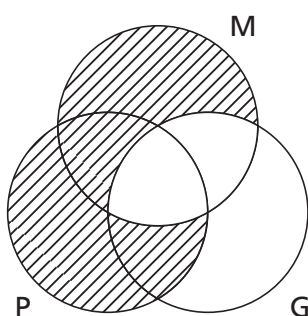
Tous les P sont G

Tous les hommes sont mortels

Les Grecs sont des hommes

Donc les Grecs sont mortels

Ce raisonnement peut être schématisé au moyen des diagrammes suivants :



Sur ce diagramme, la conclusion suit clairement des prémisses ; il n'y a de P que dans l'intersection avec G.

Autre exemple : nous avons vu que le syllogisme de la première figure en *Darii* a la forme suivante :

Exemple 58

Tous les M sont G

Certains P sont M

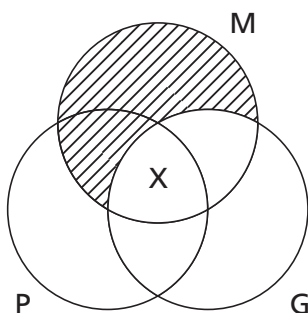
Certains P sont G

Tous les actes explicitement interdits par la loi sont répréhensibles.

Certains commerces sont explicitement interdits par la loi.

Donc certains commerces sont répréhensibles.

Il sera donc représenté :



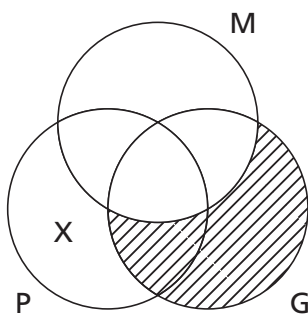
Sur ce diagramme, la conclusion apparaît comme la conséquence nécessaire des prémisses ; il y a des P qui sont G. Notons que, lorsqu'une des prémisses est, comme ici, particulière, il est préférable de l'inscrire dans le diagramme après la prémisses universelle (même si, dans le

raisonnement lui-même, les prémisses sont proposées dans l'ordre inverse). En effet, une fois l'universelle transcrite sur le diagramme (par des régions hachurées), on voit mieux où on peut encore mettre la croix de la particulière. On s'en convaincra en examinant, par exemple, le cas du syllogisme en *Bocardo* de la 3^e figure.

Autre exemple encore : le syllogisme de la seconde figure en *Baroco* (Ex. 2, 29, 32 et 33)

Tous les G sont M
Certains P ne sont pas M

Certains P ne sont pas G

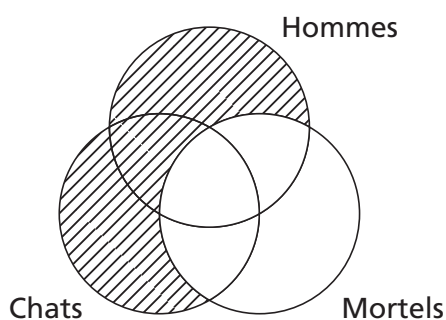


Encore une fois, le diagramme permet de constater que la conclusion découle des prémisses. En revanche, nous avons vu que le raisonnement suivant (AAA de la seconde figure) ne correspond à aucune des formes syllogistiques valides :

Exemple 61

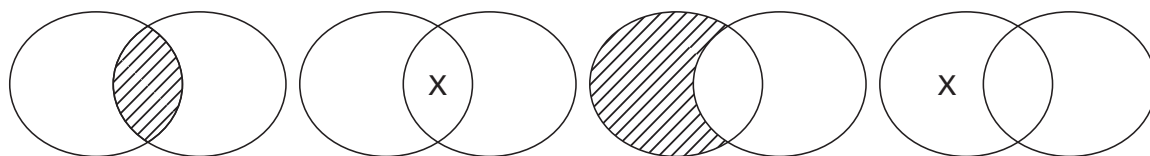
Tous les hommes sont mortels
Les chats sont mortels
Donc les chats sont des hommes

Cela apparaît immédiatement sur les diagrammes de Venn :



Que tous les chats soient des hommes ne découle pas de ce diagramme, puisqu'il reste une région de l'ensemble « Chat » hors intersection avec l'ensemble « Homme » qui n'est pas hachurée.

D'une manière générale, une conclusion syllogistique est possible si, une fois que l'on a introduit les informations fournies par les prémisses dans le diagramme, on voit apparaître l'une des quatre figures suivantes entre l'ensemble du grand terme et celui du petit terme :



Nous avons indiqué précédemment que les logiciens anciens jugeaient les syllogismes de la première figure plus naturels que les autres. Leur représentation au moyen des diagrammes de Venn fait apparaître ce caractère « naturel » :

En ce qui concerne les deux premiers (*Barbara* et *Celarent*), la mineure affirme que l'ensemble du petit terme est inclus dans celui du moyen terme (« Tous les Grecs sont des hommes »). Ce que la majeure dit du moyen terme – qu'il est inclus dans l'ensemble du grand terme (cas *Barbara* : « Tous les hommes sont mortels ») ou disjoint de l'ensemble du grand terme (cas *Celarent* : « Aucun homme n'est un chat ») – est donc *a fortiori* vrai du petit terme. C'est ce qu'exprime la conclusion : « Tous les Grecs sont mortels » ou « Aucun grec n'est un chat ».

Dans les deux autres cas (*Darii* et *Ferio*), la mineure affirme qu'une partie de l'ensemble du petit terme est incluse dans l'ensemble du moyen terme (« Certains commerces sont interdits par la loi »). Ce que la majeure dit du moyen terme – qu'il est inclus dans l'ensemble du grand terme (cas *Darii* : « Tous les actes interdits par la loi sont répréhensibles ») ou disjoint du grand terme (cas *Ferio* : « Aucun acte interdit par la loi n'est avouable ») – est donc également vrai d'une partie de l'ensemble du petit terme. C'est ce qu'exprime la conclusion : « Certains commerces sont répréhensibles » ou « Certains commerces ne sont pas avouables ».

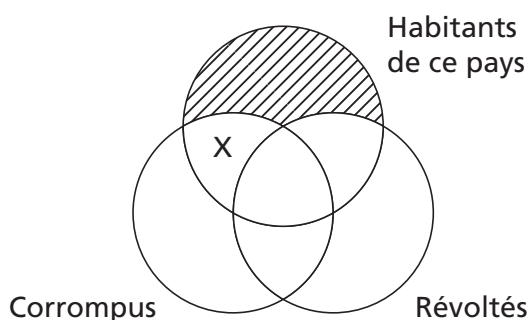
ALGÈBRE DE BOOLE

Les diagrammes de Venn permettent encore de représenter d'autres types de raisonnements, qui font intervenir des prémisses plus complexes que les énoncés catégoriques dont il a été question jusqu'à présent et des raisonnements plus complexes que les syllogismes aristotéliens.

Exemple 70

Tout habitant de ce pays est ou corrompu ou révolté
Il y a des habitants de ce pays qui ne sont pas révoltés
Donc il y a des corrompus qui ne sont pas révoltés

La validité de ce raisonnement apparaît immédiatement sur les diagrammes de Venn :



La méthode des diagrammes a cependant des limites. Par exemple, une proposition aussi simple que « Certains animaux sont des chats ou des chiens » ou même « Il y a des chats ou des chiens » ne se prête pas bien à la représentation graphique. En outre, les diagrammes de Venn deviennent difficiles à utiliser dès qu'il y a plus de trois termes en jeu ; au-delà de quatre termes, il est même tout simplement impossible de produire une représentation graphique qui fasse apparaître toutes les intersections possibles entre les différents ensembles.

L'algèbre de Boole dépasse ces limites liées à la représentation graphique tout en conservant l'essentiel de la conception ensembliste. Nous n'explorerons pas dans le détail les possibilités qu'offre l'algèbre booléenne (qui, nous allons le voir, a été assez rapidement supplantée par un autre formalisme pour rendre compte de la logique des prédicats), mais il n'est pas sans intérêt d'en exposer les grandes lignes.

L'algèbre de Boole pose que les ensembles (ou leurs régions) ont deux valeurs : soit ils sont vides (valeur : 0), soit ils sont « pleins », c'est-à-dire occupés par au moins un élément (valeur : 1). On traduit ainsi :

« Il y a des hommes » par : $H=1$
 « Il n'y a pas d'hommes » par : $H=0$

En notant $A \cap B$ l'intersection des ensembles A et B , $A \cup B$ leur union et $A - B$ le sous-ensemble de A qui est complémentaire de B , on traduit alors :

« Aucun homme n'est mortel » (E) par : $H \cap M = 0$
 « Certains hommes sont mortels » (I) par : $H \cap M = 1$
 « Tous les hommes sont mortels » (A) par : $H - (H \cap M) = 0$
 « Certains hommes ne sont pas mortels » (O) par : $H - (H \cap M) = 1$

Moyennant certaines règles de calcul, que nous ne justifierons pas ici mais que l'on tire immédiatement de la considération des diagrammes de Venn, ces notations permettent de retrouver toutes les inférences immédiates que nous avons évoquées ci-dessus.

Par exemple, les rapports de *contradiction* :

A vrai implique O faux ;
 $H - (H \cap M) = 0$ implique $H - (H \cap M) \neq 1$

Il en va de même pour la *subalternation* :

S'il y a des hommes (condition d'existence), alors A vrai implique I vrai ;
 Si $H=1$, alors $H - (H \cap M) = 0$ implique $H \cap M = 1$

On peut également retrouver de la même manière toutes les inférences médiatees qui constituaient les syllogismes aristotéliens.

Par ailleurs, l'algèbre de Boole permet aussi de représenter des propositions et des raisonnements qu'il est difficile ou impossible de représenter au moyen des diagrammes de Venn. Ainsi :



« Il y a des hommes ou des mortels » par : $H \cup M = 1$

« Il n'y a ni homme ni mortel » par : $H \cup M = 0$

« Il y a des mortels qui ne sont pas des hommes » : $(H \cup M) - H = 1$

Dès lors, le raisonnement :

Exemple 71

Il y a des hommes ou des mortels

Il n'y a pas d'hommes

Donc il y a des mortels qui ne sont pas des hommes

sera représenté comme suit :

$$H \cup M = 1 \text{ et } H = 0 \text{ impliquent } (H \cup M) - H = 1$$

On le voit ; les règles de calcul s'apparentent jusqu'à un certain point à celles de l'algèbre arithmétique. Mais Boole ne manqua pas de remarquer aussi et surtout d'importantes analogies entre les règles d'inférence qui valent pour l'*union* ($\cup$) de deux ensembles et celles qui valent pour la *disjonction* de deux propositions. En effet,

$$A \cup B = 1 \text{ ssi } A = 1 \text{ ou } B = 1$$

$$p \vee q = V \text{ ssi } p = V \text{ ou } q = V$$

$$A \cup B = 0 \text{ ssi } A = 0 \text{ et } B = 0$$

$$p \vee q = F \text{ ssi } p = F \text{ et } q = F$$

De même, il y a certaines analogies entre les règles d'inférence qui valent pour l'*intersection* ($\cap$) de deux ensembles et celles qui valent pour la *conjonction* de deux propositions. En effet,

$$\text{Si } A \cap B = 1, \text{ alors } A = 1 \text{ et } B = 1$$

$$p \wedge q = V \text{ ssi } p = V \text{ et } q = V$$

$$A \cap B = 0 \text{ si } A = 0 \text{ ou } B = 0^{39}$$

$$p \wedge q = F \text{ ssi } p = F \text{ ou } q = F$$

Comme la conjonction et la disjonction, l'intersection et l'union répondent d'ailleurs aux lois de l'idempotence :

$$A \leftrightarrow (A \cup A)$$

$$A \leftrightarrow (A \cap A)$$

la commutativité : $(A \cup B) \leftrightarrow (B \cup A)$

$$(A \cap B) \leftrightarrow (B \cap A)$$

l'associativité : $[(A \cup B) \cup C] \leftrightarrow [A \cup (B \cup C)]$

$$[(A \cap B) \cap C] \leftrightarrow [A \cap (B \cap C)]$$

la distributivité : $[A \cap (B \cup C)] \leftrightarrow [(A \cap B) \cup (A \cap C)]$

$$[A \cup (B \cap C)] \leftrightarrow [(A \cup B) \cap (A \cup C)]$$

C'est pourquoi Boole prétend mettre au point une *algèbre logique générale* dont les lois pourraient rendre compte d'une série d'inférences du *calcul des prédicats* selon une interprétation (les lettres représentent des ensembles, . doit être interprété comme $\cap$, + comme $\cup$, 0 comme l'ensemble vide et 1 comme l'ensemble non vide) et d'une série d'inférences du *calcul des propositions* selon une autre (les lettres représentent des propositions, . doit être interprété comme $\wedge$, + comme $\vee$, 0 comme le faux et 1 comme le vrai). On aurait alors, par exemple, les lois communes suivantes :

$$A = 0 \Rightarrow A.B = 0$$

$$A.B = 1 \Rightarrow A = 1$$

39. Nous verrons (page 103) qu'il s'agit ici d'implications simples et non d'équivalences. En effet, il se peut qu'il y ait des A et qu'il y ait des B sans qu'il y ait des individus qui soient à la fois A et B. On retrouve cependant l'équivalence si on s'intéresse aux propriétés d'un individu particulier: $x \in (A \cap B)$ ssi $x \in A$ et $x \in B$.

$$\begin{aligned} A = 1 & \Rightarrow A+B = 1 \\ A+B = 0 & \Rightarrow A = 0 \end{aligned}$$

B Logique contemporaine

QUANTIFICATEURS, FONCTIONS PROPOSITIONNELLES ET RELATIONS

Malgré son succès, l'algèbre de Boole ne pouvait, pour formaliser les raisonnements logiques, faire le poids face aux énormes avantages qu'allait présenter quelques années plus tard le calcul des prédicats quantifiés mis en place par Gottlob Frege.

Tout d'abord, l'idéographie de Frege permet d'exprimer les énoncés et les raisonnements de la logique des propositions et ceux de la logique des prédicats dans un seul et même langage *et dans une seule et même interprétation de ce langage*, ce qui permet de traiter à la fois les relations propositionnelles et les relations prédictives, avantage crucial puisque beaucoup de raisonnements relèvent en fait d'une combinaison des deux logiques.

Ensuite, l'idéographie de Frege repose sur une analyse radicalement nouvelle de la structure prédictive. Aristote et la tradition scolastique distinguaient, nous l'avons vu, deux formes d'énoncés prédictifs affirmatifs, à savoir l'*universelle* (« Tous les hommes sont mortels ») et la *particulière* (« Certains hommes sont mortels »). À ces deux-là s'ajoute en fait une troisième, à savoir l'affirmation *singulière* (« Socrate est mortel »), à laquelle Aristote n'accordait cependant guère d'importance parce que le particulier n'a pas sa place en science⁴⁰. Or, Frege fait remarquer que si ces trois énoncés ont en commun une même forme *grammaticale* de la prédication (sujet – verbe copule – attribut), ils ont en fait des formes *logiques* très différentes.

Seule l'affirmation singulière est effectivement une prédication simple qui attribue une propriété (« mortel ») à un sujet (« Socrate »). Les deux autres affirmations font clairement intervenir *deux propriétés* (deux concepts, à savoir « homme » et « mortel ») et ces propriétés ne sont pas attribuées l'une à l'autre, mais à certains *sujets communs*.

L'affirmative universelle (A) dit en fait que « Tous les sujets qui sont hommes sont aussi mortels » ou que « Si un sujet est un homme, il est aussi mortel » ou, pour le dire encore autrement, que « Pour tout sujet quel qu'il soit, s'il est un homme, il est mortel ». Il s'agit donc ici d'un conditionnel généralisé à un ensemble d'individus. On parle en ce sens de « conditionnel formel ».

La particulière universelle (I) dit quant à elle que « Certains sujets qui sont hommes sont aussi mortels » ou que « Il y a des sujets qui sont à la fois hommes et mortels » ou encore que « Il y a des sujets qui sont tels qu'ils sont hommes et qu'ils sont mortels ».

Frege suggère dès lors la formalisation suivante⁴¹ :

40. Quant à la tradition logique aristotélicienne, elle traitait, depuis Guillaume d'Occam au moins, les prédications singulières comme des prédications universelles, « Socrate est un homme » étant entendu comme « Tout ce qui est Socrate est homme ».

41. Dans la littérature, on trouve aussi les formes $M(s)$ ou Ms . Pour notre part, nous nous en tiendrons à la convention d'écriture du chapitre précédent. La minuscule $m(s)$ représentera une proposition déterminée (« Socrate est mortel »), tandis que la majuscule $F(x)$ représentera n'importe quelle proposition prédictive qui porte sur un certain x .



Déduction

Socrate est mortel	$m(s)$	s est m
Tout est mortel	$\forall x m(x)$	Tous les x sont tels que x est m
Il y a des mortels	$\exists x m(x)$	Il existe des x tels que x est m
Tous les hommes sont mortels	$\forall x (h(x) \Rightarrow m(x))$	Tous les x sont tels que si x est h , alors x est m
Certains hommes sont mortels	$\exists x (h(x) \wedge m(x))$	Il existe des x tels que x est h et x est m

On reconnaît dans ces formules certains connecteurs de la logique propositionnelle. Les quantificateurs sont ajoutés par Frege pour la logique des prédicats ⁴².

L'apport de Frege à la logique des prédicats est décisif. Désormais, les concepts constituant ses unités de base sont conçus comme des fonctions qui renvoient chaque objet du monde à une des deux valeurs de vérité (vrai ou faux). Ainsi, « x est un homme » :

associe vrai à « Socrate »	car « Socrate est un homme » est vrai
associe vrai à « Platon »	car « Platon est un homme » est vrai
associe faux à « Londres »	car « Londres est un homme » est faux

Frege propose une analogie avec les équations algébriques. Ainsi, « $x^2 - 4 = 0$ »

associe vrai à « 2 »	car « $2^2 - 4 = 0$ » est vrai
associe vrai à « -2 »	car « $(-2)^2 - 4 = 0$ » est vrai
associe faux à « 7 »	car « $7^2 - 4 = 0$ » est faux

On notera que, de même qu'une équation irrésolue (« $x^2 - 4 = 0$ »), un énoncé prédictif « ouvert » tel que « x est un homme » n'est pas encore une authentique proposition et n'a pas encore de valeur de vérité ; il n'est pas vrai ou faux, mais satisfait par certains objets (Socrate, Platon, etc.) et non par d'autres (Londres, etc.). Cet énoncé doit être saturé, c'est-à-dire complété par un objet (Socrate, Londres) pour former une proposition vraie ou fausse. « Socrate est un homme » est une proposition vraie, « Londres est un homme » est une proposition fausse, mais « x est un homme » est une phrase ouverte qui n'est pas encore une proposition, de même que « $(-2)^2 - 4 = 0$ » est une proposition vraie, « $7^2 - 4 = 0$ » une proposition fausse et « $x^2 - 4 = 0$ » une phrase ouverte, satisfaite par certains nombres et non par d'autres ⁴³.

Une manière particulière de compléter ou de saturer une phrase ouverte est de lui adjoindre un quantificateur portant sur la variable qui était libre. En effet, contrairement à la phrase ouverte « x est mortel », les phrases « $\forall x, x$ est mortel » (c'est-à-dire « Tout est mortel ») et « $\exists x, x$ est mortel » (c'est-à-dire « Il y a des mortels ») ont une valeur de vérité et sont donc des propositions. De même, les formules « $\forall x, x^2 - 4 = 0$ » ou « $\forall x, 2x = x + x$ » sont des propositions, la première étant fausse, la seconde vraie.

42. Nous n'utiliserons ici ces quantificateurs que pour quantifier sur les variables d'individus (logique des prédicats du premier ordre) et non sur les variables de propriétés ou de relations (logique des prédicats du second ordre). Nous pourrions dès lors parler de tous les individus qui possèdent telle ou telle propriété, mais pas de toutes les propriétés que possède tel ou tel individu.

43. Une variable libre est un peu comme un pronom ou un déictique dont on ne préciserait pas la référence. Tant que l'on ne sait pas ce que désignent « il » et « ici », les phrases « Il est très malade » ou « C'est ici que Napoléon est mort » sont dépourvues de valeur de vérité. En fait, elles sont vraies pour certaines valeurs de « il » et de « ici » et fausses pour d'autres.

Il convient donc de bien distinguer les phrases ouvertes telles que

« x est mortel » $m(x)$

des phrases fermées (propositions) telles que

« Socrate est mortel » $m(s)$
 « Tout est mortel » $\forall x m(x)$
 « Il y a des mortels » $\exists x m(x)$

À la suite de Frege, le logicien Bertrand Russell a montré que l'on pouvait traiter les relations comme des prédicats à plusieurs places. Ainsi, « Platon est le disciple de Socrate » a la forme logique $d(p,s)$ où $d(...,...)$ est un prédicat à deux places (prédicat « binaire » ou « dyadique ») et p et s sont deux arguments qui, dans cet ordre précis, rendent vrai ce prédicat à deux places. Les principes de la logique des prédicats (et notamment la quantification) s'appliquent alors aux relations ⁴⁴.

C'est ainsi, par exemple, qu'avec $a(x,y)$ signifiant « x aime y », on traduira en langage formel des propositions telles que :

- Tous s'aiment les uns les autres : $\forall x \forall y a(x,y)$
- Tout le monde aime (au moins) quelqu'un : $\forall x \exists y a(x,y)$
- Il y a quelqu'un qui aime tout le monde : $\exists x \forall y a(x,y)$
- Il y a quelqu'un que tout le monde aime : $\exists y \forall x a(x,y)$
- Tout le monde s'aime (soi-même) : $\forall x a(x,x)$

Comme on le constate ici, il est essentiel d'être attentif à l'ordre des quantificateurs : $\forall x \exists y a(x,y)$ et $\exists y \forall x a(x,y)$ ne sont pas équivalents et le premier n'implique pas le second ! Le raisonnement suivant n'est donc pas valide :

Exemple 72

Tout le monde doit de l'argent à quelqu'un

Donc il y a quelqu'un à qui tout le monde doit de l'argent

Nous verrons toutefois que l'ordre est par contre indifférent entre deux quantificateurs de même « espèce » (deux quantificateurs universels ou deux quantificateurs existentiels).

En définitive, le langage de la logique des prédicats enrichit celui de la logique des propositions en y introduisant des symboles qui permettent d'exprimer que certaines propriétés ou relations sont vraies de certains individus, de certains couples d'individus, etc.

Au niveau syntaxique, le langage comporte, outre les symboles des propositions atomiques et les connecteurs vérifonctionnels :

- un ensemble infini de symboles appelés *constantes individuelles* $A = \{a, b, c, \text{etc.}\}$;
- un ensemble infini de symboles appelés *variables individuelles* $X = \{x, y, z, \text{etc.}\}$;

44. Certaines relations ont par ailleurs des propriétés logiques intéressantes (réflexivité, symétrie, transitivité). À la suite de De Morgan, Peirce ou Schröder, Russell a étudié spécifiquement la logique des relations.



Déduction

- un ensemble de symboles de *prédicats à une ou plusieurs places* $F = \{f(\dots), g(\dots), h(\dots), \text{etc.}, r(\dots, \dots), s(\dots, \dots), t(\dots, \dots), \text{etc.}, w(\dots, \dots, \dots), x(\dots, \dots, \dots), y(\dots, \dots, \dots), \text{etc.}, \text{etc.}\}$, où les places vides marquées par « ... » sont réservées à des constantes ou à des variables individuelles ;
- les quantificateurs $\forall$ et $\exists$;
- les règles de formation des formules suivantes :
 1. Une formule atomique est une formule.
 2. Si A et B sont des formules, $\neg A$, $A \wedge B$, $A \vee B$, $A \Rightarrow B$, $A \Leftrightarrow B$ sont des formules
 3. Si A est une formule et x une variable, alors $\forall x A$ et $\exists x A$ sont des formules
 4. Seules les expressions engendrées par les règles précédentes sont des formules.

Au niveau sémantique, on se donne une interprétation I qui :

- précise un *domaine d'interprétation* (parfois aussi appelé « univers ») noté D , qui constitue l'ensemble des référents possibles des constantes d'individus et donc des valeurs possibles des variables. (Il peut, par exemple, s'agir de l'ensemble des êtres humains ou de l'ensemble des nombres) ;
- associe un élément de ce *domaine* à chaque constante d'individu apparaissant dans les formules ;
- associe une fonction de D sur $\{V, F\}$ à chaque prédicat unaire (prédicat à une place) apparaissant dans les formules. Ainsi, si le domaine est l'ensemble des nombres naturels, sera associée au prédicat « pair » la fonction qui renvoie à V (le vrai) pour les individus 2, 4, 6, 8, etc. et à F (le faux) pour les individus 1, 3, 5, 7, etc. ;
- associe une fonction de $D \times D$ sur $\{V, F\}$ à chaque prédicat binaire apparaissant dans les formules. Ainsi, si le domaine est l'ensemble des nombres naturels, sera associée au prédicat « double de » la fonction qui renvoie à V (le vrai) pour les couples $\langle 1, 2 \rangle$, $\langle 2, 4 \rangle$, $\langle 3, 6 \rangle$, etc. et à F (le faux) pour les couples $\langle 1, 3 \rangle$, $\langle 4, 7 \rangle$, etc. ;
- associe une fonction de D^n sur $\{V, F\}$ à chaque prédicat d'arité n apparaissant dans les formules⁴⁵.

Comme dans le cas du calcul des propositions, l'interprétation doit obéir à certaines règles. On se souvient, par exemple, qu'une interprétation qui associe V à la formule A doit associer F à la formule $\neg A$, qu'une interprétation qui associe V à la formule A et F à la formule B doit associer V à la formule $A \vee B$ et F à la formule $A \wedge B$ (ces règles, nous l'avons déjà signalé, correspondent à ce que disent les tables de vérité). Ces règles du calcul des propositions subsistent dans le calcul des prédicats. Deux autres règles, propres au calcul des prédicats, apparaissent :

- la première règle affirme qu'une interprétation associe V à la formule $\forall x F(x)$ si et seulement si elle associe V à toutes les formules $F(x)$, où x désigne n'importe quel élément du domaine d'interprétation. (Dire que « tout x (du domaine) a la propriété F » revient à dire que chacun des éléments du domaine possède la propriété F , que $F(x)$ est vrai pour tous les éléments du domaine).

45. Les cas des prédicats unaires et binaires, explicités dans les alinéas précédents ne sont donc que des cas particuliers de cette formule générale. On peut en outre considérer une formule propositionnelle comme un prédicat d'arité 0 auquel l'interprétation associe V ou F : la logique des prédicats est une extension de la logique des propositions.

- la seconde règle affirme qu’une interprétation associe V à la formule $\exists x F(x)$ si et seulement si elle associe V à au moins une formule $F(x)$, où x désigne, à nouveau, n’importe quel élément du domaine d’interprétation. (Dire « il y a un x (du domaine) qui a la propriété F », cela revient à dire que $F(x)$ est vrai pour au moins un x du domaine).

LA FORMALISATION : PASSAGE DU LANGAGE ORDINAIRE AU LANGAGE LOGIQUE

Comme c’était le cas pour la logique des propositions, le passage de la langue quotidienne au langage symbolique des prédicats comporte quelques enjeux auxquels il convient d’être attentif.

Premièrement, il faut se rappeler que *de nombreuses expressions du langage quotidien peuvent cacher une seule et même forme logique*. Nous avons vu, par exemple, que chacune des expressions suivantes doit être interprétée comme une universelle affirmative :

Tous les hommes sont mortels
N’importe quel homme est mortel
Les hommes sont exclusivement mortels
...

et doit donc être formalisée $\forall x (h(x) \Rightarrow m(x))$.

Les autres formes canoniques de la prédication sont les suivantes :

$\exists x (h(x) \wedge m(x))$ pour I	(Quelques hommes sont mortels, Certains hommes sont mortels, Il y a des hommes mortels,...)
$\neg \exists x (h(x) \wedge l(x))$ pour E	(Aucun homme n’est un lion, Il n’y a pas d’homme-lion,...)
$\exists x (g(x) \wedge \neg p(x))$ pour O	(Certains Grecs ne sont pas philosophes, Les Grecs ne sont pas tous philosophes, Il y a des Grecs qui ne sont pas philosophes,...)

Deuxièmement, la formalisation impose de lever les éventuelles ambiguïtés que comporteraient les expressions de la langue quotidienne. En particulier, il s’agit, comme en logique des propositions, de bien déterminer dans chaque cas la *hiérarchie des opérateurs logiques*, et par exemple les rapports de prévalence entre une négation et un quantificateur. Ainsi, il faut être attentif à formaliser « Tous les juristes ne sont pas admis à l’audience » par $\neg \forall x (j(x) \Rightarrow a(x))$ (c’est-à-dire $\exists x (j(x) \wedge \neg a(x))$) : « Il y a des juristes qui ne sont pas admis », et non par $\forall x (j(x) \Rightarrow \neg a(x))$ (« Tous les juristes sont non admis », c’est-à-dire $\neg \exists x (j(x) \wedge a(x))$) : « Aucun juriste n’est admis ». À cet égard, il faudra se demander, par exemple, si l’accusé qui prétend « nier catégoriquement avoir commis tous les meurtres dont on l’accuse », nie de chacun des meurtres qu’il l’a commis ou nie les avoir commis tous... De même, il conviendra de se demander comment interpréter l’énoncé « Tout le monde doit de l’argent à quelqu’un ». La compréhension la plus évidente de cet énoncé est que tout le monde a au moins un créancier, créancier qui est sans doute différent pour chacun : $\forall x \exists y d(x,y)$ (avec $d(x,y)$ pour « x doit de l’argent à y »). Mais, dans certains contextes, on pourrait éventuellement comprendre l’énoncé comme « tout le monde doit de l’argent à quelqu’un, dont le nom m’échappe », c’est-à-dire que tous ont bien un seul et même créancier mais que je ne désigne pas nommément : $\exists y \forall x d(x,y)$. Les deux formules, qui ne se distinguent que par



Déduction

l'ordre des deux quantificateurs, traduisent ces deux interprétations différentes. Dans le premier cas, le y dépend de chaque x alors que dans le second cas il n'en dépend pas.

On trouvera un autre exemple d'énoncés qui cachent des formes logiques distinctes sous une même forme linguistique dans les expressions : « Bill et Sue sont intelligents » et « Bill est Sue sont amants ». Le premier énoncé attribue un même prédicat à deux individus et a donc la forme : $i(b) \wedge i(s)$. Le second énoncé, par contre, attribue aux deux individus une certaine relation qui les rapporte l'un à l'autre : $a(b,s)$.

Troisièmement, il importe de rappeler que, lorsqu'une variable est libre, c'est-à-dire qu'elle n'est liée par aucun quantificateur, la formule n'est pas une proposition susceptible d'être vraie ou fausse, mais une phrase « ouverte », dépourvue de valeur de vérité. Lorsque l'on formalise un énoncé du langage ordinaire (qui prétend être vrai ou faux), il faut donc toujours vérifier qu'aucune variable n'est libre dans la formule que l'on propose pour cet énoncé. Par exemple, il faut distinguer une phrase ouverte comme :

« S'il y a des hommes, alors y est mortel » $\exists x h(x) \Rightarrow m(y)$

de phrases fermées (propositions) comme :

« S'il y a des hommes, alors il y a des mortels » $\exists x h(x) \Rightarrow \exists y m(y)$

« Il y a quelqu'un qui est mortel s'il est un homme » $\exists x (h(x) \Rightarrow m(x))$

Quatrièmement, il convient d'être attentif à la question de la *portée des quantificateurs*. Dans la formule $\exists x (h(\underline{x}) \wedge m(\underline{x}))$ (Certains hommes sont mortels), les deux variables sont liées par le même quantificateur existentiel. Il importe de distinguer cette dernière formule de la formule :

$\exists x h(\underline{x}) \wedge \exists x m(\underline{x})$

où les deux variables x tombent sous la portée de quantificateurs différents. Le premier énoncé affirme, en effet, « Il y a des hommes mortels (Certains hommes sont mortels) » tandis que le second signifie « Il y a des hommes et il y a des mortels ». La différence apparaît de manière encore plus flagrante si on prend « x est un mouton » pour $m(x)$.

Dans la même perspective, on traduira la proposition « Si quelqu'un s'évade, quelqu'un sera fusillé » par :

$\exists x e(x) \Rightarrow \exists x f(x)$

et non par :

$\exists x (e(x) \Rightarrow f(x))$

qui signifierait « Il y a quelqu'un de particulier qui est tel que s'il s'évade, il sera fusillé », le « il » répété marquant bien qu'il s'agit de la même personne. Quant à la formule $\forall x (e(x) \Rightarrow f(x))$, elle signifie « Quiconque s'évade sera fusillé ».

Lorsque les portées de deux quantificateurs s'entremêlent, il est crucial d'utiliser plusieurs variables pour souligner les portées de chaque quantificateur. Ainsi, si

$\exists x e(x) \Rightarrow \exists x f(x)$

n'est pas ambigu, la formule :

$\exists x (e(x) \Rightarrow \exists x f(\underline{x}))$

est ambiguë ; on ne sait sous la portée de quel quantificateur la variable soulignée tombe. Il est donc préférable de la retranscrire :

$\exists x (e(x) \Rightarrow \exists y f(y))$

qui signifie « Il y a quelqu'un de particulier tel que s'il s'évade, quelqu'un sera fusillé ».

Il conviendra donc d'être très attentif à la question de la portée des quantificateurs et notamment de veiller au problème de la « capture » d'une variable sous la portée d'un quantificateur. Ainsi, la proposition « Tout le monde a au moins un ennemi » peut être formalisée par $\forall y \exists x e(x, y)$. Comme cela vaut pour tous les y , cela vaut notamment pour Monsieur A. : $\exists x e(x, a)$, c'est-à-dire que l'individu a a au moins un ennemi. Et, puisque cela vaut pour tous les y , cela vaut aussi pour Monsieur X. Mais il serait manifestement erroné de prendre la constante x pour désigner Monsieur X. Car cela obligerait à formaliser « Monsieur X. a au moins un ennemi » par $\exists x e(x, x)$, où x serait alors « capturé » par le quantificateur existentiel, c'est-à-dire qu'il tomberait sous sa portée et serait désormais « lié » par lui. La formule voudrait alors dire « Il y a quelqu'un qui est son propre ennemi ».

Comme en logique des propositions, on formalisera un raisonnement de la logique des prédicats (pour vérifier sa validité) en formalisant séparément chacune des propositions (prémisses et conclusion) qui le compose, puis en construisant la formule conditionnelle dont l'antécédent est la conjonction des prémisses et le conséquent la conclusion du raisonnement. Ainsi, le raisonnement :

Exemple 73

Nul n'est exempté de vote à moins qu'il ne soit mineur (Aucun majeur n'est exempté de vote).

Les députés sont toujours majeurs.

Donc aucun député n'est exempté de vote.

sera formalisé :

$$\neg \exists x (m(x) \wedge e(x))$$

$$\forall x (d(x) \Rightarrow m(x))$$

$$\neg \exists x (d(x) \wedge e(x))$$

puis :

$$[\neg \exists x (m(x) \wedge e(x)) \wedge \forall x (d(x) \Rightarrow m(x))] \Rightarrow \neg \exists x (d(x) \wedge e(x))$$

TABLEAUX SÉMANTIQUES

Comme l'a très bien montré Frege, c'est la *prédication singulière* $m(s)$ (« Socrate est mortel ») qui est la forme logique fondamentale ; les jugements universels et particuliers établissent en fait des rapports logiques entre plusieurs prédicats à travers les objets qui les satisfont. Ainsi, $\forall x (h(x) \Rightarrow m(x))$ peut être intuitivement comprise comme la conjonction éventuellement infinie $(h(a) \Rightarrow m(a)) \wedge (h(b) \Rightarrow m(b)) \wedge (h(c) \Rightarrow m(c)) \wedge \dots$ (et ainsi de suite pour tous les objets du monde). Quant à $\exists x (h(x) \wedge m(x))$, elle peut être intuitivement comprise comme la disjonction éventuellement infinie $(h(a) \wedge m(a)) \vee (h(b) \wedge m(b)) \vee (h(c) \wedge m(c)) \vee \dots$

Dans le cadre du calcul des prédicats, il n'est donc plus possible d'utiliser une méthode de vérification sémantique aussi mécanique que celle des tables de vérité (qui passe systématiquement en revue tous les cas), car on n'a plus affaire à un nombre fini de propositions vraies ou fausses, mais bien à des concepts qui sont vrais ou faux d'un nombre potentielle-



Déduction

ment infini d'objets. Il existe néanmoins d'autres méthodes d'analyse sémantique, c'est-à-dire d'analyse des conditions de vérité des énoncés.

Dans la méthode des tableaux sémantiques, il s'agit, comme c'était le cas en logique des propositions, de chercher un modèle d'une formule donnée. En particulier, pour démontrer qu'une formule est valide, nous chercherons les modèles de sa négation. Si nous ne pouvons pas en trouver, nous pourrions, par l'absurde, conclure que la formule de départ est toujours vraie.

Aux principes de développement des tableaux sémantiques de la logique des propositions (qui traduisent le sens des connecteurs vérifonctionnels), nous ajoutons, pour la logique des prédicats, deux nouveaux principes (qui traduisent le sens des quantificateurs) :

- Lorsque l'on sait qu'une proposition universelle $\forall x F(x)$ (« Tous sont fous ») est vraie, on sait que chacune de ses instanciations particulières (« Socrate est fou ») est vraie. Comme cela est valable pour toutes les instanciations particulières, on peut « instancier » la formule universelle par n'importe quelle constante d'individu :

$$\begin{array}{ll} \forall x F(x) & \text{Tous sont } F^{46} \\ \downarrow & \\ \forall x F(x), F(a) & \text{donc (tous sont } F \text{ et) } a \text{ est } F \end{array}$$

On répète $\forall x F(x)$ à la ligne suivante parce que $F(x)$ étant vrai de tous les x , on peut toujours réinstancier ultérieurement l'affirmation universelle.

- Lorsque l'on sait qu'une proposition existentielle $\exists x F(x)$ (« Certains sont fous ») est vraie, on sait qu'au moins une de ses instanciations particulières est vraie, mais on ne sait pas laquelle. De ce que « Certains sont fous », on peut conclure qu'est fou au moins un individu, que l'on peut par exemple appeler « a », à condition que « a » soit une constante inédite, c'est-à-dire qu'elle ne désigne encore aucun individu particulier sur lequel on aurait déjà des informations :

$$\begin{array}{ll} \exists x F(x) & \text{Certains sont } F \\ \downarrow & \\ F(a) & \text{donc un certain } a \text{ (constante inédite) est } F \end{array}$$

Le raisonnement suivant serait en revanche erroné :

$$\begin{array}{ll} \exists x F(x), \neg F(a) \wedge \neg G(a), & \text{Certains sont } F, \text{ mais } a \text{ n'est ni } F \text{ ni } G \\ \downarrow & \\ F(a), \neg F(a) \wedge \neg G(a) & \text{donc un certain } a \text{ est } F, \text{ mais } a \text{ n'est ni } F \text{ ni } G \end{array}$$

Ici, nous ne pouvons pas instancier $\exists x F(x)$ avec la constante a , car elle est déjà utilisée précédemment : certes, au moins un individu a a la propriété F , mais nous ne pouvons pas affirmer qu'il s'agit précisément de l'individu dont nous savons déjà, par ailleurs, qu'il ne possède ni la propriété F , ni la propriété G .

C'est la dérivation suivante qu'il convenait d'écrire :

$$\begin{array}{ll} \exists x F(x), \neg F(a) \wedge \neg G(a), & \text{Certains sont } F, \text{ mais } a \text{ n'est ni } F \text{ ni } G \\ \downarrow & \\ F(b), \neg F(a) \wedge \neg G(a) & \text{donc un certain } b \text{ est } F, \text{ mais } a \text{ n'est ni } F \text{ ni } G \end{array}$$

46. Comme pour la logique des propositions, nous utilisons ici le symbole majuscule $F(x)$ pour parler de n'importe quelle fonction propositionnelle qui prend x pour argument, comme par exemple $f(x)$, $r(x,y)$ ou encore $w(x,y,z)$.

Lorsque l'on a affaire aux négations de formules universelles ou existentielles, c'est exactement l'inverse qui se produit ⁴⁷ :

- Lorsque l'on sait que la négation d'une existentielle $\neg \exists x F(x)$ est vraie (« Il n'existe aucun fou »), on peut affirmer que $\neg F(a)$ est vraie quel que soit a (quel que soit a , il n'est pas fou). Comme cela est valable pour toutes les instanciations particulières, on peut « instancier » la formule par n'importe quelle constante d'individu :

$$\begin{array}{ll} \neg \exists x F(x) & \text{Rien n'est F} \\ \downarrow & \\ \neg \exists x F(x), \neg F(a) & \text{donc (rien n'est F et) a n'est pas F} \end{array}$$

- Lorsque l'on sait que la négation d'une universelle $\neg \forall x F(x)$ est vraie (« Certains ne sont pas fous »), on peut affirmer que $\neg F(a)$ est vraie pour au moins un a (il y a au moins un individu qui n'est pas fou). La constante d'instanciation a doit, dans ce cas, être inédite :

$$\begin{array}{ll} \neg \forall x F(x) & \text{Certains ne sont pas F} \\ \downarrow & \\ \neg F(a) & \text{donc un certain a (constante inédite) n'est pas F} \end{array}$$

Ces règles s'ajoutent bien sûr à celles que nous avons énoncées page 48 pour la logique des propositions.

Voici les quelques consignes qui permettent de développer un tableau sémantique en logique des prédicats :

- tant qu'une branche de l'arbre contient des formules complexes (c'est-à-dire non atomiques), on poursuit l'analyse en décomposant ces formules selon les règles suivantes :
 - il importe d'analyser les formules en respectant l'ordre de priorité de leurs opérateurs (quantificateurs et connecteurs). De même qu'il faut d'abord décomposer la formule $(p \vee q) \wedge r$ en fonction de la conjonction, il faut d'abord analyser la formule $\exists x \forall y f(x, y)$ en fonction du quantificateur existentiel ; on ne peut pas instancier le quantificateur universel avant d'avoir instancié le quantificateur existentiel !
 - si l'on a une conjonction (ou la négation d'une disjonction ou la négation d'une conditionnelle etc.), on *prolonge* le tableau,
 - si l'on a une disjonction (ou une conditionnelle, ou la négation d'une conjonction, etc.), on *ramifie* le tableau en deux branches,
 - si l'on a une universelle (ou la négation d'une existentielle), on prolonge le tableau en ajoutant à la formule de départ une instanciation de cette formule avec une *constante quelconque*,
 - si l'on a une existentielle (ou la négation d'une universelle), on prolonge le tableau en remplaçant la formule de départ par une instanciation de cette formule avec une *constante inédite* ;
- si, à un endroit déterminé de l'arbre, on parvient à un ensemble de formules qui contient à la fois une proposition atomique et sa négation ($F(a)$ et $\neg F(a)$), ce que l'on nomme une « paire complémentaire », on marque X la branche à laquelle cette feuille appartient et on la dit « fermée » ;

47. Ceci s'explique par le fait que la négation d'une universelle est une existentielle : $\neg \forall x F(x) \leftrightarrow \exists x \neg F(x)$. Dire qu'il est faux que tous les x ont la propriété F , c'est dire qu'il y a au moins un x qui n'a pas la propriété F . Réciproquement, la négation d'une existentielle est une universelle : $\neg \exists x F(x) \leftrightarrow \forall x \neg F(x)$. Dire qu'il est faux qu'au moins un x a la propriété F , c'est dire qu'aucun x n'est F .



Déduction

- si on parvient à un ensemble de formules qui ne contient que des propositions atomiques et des négations de telles propositions, et si cet ensemble ne contient aucune paire complémentaire, on marque O la branche correspondante, et on la dit « ouverte ».

Un tableau est fermé si toutes ses branches sont fermées ; il est ouvert si au moins une de ses branches reste ouverte. Soulignons que, pour pouvoir affirmer qu'un tableau reste ouvert, il faut que les deux conditions suivantes soient remplies :

- toute formule décomposable doit être décomposée ;
- toute constante apparaissant dans une branche ouverte doit être utilisée à un moment donné dans cette branche pour instancier les universelles (ou les négations d'existentielles). On comprend cette exigence : pour être sûr que l'on ne peut pas engendrer de contradiction, il faut avoir instancié les universelles avec toutes les constantes déjà utilisées dans la branche.

Exemple 74

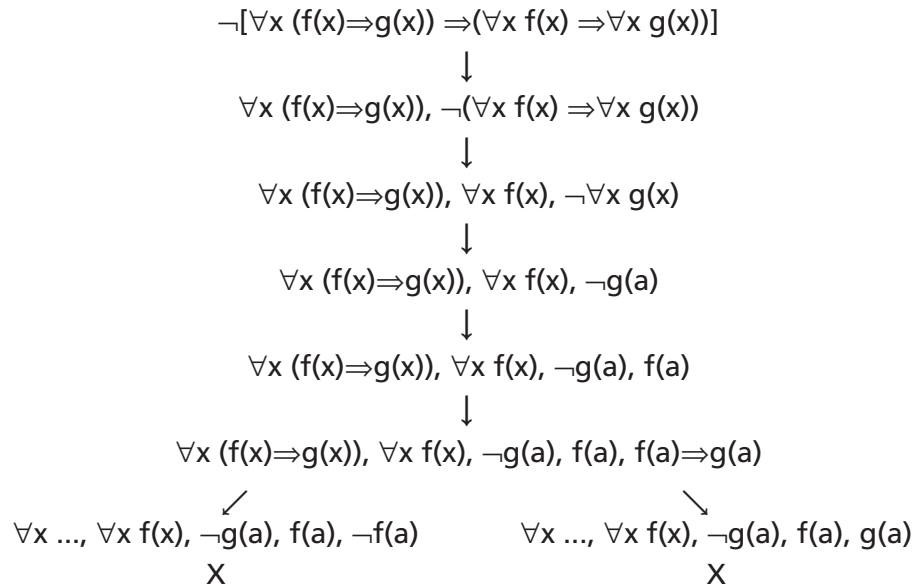
Tous les fous sont généreux.

$\forall x (f(x) \Rightarrow g(x))$

Donc si tous sont fous, tous sont généreux.

$\forall x f(x) \Rightarrow \forall x g(x)$

Cherchons les modèles de la négation de la formule dont on étudie la validité :



Toutes les branches du tableau sont fermées. La négation de la formule de départ n'a pas de modèle. La formule de départ est donc valide.

Exemple 75

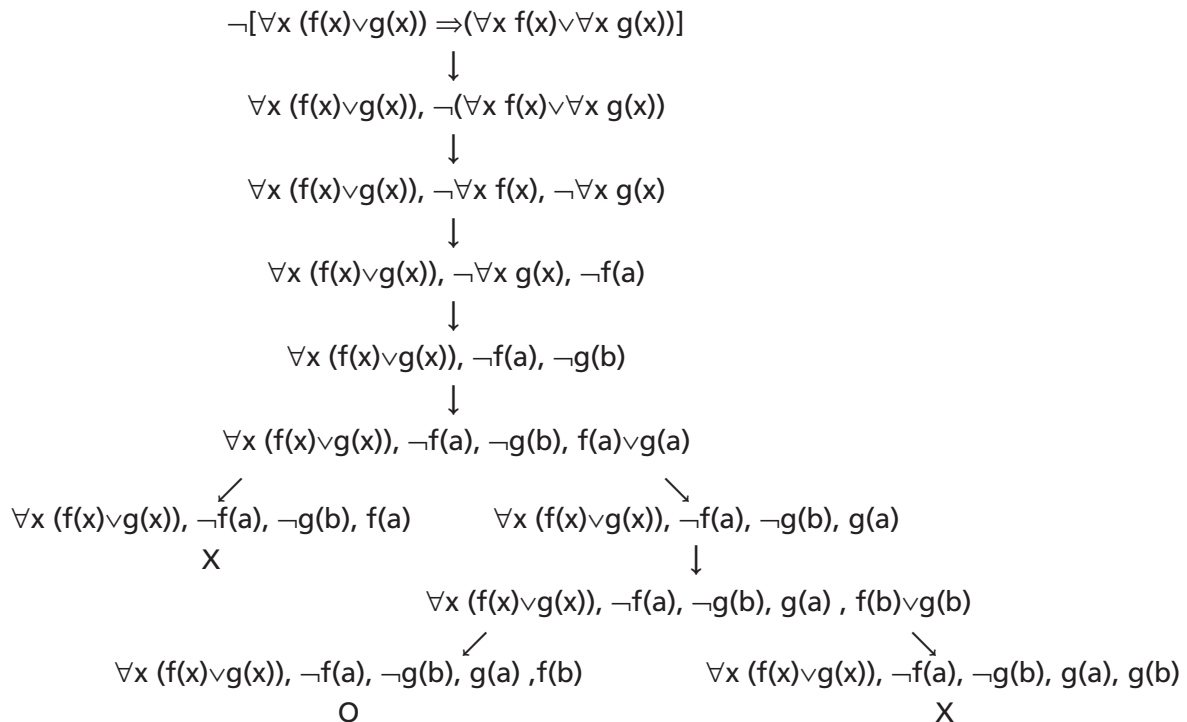
Tous sont fous ou généreux.

$\forall x (f(x) \vee g(x))$

Donc tous sont fous ou tous sont généreux.

$\forall x f(x) \vee \forall x g(x)$

Étudions la validité de la formule $\forall x (f(x) \vee g(x)) \Rightarrow \forall x f(x) \vee \forall x g(x)$



Dans ce cas, nous observons qu'une des branches reste ouverte. Il est donc possible de rendre vraie la négation de la formule de départ ; la formule de départ n'est pas valide.

Notons que cet exemple montre bien qu'il est indispensable de respecter le principe selon lequel toute négation d'une universelle (ou toute existentielle) doit être instanciée par une nouvelle constante d'individu : si nous n'avions pas utilisé des constantes différentes pour instancier $\neg \forall x f(x)$ et $\neg \forall x g(x)$, nous aurions pu fermer toutes les branches – $\neg f(a)$, $\neg g(a)$ et $\forall x (f(x) \vee g(x))$ seraient évidemment incompatibles – et nous aurions conclu, à tort, qu'il n'existait pas de modèle pour la négation de la formule de départ.

Exemple 76

Chacun est l'ami de quelqu'un.

$\forall x \exists y a(x,y)$

Les amis de nos amis sont nos amis.

$\forall x \forall y \forall z (a(x,y) \wedge a(y,z) \Rightarrow a(x,z))$

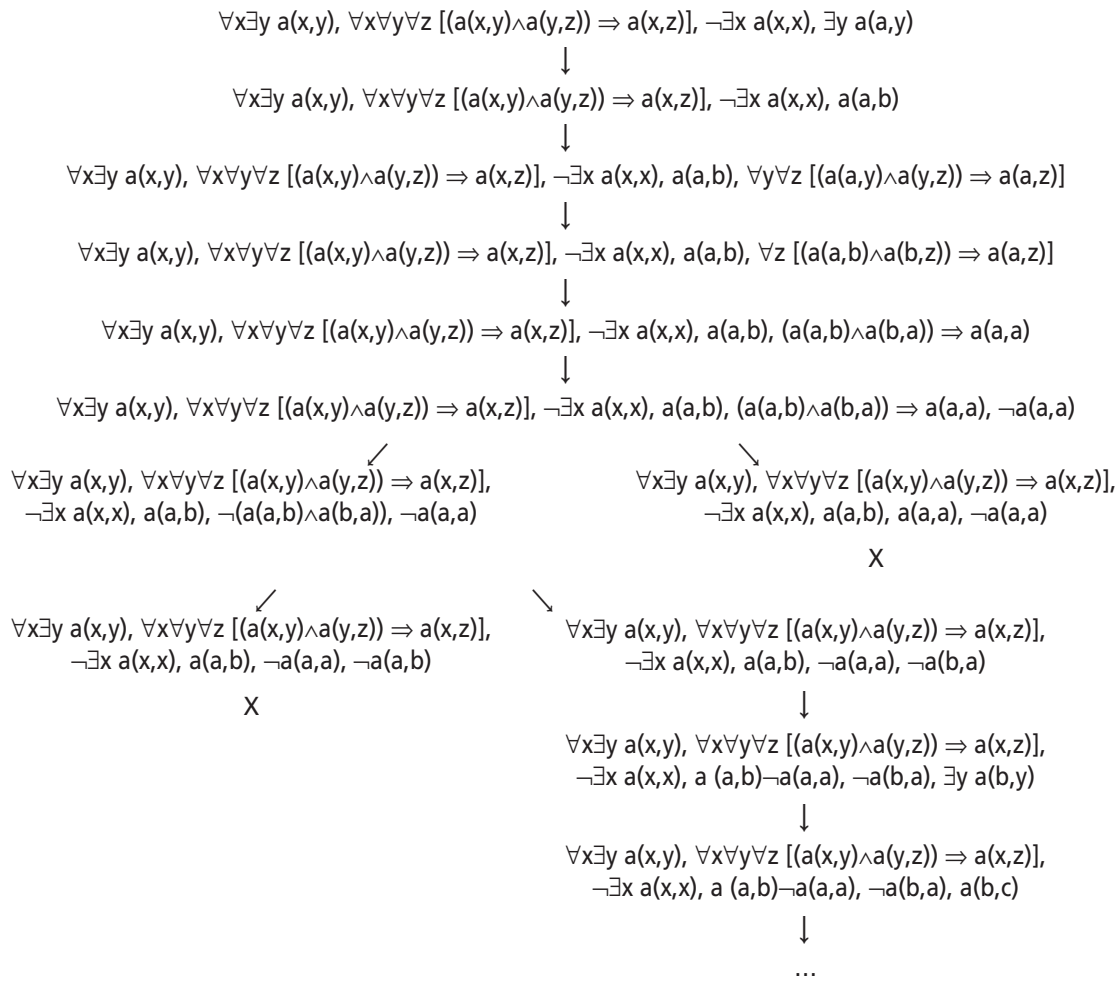
Donc il y a quelqu'un qui est son propre ami.

$\exists x a(x,x)$

L'idée qui pourrait venir à l'esprit serait de montrer qu'il est vrai, pour un certain a , que $a(a,a)$, puisque $a(a,b)$ et $a(b,a)$ (tous deux tirés de la première prémisse) et que la relation a est transitive (deuxième prémisse). Mais, nous allons le voir, cet espoir s'envole du fait de la nécessité de choisir des constantes inédites...



Déduction



Dans ce cas, on a un tableau infini. On n'en a en quelque sorte jamais fini avec la première prémisse puisque chaque fois que l'on instancie l'existentielle, on introduit une constante inédite, qu'il faut alors utiliser pour instancier à nouveau l'universelle, opération qui a pour conséquence de faire apparaître une nouvelle existentielle enchâssée. Notons cependant que, si l'on disposait d'un ensemble fini d'individus, on parviendrait à parcourir l'ensemble des possibilités et à obtenir la contradiction.

Comme nous l'avons déjà souligné pour la logique des propositions, la méthode des tableaux sémantiques n'est pas totalement déterministe. On a un certain choix dans le développement, et cela à plusieurs niveaux :

- Choix de l'ordre dans lequel décomposer les propositions complexes. On peut cependant noter que l'on aura intérêt à traiter les décompositions qui donnent lieu à une prolongation avant de traiter celles qui donnent lieu à une ramification.
- Choix de l'ordre dans lequel instancier les quantificateurs. On peut cependant noter que l'on aura intérêt à instancier les existentielles (et les négations d'universelles) avant les universelles (et les négations d'existentielles), puisque ces dernières permettront de réutiliser les constantes introduites par les premières.
- Choix de la constante d'instanciation d'une universelle ou de la négation d'une existentielle⁴⁸. Ce choix est évidemment important. Si on ne choisit pas adéquatement une

48. Dans le cas de l'existentielle ou de la négation de l'universelle, la constante doit de toute façon être inédite ; dans ces cas, on n'a donc pas une véritable indétermination.

constante d'instanciation, on peut être incapable de fermer des branches pourtant inconsistantes. Considérons l'exemple 74 ci-dessus : si, à la sixième ligne, on n'avait pas instancié $\forall x (f(x) \Rightarrow g(x))$ avec a , on n'aurait pas engendré de contradiction. On aura donc intérêt à instancier les universelles (et les négations d'existentielles) avec des constantes qui ne sont pas inédites, de manière à avoir une chance d'engendrer des contradictions.

Évidemment, même ces conseils laissent encore un certain choix sur la stratégie à adopter et maintiennent donc une incertitude quant aux conclusions que l'on peut tirer de certains tableaux.

Nous avons formulé ci-dessus les conditions à remplir pour pouvoir affirmer qu'un tableau reste ouvert : toute formule décomposable doit être décomposée ; toute constante apparaissant dans une branche ouverte doit être utilisée à un moment donné dans cette branche pour instancier les universelles (ou les négations d'existentielles). On ne peut cependant pas toujours remplir ces conditions. Il n'est donc pas toujours possible d'affirmer avec certitude qu'un tableau dont une branche n'est pas encore fermée ne se fermera jamais : on ne sait pas combien de temps peut prendre la fermeture. Si la formule A dont on part est valide, nous parviendrons à fermer le tableau relatif à sa négation. Si la formule A n'est pas valide, nous ne parviendrons pas à fermer le tableau relatif à sa négation, mais il se peut que ce tableau soit infini et que l'on ne puisse donc pas exhiber une interprétation qui rend manifestement fausse la formule de départ A . On ne pourra pas, dans ce cas, affirmer que le tableau restera définitivement ouvert et que A n'est pas une vérité logique, car on ne pourra pas être certain que le tableau ne se fermera pas « plus loin ». Cela est lié à la question de la *décidabilité* de la logique des prédicats, question sur laquelle nous reviendrons ⁴⁹.

TRANSFORMATIONS PAR ÉQUIVALENCE

Grâce aux tableaux sémantiques, on peut identifier, en logique des prédicats comme en logique des propositions, toute une série de formules valides. Lorsque ces formules sont des biconditionnels, cela veut dire que leurs deux termes sont « équivalents ». C'est manifestement le cas des deux équivalences suivantes, qui permettent de définir l'un par l'autre le quantificateur universel et le quantificateur existentiel ⁵⁰ :

1. $\forall x \neg P(x) \leftrightarrow \neg \exists x P(x)$
« Tous sont impolis » équivaut à « il n'y a pas de poli »
2. $\exists x \neg P(x) \leftrightarrow \neg \forall x P(x)$
« Il y a des impolis » équivaut à « il est faux que tous soient polis »

C'est également le cas de toute une série d'équivalences qui constituent autant de règles (dites de « passage ») régissant la distribution des quantificateurs à l'intérieur de parenthèses ou leur mise en évidence à l'extérieur de parenthèses :

49. Signalons qu'il est cependant possible de définir une stratégie, que nous ne préciserons pas ici, garantissant que toutes les branches qui peuvent se fermer se ferment en un nombre fini d'étapes. En respectant cette stratégie, on a alors la garantie que, si la formule de départ est contradictoire, le tableau finira par se fermer (même si nous ne savons pas au bout de combien d'étapes).

50. Nous avons vu que $\forall x F(x)$ peut être intuitivement comprise comme la conjonction éventuellement infinie $F(a) \wedge F(b) \wedge F(c) \wedge \dots$ et que $\exists x F(x)$ peut être intuitivement comprise comme la disjonction éventuellement infinie $F(a) \vee F(b) \vee F(c) \vee \dots$. Les deux lois d'équivalence 1 et 2 constituent donc une sorte d'extension des lois de De Morgan et la « dualité » des quantificateurs universel et existentiel une extension de la dualité de la conjonction et de la disjonction.



3. $\forall x (P(x) \wedge Q(x)) \leftrightarrow (\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x))$

Dans les deux cas, on affirme que tous les individus ont à la fois la propriété P et la propriété Q.

En revanche, $\exists x (P(x) \wedge Q(x))$ n'est pas équivalente à $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$. La première formule affirme en effet qu'il existe au moins un individu qui possède à la fois les propriétés P et Q, tandis que la seconde affirme qu'il existe un individu qui possède la propriété P et qu'il existe un individu (éventuellement différent du premier) qui possède la propriété Q.

4. $\exists x (P(x) \vee Q(x)) \leftrightarrow (\exists x P(x) \vee \exists x Q(x))$

Dire que certains individus ont la propriété P ou la propriété Q, cela revient à dire que certains individus ont la propriété P ou que certains individus ont la propriété Q. Par contre, $\forall x (P(x) \vee Q(x))$ n'est pas équivalente à $(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x))$. La première affirme que chaque individu a la propriété P ou la propriété Q, tandis que la seconde affirme que tous les individus ont la propriété P ou bien qu'ils ont tous la propriété Q, ce qui est évidemment beaucoup plus fort. En effet, on peut imaginer que tous les individus sont, par exemple, soit majeur soit mineur, mais cela ne signifie pas qu'ils sont tous majeurs ou tous mineurs.

5. $\exists x (p \wedge Q(x)) \leftrightarrow (p \wedge \exists x Q(x))$

« Il y a quelqu'un tel que le soleil brille et il est (pourtant) malade » équivaut à « Le soleil brille et il y a quelqu'un qui est (pourtant) malade »

6. $\forall x (p \wedge Q(x)) \leftrightarrow (p \wedge \forall x Q(x))$

« Pour tout x, le soleil brille et x est malade » équivaut à « Le soleil brille et tout le monde est malade »

7. $\exists x (p \vee Q(x)) \leftrightarrow (p \vee \exists x Q(x))$

« Il y a quelqu'un tel que le soleil brille ou il est malade » équivaut à « Le soleil brille ou il y a quelqu'un qui est malade »

8. $\forall x (p \vee Q(x)) \leftrightarrow (p \vee \forall x Q(x))$

« Pour tout individu, le soleil brille ou cet individu est malade » équivaut à « Le soleil brille ou tout monde est malade »

9. $\exists x (p \Rightarrow Q(x)) \leftrightarrow (p \Rightarrow \exists x Q(x))$

« Il y a quelqu'un tel que si le soleil brille, alors il est malade » équivaut à « Si le soleil brille, alors il y a quelqu'un qui est malade ».

En revanche, $\exists x (Q(x) \Rightarrow p)$ n'est pas équivalente à $(\exists x Q(x) \Rightarrow p)$. « Il y a certaines personnes telles que si elles sont présentes, une discussion sereine est impossible » n'est pas équivalent à « S'il y a des personnes présentes, une discussion sereine est impossible ». Ce que l'on a, c'est :

10. $\exists x (Q(x) \Rightarrow p) \leftrightarrow (\forall x Q(x) \Rightarrow p)$

« Il y a certaines personnes telles que si elles sont présentes, une discussion sereine est impossible » équivaut à « Si tout le monde est présent, une discussion sereine est impossible ».

Notons que, lorsque les deux membres du conditionnel comportent une variable liée par le quantificateur existentiel, les équivalences 9 et 10 se combinent pour donner

l'équivalence $\exists x (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Leftrightarrow (\forall x P(x) \Rightarrow \exists x Q(x))$, équivalence dont on vérifiera le bien-fondé en passant par la transformation en disjonction :

$$\begin{aligned} & \exists x (P(x) \Rightarrow Q(x)) \\ \Leftrightarrow & \exists x (\neg P(x) \vee Q(x)) \\ \Leftrightarrow & \exists x \neg P(x) \vee \exists x Q(x) \\ \Leftrightarrow & \neg \forall x P(x) \vee \exists x Q(x) \\ \Leftrightarrow & (\forall x P(x) \Rightarrow \exists x Q(x)) \end{aligned}$$

$$11. \forall x (p \Rightarrow Q(x)) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \forall x Q(x))$$

« Pour tout x, si le soleil brille, alors x est malade » équivaut à « Si le soleil brille, alors tout le monde est malade ».

En revanche, $\forall x (Q(x) \Rightarrow p)$ n'est pas équivalente à $(\forall x Q(x) \Rightarrow p)$. « Quel que soit x, si x est présent, une discussion sereine est impossible » n'est pas équivalent à « Si tout le monde est présent, une discussion sereine est impossible ». Ce que l'on a, c'est :

$$12. \forall x (Q(x) \Rightarrow p) \Leftrightarrow (\exists x Q(x) \Rightarrow p)$$

« Quel que soit x, si x est présent, une discussion sereine est impossible » équivaut à « Si qui que ce soit est présent, une discussion sereine est impossible »

Ces équivalences sont importantes ; elles contiennent autant de schémas d'inférence de la logique des prédicats. Ainsi, les lois 1 et 2 ci-dessus nous permettent de retrouver la règle des contradictoires entre A et O ou entre I et E :

$$\begin{aligned} \forall x (H(x) \Rightarrow M(x)) & \Leftrightarrow \forall x \neg(H(x) \wedge \neg M(x)) \text{ transformation du conditionnel en conjonction} \\ & \text{(log. des propositions)} \\ & \Leftrightarrow \neg \exists x (H(x) \wedge \neg M(x)) \text{ loi 1 ci-dessus} \end{aligned}$$

Dire que « tous les hommes sont mortels » c'est dire qu'il est faux que « quelques hommes ne sont pas mortels ». A et O sont contradictoires. De même :

$$\begin{aligned} \forall x (H(x) \Rightarrow \neg M(x)) & \Leftrightarrow \forall x \neg(H(x) \wedge M(x)) \text{ transformation du conditionnel en conjonction} \\ & \text{(log. des propositions)} \\ & \Leftrightarrow \neg \exists x (H(x) \wedge M(x)) \text{ loi 1 ci-dessus} \end{aligned}$$

Dire qu'« aucun homme n'est mortel », c'est dire qu'il est faux que « certains hommes sont mortels ». I et E sont contradictoires. Dès lors, le raisonnement suivant est valide :

Exemple 77

Il y a des inefficaces

Donc il est faux que tous soient efficaces

De même, le raisonnement suivant est conforme à la loi 12 :

Exemple 78

De tout principe constitutionnel, on peut dire que, s'il est violé, la démocratie est en péril.

Donc si il y a ne fût-ce qu'un principe constitutionnel qui est violé, la démocratie est en péril.



Déduction

En revanche, il convient de se méfier des faux-frères de ces schémas d'inférence, et en particulier de ceux qui sont signalés dans les développements consécutifs aux lois 3, 4, 9 et 11 ci-dessus. Ainsi, le raisonnement suivant ne correspond pas à un schéma d'inférence valide :

Exemple 79

Parmi les citoyens belges, il y a des adultes et il y a des célibataires.

Donc, parmi les citoyens belges, il y a des adultes célibataires.

On s'en aperçoit d'autant plus aisément si on remplace « adultes » par « riches » et « célibataires » par « pauvres ».

Il convient de signaler que, pour justifier les équivalences proposées ci-dessus, nous nous sommes appuyés sur la manière dont nous utilisons quotidiennement les expressions « tous les.. », « certains... » ou « il existe... ». Or, ce genre de justification « intuitive » n'est pas à l'abri de toute critique. En fait, si nous voulions justifier que les formules proposées sont bien valides, nous devrions nous tourner vers l'interprétation telle qu'elle a été définie à la page 94. $\forall x \neg P(x) \Rightarrow \neg \exists x P(x)$ est, par exemple, valide, car toute interprétation qui associe V à la formule $\forall x \neg P(x)$ doit nécessairement associer également V à la formule $\neg \exists x P(x)$. En effet, étant donné la caractérisation de l'interprétation, nous pouvons affirmer qu'une interprétation qui associe V à $\forall x \neg P(x)$ associe V à toutes les formules $\neg P(x)$, où x désigne n'importe quel élément du domaine d'interprétation. Une telle interprétation associe donc F à toutes les formule $P(x)$. Elle associera donc également F à la formule $\exists x P(x)$ et V à la formule $\neg \exists x P(x)$. D'autre part, tant que nous supposons que notre domaine d'interprétation ne contient qu'un nombre fini d'individus, nous pouvons vérifier les formules proposées. Par exemple, dans un domaine d'interprétation réduit à 3 individus a , b , et c , l'équivalence $\forall x \neg P(x) \leftrightarrow \neg \exists x P(x)$ s'écrit $\neg P(a) \wedge \neg P(b) \wedge \neg P(c) \leftrightarrow \neg (P(a) \vee P(b) \vee P(c))$ et n'est autre que la loi de De Morgan. Un tel résultat est évidemment encourageant, mais il ne faut pas exagérer sa portée : le calcul des prédicats ne manifeste son intérêt et sa puissance que dans le cas où l'on a affaire à des ensembles infinis (si nous n'avions affaire qu'à des ensemble finis, nous pourrions nous en passer) et ce n'est pas parce qu'une propriété est vraie pour les ensembles finis qu'elle le reste pour les ensembles infinis.

Signalons encore quelques lois d'équivalence propres aux prédicats dyadiques (relations à deux places) :

$$13. \forall x \forall y P(x,y) \leftrightarrow \forall y \forall x P(x,y)$$

« Tout le monde aime tout le monde » équivaut à « tout le monde est aimé par tout le monde »

$$14. \exists x \exists y P(x,y) \leftrightarrow \exists y \exists x P(x,y)$$

« Quelqu'un aime quelqu'un » équivaut à « quelqu'un est aimé par quelqu'un »

Ces deux lois indiquent qu'entre deux quantificateurs du même type (deux quantificateurs universels, deux quantificateurs existentiels) l'ordre est différent. Mais il n'en va pas de même entre deux quantificateurs de types différents. En effet, la formule $\forall x \exists y P(x,y)$ n'est pas équivalente à $\exists y \forall x P(x,y)$.

« Tout le monde aime quelqu'un » n'équivaut pas à « quelqu'un est aimé par tout le monde »

Dans le premier cas, chacun peut aimer quelqu'un de différent [y dépend de chaque x]. Dans le second cas, c'est une seule et même personne qui est aimée par tous [y ne dépend pas des x]. Les deux énoncés ne sont pas équivalents, mais le second implique le premier :

$$15. \exists y \forall x P(x,y) \models \forall x \exists y P(x,y)$$

Si « quelqu'un est aimé par tout le monde », alors forcément « tout le monde aime quelqu'un (au moins cette personne qui est aimée par tous) ».

DÉDUCTION NATURELLE

La méthode de déduction naturelle que nous avons envisagée dans le cadre du calcul des propositions peut être étendue au calcul des prédicats. Aux règles d'introduction et d'élimination des connecteurs introduites au niveau du calcul des propositions, il faut alors ajouter les règles suivantes, qui régissent l'introduction et l'élimination des quantificateurs :

Élimination du quantificateur universel ($E\forall$)

$\frac{\forall x A(x)}{A(c)}$	Si, au cours de la dérivation, on a obtenu $\forall x A(x)$, on peut en déduire $A(c)$

Introduction du quantificateur universel ($I\forall$)

$\frac{A(c)}{\forall x A(x)}$	Si, au cours de la dérivation, on a obtenu $A(c)$, on peut en déduire $\forall x A(x)$ si c est absolument quelconque ⁵¹ , c'est-à-dire s'il n'intervient pas précédemment dans la déduction

Élimination du quantificateur existentiel ($E\exists$)⁵²

$\frac{\exists x A(x)}{A(c)}$	Si, au cours de la dérivation, on a obtenu $\exists x A(x)$, on peut en déduire $A(c)$ si c est absolument quelconque, c'est-à-dire s'il n'intervient pas précédemment dans la déduction

51. Il ne s'agit donc pas de généraliser à tous les individus ce qui vaut pour l'un d'entre eux. Ici, c n'est pas une constante, mais a valeur générique.

52. La règle originale de Gentzen pour l'élimination du quantificateur existentiel s'inspirait davantage de l'élimination de la disjonction (cf. la valeur de disjonction infinie d'un quantificateur existentiel) mais était aussi un peu plus complexe :

$\frac{\exists x A(x)}{A(c)}$	Si, au cours de la dérivation, on a obtenu $\exists x A(x)$ et si, ensuite, en posant $A(c)$, on peut en déduire C , alors on peut déduire C à partir des prémisses. La restriction est alors que c ne figure ni dans C , ni dans les hypothèses non déchargées de la dérivation qui va de $A(c)$ à C .

*Introduction du quantificateur existentiel ($\exists$)*

$$\frac{A(c)}{\exists x A(x)}$$

Si, au cours de la dérivation, on a obtenu $A(c)$, on peut, quel que soit c , en déduire $\exists x A(x)$.

La règle d'introduction du quantificateur existentiel ne fait pas problème : il est évident que, si un individu donné c possède une certaine propriété ($A(c)$), on peut en déduire qu'il y a au moins un individu qui possède cette propriété ($\exists x A(x)$). La règle d'élimination du quantificateur universel est tout aussi évidente : si tous les individus ont une certaine propriété ($\forall x A(x)$), on peut en déduire que chaque individu a cette propriété : $A(c)$, pour n'importe quel c . Notons cependant qu'il faut tout de même veiller à ne pas choisir pour l'instanciation la lettre d'une variable liée par un autre quantificateur, sans quoi on s'expose au problème de la « capture » des variables signalé dans le paragraphe sur la formalisation. De $\forall y \exists x e(x,y)$, je peux déduire que $\exists x e(x,a)$ ou que $\exists x e(x,c)$, mais pas que $\exists x e(x,x)$, car cela veut dire autre chose. Ainsi de « chacun est aimé par quelqu'un » ($\forall y \exists x e(x,y)$), je puis déduire qu'il y a quelqu'un qui aime a ($\exists x e(x,a)$), qu'il y a quelqu'un qui aime c ($\exists x e(x,c)$), etc., mais pas qu'il y a quelqu'un qui s'aime soi-même ($\exists x e(x,x)$).

Les deux autres règles d'inférence doivent, quant à elles, être manipulées avec la plus extrême prudence et elles sont soumises à des restrictions nettement plus importantes⁵³. Commençons par le cas de l'introduction du quantificateur universel. Il est évident que l'on ne peut passer de $A(c)$ à $\forall x A(x)$ que si c est absolument quelconque : ce n'est pas parce qu'un individu particulier possède une certaine propriété que tous les individus possèdent cette propriété. L'individu c sur lequel on quantifie ne doit donc jouer aucun rôle particulier dans le reste de la déduction. Il est par exemple exclu qu'il figure dans les prémisses.

Exemple 80

Tous les fous sont généreux.

Or, Clément est fou.

Donc tous sont généreux.

(1)	$\forall x (f(x) \Rightarrow g(x))$	<i>Pr.</i>
(2)	$f(c)$	<i>Pr.</i>
(3)	$f(c) \Rightarrow g(c)$	1, $E\forall$
(4)	$g(c)$	2,3, $E\Rightarrow$
(5)	$\forall x g(x)$	4, $I\forall$

Cette déduction n'est manifestement pas correcte. Le problème vient de ce que le c sur lequel nous avons quantifié pour parvenir à la dernière ligne n'était pas quelconque ; il ne désignait pas n'importe quel individu, mais cet individu particulier dont la deuxième prémisses nous disait qu'il possédait la propriété d'être fou.

Exemple 81

Tous les fous sont généreux.

Or, tous sont fous.

Donc tous sont généreux.

53. Le développement suivant, qui mène à la formulation de la règle donnée page 111, est inspiré du chapitre 37 de W.V.O. Quine, *Méthodes de logique*, Paris, Armand Colin, 1972.

(1)	$\forall x (f(x) \Rightarrow g(x))$	<i>Pr.</i>
(2)	$\forall x f(x)$	<i>Pr.</i>
(3)	$f(c) \Rightarrow g(c)$	1, $E\forall$
(4)	$f(c)$	2, $E\forall$
(5)	$g(c)$	3,4, $E\Rightarrow$
(6)	$\forall x g(x)$	5, $I\forall$

Cette déduction, en revanche, est correcte. Les lignes 3, 4 et 5 font intervenir un individu c quelconque : c'est de n'importe quel individu que l'on peut dire que, s'il est f , alors il est g ; c'est aussi – contrairement à ce que l'on avait dans l'exemple précédent – de n'importe quel individu que l'on peut dire qu'il est f (puisque'ils le sont tous selon la prémisse 2) et c'est donc de n'importe quel individu que l'on peut affirmer qu'il est g . La généralisation universelle (l'introduction du $\forall$) procède donc à partir d'un c quelconque (il est notamment absent des prémisses⁵⁴) et est donc, dans ce cas, justifiée.

L'élimination du quantificateur existentiel pose le même genre de problème que l'introduction du quantificateur universel. La lettre avec laquelle on instancie ne doit jouer aucun rôle particulier dans le reste de la dérivation. En particulier⁵⁵, elle ne doit pas apparaître dans les prémisses.

Exemple 82

Il y a des gens qui sont généreux lorsqu'ils sont fous.

Or, Clément est fou.

Donc il y a des généreux.

(1)	$\exists x (f(x) \Rightarrow g(x))$	<i>Pr.</i>
(2)	$f(c)$	<i>Pr.</i>
(3)	$f(c) \Rightarrow g(c)$	1, $E\exists$
(4)	$g(c)$	2,3, $E\Rightarrow$
(5)	$\exists x g(x)$	4, $I\exists$

Cette déduction n'est pas correcte. Lorsque nous instancions l'existentielle (ligne 3), nous n'avons pas le droit d'utiliser la lettre c qui intervient précédemment (ligne 2), parce que nous ne pouvons pas savoir si l'individu qui est tel que s'il est f , alors il est g est le même que celui dont la ligne 2 nous a dit qu'il était f . Si nous voulons instancier l'existentielle, nous devons donc utiliser une autre lettre que c et écrire, par exemple, $f(d) \Rightarrow g(d)$.

La lettre d'instanciation existentielle ne doit pas, non plus, être une constante qui, parce qu'elle est présente dans la conclusion, désigne un individu particulier :

Exemple 83

Tous les fous sont généreux.

Or, il y a des fous.

Donc Clément est généreux.

(1)	$\forall x (f(x) \Rightarrow g(x))$	<i>Pr.</i>
(2)	$\exists x f(x)$	<i>Pr.</i>
(3)	$f(c)$	2, $E\exists$
(4)	$f(c) \Rightarrow g(c)$	1, $E\forall$
(5)	$g(c)$	3,4, $E\Rightarrow$

54. Nous verrons cependant, à partir d'autres exemples, que cette condition n'est pas suffisante : il ne suffit pas, pour que le c puisse être jugé « absolument quelconque » qu'il soit absent des prémisses.

55. Mais, à nouveau, nous verrons que ce n'est pas suffisant.



Nous ne pouvons pas conclure des prémisses qu'un individu particulier (Clément) est généreux. Pour pouvoir le faire, il faudrait être certains (et nous ne le sommes pas) que Clément fait partie des fous. L'instanciation existentielle de la ligne 3 est donc illégitime.

Les exemples précédents ont montré que nous n'avons pas le droit d'utiliser une lettre qui intervient dans les prémisses ni pour faire une généralisation universelle (Ex. 80) ni pour faire une instanciation existentielle (Ex. 82) et que nous devons refuser les conclusions qui font intervenir des occurrences libres de lettres provenant d'instanciation existentielle (Ex. 83). Malheureusement, ces interdictions ne sont pas suffisantes pour assurer que notre déduction sera correcte.

Exemple 84

Il y a des gens qui sont généreux lorsqu'ils sont fous.

Or, il y a des fous.

Donc il y a des généreux.

(1)	$\exists x (f(x) \Rightarrow g(x))$	<i>Pr.</i>
(2)	$\exists x f(x)$	<i>Pr.</i>
(3)	$f(c) \Rightarrow g(c)$	1, $E\exists$
(4)	$f(c)$	2, $E\exists$
(5)	$g(c)$	3,4, $E\Rightarrow$
(6)	$\exists x g(x)$	5, $I\exists$

Cette déduction est tout aussi erronée que la précédente, et pour une raison analogue, même si nous n'avons pas, dans ce cas, instancié avec une lettre qui apparaissait dans les prémisses. Il est clair que nous n'avons pas le droit d'utiliser la même lettre (c , en l'occurrence) pour instancier les deux prémisses. Nous savons qu'il y a un individu qui est tel que s'il est f , alors il est g (prémisse 1) et nous savons aussi qu'il y a un individu qui est f (prémisse 2), mais nous ne savons pas si c'est du même individu qu'il s'agit dans les deux cas. Nous aurions dû choisir une autre lettre pour la seconde instanciation existentielle, et écrire $f(d)$ pour la ligne 4 (ce qui nous aurait empêché de conclure qu'un individu possédait la propriété g).

Aux interdictions déjà formulées concernant l'interdiction d'utiliser une lettre qui figure dans les prémisses, il faudra donc ajouter la recommandation suivante : pour chaque instanciation existentielle, il convient d'utiliser une lettre qui n'a pas encore été employée.

Mais ces restrictions ne sont pas encore suffisantes, comme le prouvent les exemples suivants.

Exemple 85

Il y a des fous.

Donc tous sont fous.

(1)	$\exists x f(x)$	<i>Pr.</i>
(2)	$f(c)$	1, $E\exists$
(3)	$\forall x f(x)$	2, $I\forall$

Cette déduction est manifestement erronée (ce n'est pas parce qu'un individu possède une propriété que tous les individus la possèdent). Le problème vient ici de ce que nous avons fait une généralisation universelle sur une lettre (c , en l'occurrence) qui provenait d'une instanciation existentielle, et qui n'était donc pas quelconque (même si elle n'apparaissait ni dans les prémisses ni dans la conclusion). Il faut donc ajouter aux restrictions déjà formulées la règle suivante : la généralisation universelle ne doit pas porter sur des lettres qui proviennent d'une instanciation existentielle.

Nous ne sommes cependant pas encore au bout de la liste de nos restrictions.

Exemple 86

Tout le monde est le fils de quelqu'un.

Donc il y a quelqu'un dont tout le monde est le fils.

(1)	$\forall x \exists y f(x,y)$	<i>Pr.</i>
(2)	$\exists y f(c,y)$	1, $E\forall$
(3)	$f(c,d)$	2, $E\exists$
(4)	$\forall x f(x,d)$	3, $I\forall$
(5)	$\exists y \forall x f(x,y)$	4, $I\exists$

Cette déduction est, elle aussi, erronée. Le problème vient, dans ce cas, de ce que le d introduit ligne 3 par l'instanciation existentielle « dépend » du c , de sorte que l'on n'est pas autorisé à passer de la ligne 3 à la ligne 4 parce que ce n'est pas le même d qui donnera lieu à $f(x,d)$ pour tous les individus x (tous les x ne sont pas les fils du même individu). Le c est en quelque sorte « caché dans le d » ; c'est le d « de c » (c'est l'individu d dont c est le fils). On pourrait écrire d_c , pour se souvenir que d dépend de c . Cette notation mettrait en évidence que l'on ne peut quantifier sur c sans se soucier de ce lien de dépendance qui lie d à c : il faudrait en effet écrire $\forall x f(x,d_x)$, ce qui nous empêcherait d'introduire ensuite le quantificateur existentiel et donc de parvenir à la conclusion de notre raisonnement.

Une telle notation indicielle présenterait l'avantage de faire apparaître explicitement quel individu dépend de quel autre, mais aurait aussi l'inconvénient d'alourdir considérablement les écritures, surtout si, comme dans des raisonnements un peu plus complexes, les liens de dépendance entre variables sont multiples. En fait, nous allons voir qu'il est possible de régler ce problème d'une manière simple en introduisant une règle qui possède l'avantage de récapituler l'ensemble des restrictions que nous avons introduites depuis le début de ce chapitre :

Toute instanciation existentielle ($E\exists$) et toute généralisation universelle ($I\forall$) donnera lieu à une signalisation, c'est-à-dire que l'on indiquera à la fin de la ligne correspondante le nom de la lettre instanciée ou généralisée. On exigera qu'aucune lettre ne fasse deux fois l'objet d'une signalisation, et qu'aucune lettre libre d'une ligne signalée ne soit alphabétiquement postérieure à la lettre de signalisation. On exigera, de plus, qu'aucune lettre signalée ne soit libre ni dans les prémisses, ni dans la conclusion.

Ainsi, dans notre dernier exemple :

(1)	$\forall x \exists y f(x,y)$	<i>Pr.</i>	
(2)	$\exists y f(c,y)$	1, $E\forall$	
(3)	$f(c,d)$	2, $E\exists$	d
(4)	$\forall x f(x,d)$	3, $I\forall$	c
(5)	$\exists y \forall x f(x,y)$	4, $I\exists$	

La règle que nous venons de formuler est respectée par la ligne 3, puisque la variable libre qu'elle contient (c) n'est pas alphabétiquement postérieure à la lettre signalée (d). Mais la ligne 4 ne respecte pas notre règle, puisqu'elle contient une lettre libre (d) alphabétiquement postérieure à la lettre signalée (c). En considérant cet exemple, on comprend mieux que ce que la règle nous interdit, c'est de capturer dans la portée d'un quantificateur universel une lettre (d en l'occurrence) qui peut dépendre de la lettre sur laquelle on réalise la généralisation universelle (c en l'occurrence). Que d soit postérieure à c traduit ici qu'elle dépend peut-être de la variable c sur laquelle on généralise puisque, lors des instanciations précédentes,



nous avons choisi nos constantes dans l'ordre alphabétique. Dans le cas présent, nous avons dû, lors de l'instanciation universelle de la ligne 3, choisir une constante postérieure à c qui était libre dans cette ligne ; et d dépend en effet de c .

Comme annoncé, la règle unique énoncée ci-dessus récapitule toutes les restrictions que nous avons formulées précédemment : elle interdit que l'on utilise une lettre présente dans les prémisses pour faire une généralisation universelle (Ex. 80) ou une instanciation existentielle (Ex. 82), elle interdit qu'apparaisse dans la conclusion une lettre qui proviendrait d'une instanciation existentielle (Ex. 83), elle impose que l'on utilise une lettre nouvelle pour faire une instanciation existentielle (Ex. 84), elle interdit que l'on applique une généralisation universelle sur une lettre qui proviendrait d'une instanciation existentielle (Ex. 85) et elle règle le problème de dépendance entre variables (Ex. 86).

Pour nous familiariser encore avec cette méthode, tâchons de démontrer avec elle la validité de quelques raisonnements. Cet entraînement nous sera d'autant plus utile que, comme c'était déjà le cas pour la méthode des tableaux sémantiques, la déduction naturelle n'est pas déterministe et demande donc une certaine habitude pour choisir la stratégie de démonstration la plus adéquate.

Exemple 87

Certains sont corruptibles.

Donc il est faux que tous sont incorruptibles.

Démontrons que, de $\exists x c(x)$, on peut déduire que $\neg \forall x \neg c(x)$

(1)	$\exists x c(x)$	<i>Pr.</i>	
(2)	$\forall x \neg c(x)$	<i>Hyp.</i>	
(3)	$\neg c(a)$	2, $E\forall$	
(4)	$c(a)$	1, $E\exists$	a
(5)	$\neg \forall x \neg c(x)$	3, 4 <i>Déch.</i> 2 $\vdash$	

L'utilisation de la lettre a pour instancier l'existentielle, ligne 4, ne fait pas problème car le a de la ligne 3 provient d'une instanciation universelle (si la ligne 3 était une prémisses ou si elle était l'instanciation d'une existentielle, il faudrait signaler le a , et on ne pourrait pas écrire la ligne 4).

Exemple 88

Il est faux que tous sont incorruptibles.

Donc certains sont corruptibles.

Démontrons que, de $\neg \forall x \neg c(x)$, on peut déduire que $\exists x c(x)$

(1)	$\neg \forall x \neg c(x)$	<i>Pr.</i>	
(2)	$\neg \exists x c(x)$	<i>Hyp.</i>	
(3)	$c(a)$	<i>Hyp.</i>	
(4)	$\exists x c(x)$	3, $\exists I$	
(5)	$\neg \exists x c(x)$	2	
(6)	$\neg c(a)$	4, 5 <i>Déch.</i> 3 $\vdash$	
(7)	$\forall x \neg c(x)$	6, $\forall I$	a
(8)	$\neg \neg \exists x c(x)$	1, 7, <i>Déch.</i> 2 $\vdash$	
(9)	$\exists x c(x)$	8, $E\neg$	

La généralisation universelle de la ligne 7 sur a ne fait pas problème, même si cette lettre a déjà été utilisée dans la ligne 3. En effet, la ligne 3, qui introduit une sous-dérivation, constitue une prémisses supplémentaire qui fait apparaître la lettre a ; mais la restriction qui interdit dès lors d'utiliser a pour une généralisation universelle (ou une instanciation existentielle) ne vaut alors que pour la sous-dérivation (lignes 3 à 5). Une fois que l'on a déchargé $c(a)$, que l'on a obtenu $\neg c(a)$ et que l'on est repassé à la sous-dérivation de niveau supérieur, on peut ignorer cette restriction portant sur l'utilisation de a . Le $\neg c(a)$ de la ligne 6 ne constitue pas une prémisses supplémentaire, mais une conséquence de $\neg \forall x \neg c(x)$ et $\neg \exists x c(x)$. Le a qui y intervient est tout à fait quelconque.

Exemple 89

Tout homme est un animal.

Donc quiconque parle à un homme parle à un animal.

Si l'on note $h(x) : x$ est un homme

$a(x) : x$ est un animal

$p(x,y) : x$ parle à y ,

la prémisses s'écrit $\forall x (h(x) \Rightarrow a(x))$ et la conclusion $\forall x [\exists y (h(y) \wedge p(x,y)) \Rightarrow \exists y (a(y) \wedge p(x,y))]$.

(1)	$\forall x (h(x) \Rightarrow a(x))$	<i>Pr.</i>	
(2)	$h(b) \Rightarrow a(b)$	<i>1, E$\forall$</i>	
(3)	$\exists y (h(y) \wedge p(a,y))$	<i>Hyp.</i>	
(4)	$h(b) \wedge p(a,b)$	<i>3, E$\exists$</i>	b
(5)	$h(b)$	<i>4, E$\wedge$</i>	
(6)	$a(b)$	<i>2,5, E$\Rightarrow$</i>	
(7)	$p(a,b)$	<i>4, E$\wedge$</i>	
(8)	$a(b) \wedge p(a,b)$	<i>6,7, I$\wedge$</i>	
(9)	$\exists y (a(y) \wedge p(a,y))$	<i>8, I$\exists$</i>	
(10)	$[\exists y (h(y) \wedge p(a,y)) \Rightarrow \exists y (a(y) \wedge p(a,y))]$	<i>3, 9 Déch. 3 I$\Rightarrow$</i>	
(11)	$\forall x [\exists y (h(y) \wedge p(x,y)) \Rightarrow \exists y (a(y) \wedge p(x,y))]$	<i>10, I$\forall$</i>	a

Comme dans l'exemple précédent, une fois sorti de la sous-dérivation, on n'est plus soumis aux restrictions introduites dans cette sous-dérivation. On peut donc, ligne 11, généraliser universellement sur la constante a (pourtant alphabétiquement antérieure à b).

Dans les paragraphes précédents, nous avons utilisé la déduction naturelle pour démontrer la validité d'un raisonnement. Comme c'était le cas dans le cadre du calcul des propositions, la méthode peut aussi être utilisée pour démontrer qu'une formule est valide. Il suffit de considérer celle-ci comme le résultat d'un raisonnement dont l'ensemble des prémisses est vide.

Par exemple, on pourra démontrer que la formule $\neg \forall x \neg c(x) \Rightarrow \exists x c(x)$ est valide en ajoutant au développement de l'exemple 88 ci-dessus une étape pour décharger la prémisses $\neg \forall x \neg c(x)$.



(1)	$\neg \forall x \neg c(x)$	<i>Hyp.</i>	
(2)	$\neg \exists x c(x)$	<i>Hyp.</i>	
(3)	$c(a)$	<i>Hyp.</i>	
(4)	$\exists x c(x)$	3, $\exists$	
(5)	$\neg \exists x c(x)$	2	
(6)	$\neg c(a)$	4, 5 <i>Déch.</i>	3 $\vdash$
(7)	$\forall x \neg c(x)$	6, $\forall$	a
(8)	$\neg \forall x \neg c(x)$	1	
(9)	$\neg \neg \exists x c(x)$	7, 8 <i>Déch.</i>	2 $\vdash$
(10)	$\exists x c(x)$	9, $E \neg$	
(11)	$\neg \forall x \neg c(x) \Rightarrow \exists x c(x)$	1, 10 <i>Déch.</i>	1 $\Rightarrow$

Dans la section consacrée aux tableaux sémantiques, nous avons rencontré des exemples de formules qui donnaient lieu à des tableaux infinis, de sorte que la méthode ne nous permettait pas de conclure sur le caractère valide ou non de la formule (même si, dans les cas simples, il arrive que l'on « voie bien » que l'on ne parviendra pas à fermer le tableau relatif à la négation de la formule de départ). La méthode de déduction naturelle peut donner lieu à des phénomènes analogues.

Exemple 86

Tout le monde est le fils de quelqu'un.

Donc il y a quelqu'un dont tout le monde est le fils.

$$\begin{aligned}
 & \neg[\forall x \exists y f(x,y) \Rightarrow \exists y \forall x f(x,y)] \\
 & \downarrow \\
 & \forall x \exists y f(x,y), \neg \exists y \forall x f(x,y) \\
 & \downarrow \\
 & \forall x \exists y f(x,y), \neg \exists y \forall x f(x,y), \exists y f(a,y) \\
 & \downarrow \\
 & \forall x \exists y f(x,y), \neg \exists y \forall x f(x,y), f(a,b) \\
 & \downarrow \\
 & \forall x \exists y f(x,y), \neg \exists y \forall x f(x,y), f(a,b), \neg \forall x f(x,b) \\
 & \downarrow \\
 & \forall x \exists y f(x,y), \neg \exists y \forall x f(x,y), f(a,b), \neg f(c,b) \\
 & \downarrow \\
 & \forall x \exists y f(x,y), \neg \exists y \forall x f(x,y), f(a,b), \neg f(c,b), \exists y f(c,y) \\
 & \downarrow \\
 & \forall x \exists y f(x,y), \neg \exists y \forall x f(x,y), f(a,b), \neg f(c,b), f(c,d) \\
 & \downarrow \\
 & \forall x \exists y f(x,y), \neg \exists y \forall x f(x,y), f(a,b), \neg f(c,b), f(c,d), \forall x f(x,d) \\
 & \downarrow \\
 & \forall x \exists y f(x,y), \neg \exists y \forall x f(x,y), f(a,b), \neg f(c,b), f(c,d), f(e,d) \\
 & \downarrow \\
 & \dots
 \end{aligned}$$

On comprend bien comment l'enchevêtrement des quantificateurs a ici pour effet de rendre le tableau infini : à chaque fois, l'élimination du quantificateur existentiel introduit de nouvelles constantes, qu'il faut ensuite utiliser pour pratiquer une instanciation universelle, laquelle engendre à son tour une nouvelle existentielle. Dans ce cas simple, on « voit bien » que l'on ne parviendra jamais à fermer le tableau, car il faudrait, pour obtenir une contradiction, violer la règle qui exige que l'instanciation universelle ne fasse intervenir que des constantes inédites (par exemple, dans la 6^e ligne, si l'on instancierait $\neg \forall x f(x,b)$ en $\neg f(a,b)$, on obtiendrait une contradiction, mais il faudrait pour cela utiliser la constante a , déjà employée précédemment pour instancier une existentielle. On retrouve la même situation deux lignes plus bas, avec la constante b qui permettrait, si elle était instanciée à la place de d , d'obtenir une contradiction. Et ainsi de suite).

À propos de ce raisonnement (Ex. 86), nous avons déjà souligné (page 111) qu'il fallait résister à la tentation de le démontrer en effectuant une généralisation universelle (illégitime) à la ligne 4 :

(1)	$\forall x \exists y f(x,y)$	<i>Pr.</i>	
(2)	$\exists y f(a,y)$	1, $E\forall$	
(3)	$f(a,b)$	2, $E\exists$	b
(4)	$\forall x f(x,b)$	3, $I\forall$	a
(5)	$\exists y \forall x f(x,y)$	4, $I\exists$	

On pourrait alors être tenté d'essayer autre chose : introduire comme hypothèse supplémentaire la négation de la thèse à démontrer et chercher à en dériver une contradiction, ce qui permettrait, en déchargeant l'hypothèse, de conclure à la validité de la thèse :

(1)	$\forall x \exists y f(x,y)$	<i>Pr.</i>	
(2)	$\exists y f(a,y)$	1, $E\forall$	
(3)	$f(a,b)$	2, $E\exists$	b
(4)	$\neg \exists y \forall x f(x,y)$	<i>Hyp.</i>	
(5)	$\forall y \exists x \neg f(x,y)$	4, <i>Dérivation antérieure</i> ⁵⁶	
(6)	$\exists x \neg f(x,b)$	5, $E\forall$	
(7)	$\neg f(c,b)$	6, $E\exists$	c
(8)	$\neg f(d,b)$	6, $E\exists$	d
	...etc.		

On constate qu'il n'est pas possible d'obtenir la contradiction recherchée : pour cela, il faudrait en effet pouvoir instancier la ligne 6 avec la constante a , de manière à obtenir $\neg f(a,b)$, mais c'est interdit puisque a est alphabétiquement postérieur à b . Tout ce que l'on peut faire, c'est donc instancier à l'infini au moyen de nouvelles constantes (lignes 7, 8, etc.), mais on « voit bien » que l'on ne parviendra jamais à conclure de cette manière. On pourrait alors vouloir réitérer la ligne 1 pour instancier l'universelle en choisissant cette fois la constante c dans le but d'obtenir une contradiction avec la ligne 7. Mais, lorsqu'il faudrait ensuite instancier l'existentielle, on devrait à nouveau choisir une constante postérieure et on ne pourrait donc pas choisir b . On ne parviendra pas à obtenir la contradiction souhaitée.

En fait, comme dans le cas de la méthode des tableaux sémantiques, nous ne pouvons, lorsque nous ne parvenons pas à conclure une déduction, savoir s'il faut incriminer notre maladresse

56. On suppose ici que l'on a déjà démontré précédemment par la déduction naturelle que $\neg \exists y \forall x f(x,y) \not\models \forall y \exists x \neg f(x,y)$.



ou le fait que le raisonnement à examiner n'est pas valide. Il ne faudrait pas voir là une faiblesse de ces méthodes ; aucune procédure de décision ne peut faire mieux. C'est le calcul des prédicats lui-même qui, contrairement au calcul des propositions n'est pas *décidable*, c'est à dire tel qu'il existerait une procédure mécanique, un *algorithme*, permettant de déterminer en un nombre fini d'étapes si une formule du système est ou non valide. Plus précisément, le calcul des prédicats est semi-décidable : si une formule est valide, il est toujours possible de le démontrer en un nombre fini d'étapes, mais si elle ne l'est pas, il n'est pas toujours possible de le démontrer en un nombre fini d'étapes⁵⁷.

DÉFINITION AXIOMATIQUE DES QUANTIFICATEURS

Nous ne nous arrêterons pas ici sur le système axiomatique de la logique des prédicats, qui n'est pas toujours d'utilisation très commode. Signalons seulement que l'on peut étendre le système axiomatique de la logique des propositions à la logique des prédicats en ajoutant des axiomes et des règles d'inférence spécifiques, qui précisent le sens et l'usage des quantificateurs.

Classiquement, aux axiomes A1-A3 et aux règles R1-R2 de Lukasiewicz, on ajoute :

A4	$\forall x a(x) \Rightarrow a(t)$	(pourvu que t ne soit pas déjà une variable liée par un quantificateur dans $\forall x a(x)$)
A5	$\forall x (p \Rightarrow q(x)) \Rightarrow (p \Rightarrow \forall x q(x))$	(si x n'a pas d'occurrence libre dans p)
R3	Règle de généralisation universelle : si $p(t)$ est un théorème, alors $\forall x p(x)$ est un théorème.	

57. Gödel et Henkin ont tous deux montré que l'on peut donner à la logique des prédicats une axiomatique adéquate (correcte et complète), de sorte que toutes les formules valides et seulement elles peuvent en principe être obtenues comme théorèmes du système. Cependant, rien donc ne garantit que, si l'on a affaire à une formule non démontrable, il sera possible de prouver en un nombre fini d'étapes qu'elle n'est pas démontrable.



DEUXIÈME PARTIE

Argumentation

Chapitre 1	Logique informelle	119
Chapitre 2	Schémas argumentatifs faillibles et sophismes	161



Logique informelle

Machines à juger <i>versus</i> faculté de juger	120
Vers une « logique informelle »	128
Dimension topique et schémas d'inférence faillibles	131
Dimension rhétorique et adhésion de l'auditoire	137
Dimension interprétative et pragmatique du langage	145
Dimension dialectique et charge de la preuve	152



Dans la première partie, nous avons présenté des outils formels permettant d'évaluer rigoureusement la validité déductive des raisonnements propositionnels et prédicatifs à partir des propriétés logiques des connecteurs vérifonctionnels et des quantificateurs. S'ils constituent le noyau central de la logique standard contemporaine, ces outils ne suffisent toutefois pas à rendre compte de la validité déductive de tous les schémas d'inférence qui s'articulent autour d'autres notions à portée logique. C'est pourquoi une part importante du travail des logiciens contemporains a consisté et consiste encore à développer une multitude (plus ou moins unifiée) de formalismes distincts susceptibles de faire justice à la rationalité déductive des raisonnements qui ne peuvent être traités au moyen des outils de la logique standard. C'est notamment le cas des logiques modales, qui enrichissent nettement la subtilité d'analyse et d'évaluation de la logique standard en prenant en compte les modalités temporelles ou des notions telles que le nécessaire, le possible et l'effectif.

La question se pose cependant de savoir s'il est possible de prendre intégralement en charge la rationalité argumentative avec de tels systèmes déductifs formels. Un débat féroce sur cette question a notamment opposé, dans les années 1960, les logiciens George Kalinowski et Chaïm Perelman à propos de l'argumentation juridique. Nous intéresser à ce débat permettra de fournir un premier aperçu des avantages et des limites de l'approche déductiviste.

A Machines à juger *versus* faculté de juger

Dans un ouvrage de 1965¹, Kalinowski propose de développer la *logique juridique* (qui traite d'obligation légale et d'autorisation légale) à partir de la *logique déontique* (qui traite d'obligation et de permission), dont G.H. von Wright avait jeté les bases dès 1951. La logique déontique peut elle-même être considérée comme l'une des applications possibles de la *logique modale*, dont on fait remonter les premiers développements à l'Antiquité.

Dans les *Analytiques*, Aristote avait déjà attiré l'attention sur la spécificité des raisonnements qui font intervenir les modalités du *possible* et du *nécessaire*. En combinant ces deux modalités avec l'affirmation et la négation, on obtient les quatre formes fondamentales suivantes :

Nécessaire affirmative : Il est nécessaire que la Terre tourne autour du Soleil

Nécessaire négative : Il est nécessaire que la Terre ne tourne pas autour du Soleil

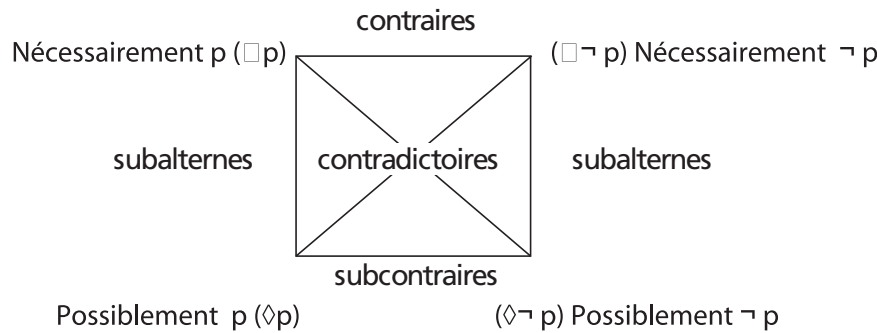
Possible affirmative : Il se peut que la Terre tourne autour du Soleil

Possible négative : Il se peut que la Terre ne tourne pas autour du Soleil

Dans la logique symbolique contemporaine, le mode de nécessité est représenté par $\Box$, celui de possibilité par $\Diamond$. Les quatre types modaux fondamentaux sont alors formulés de la manière suivante : $\Box p$, $\Box \neg p$, $\Diamond p$, $\Diamond \neg p$.

La tradition scolastique avait construit un carré logique de ces formes modales sur le modèle de celui des formes prédicatives :

1. Georges Kalinowski, *Introduction à la logique juridique*, Paris, Librairie Générale de Droit et de Jurisprudence, 1965.



Les rapports logiques exprimés dans le carré modal conviennent à la plupart des sens particuliers de la notion de nécessité.

Par exemple, en vertu de l'équivalence entre « Il est possible que la Terre ne tourne pas autour du Soleil » et « Il n'est pas nécessaire que la Terre tourne autour du Soleil », il y a bien contradiction entre $\Box p$ et $\Diamond \neg p$. De même, en vertu de l'équivalence entre « Il est nécessaire que la Terre ne tourne pas autour du Soleil » et « Il n'est pas possible que la Terre tourne autour du Soleil », il y a bien contradiction entre $\Diamond p$ et $\Box \neg p$. Par contre, comme on pouvait s'y attendre, $\neg \Box p$ n'est pas équivalent à $\Box \neg p$ (Dire qu'il n'est pas nécessaire que la Terre tourne autour du Soleil, ce n'est pas dire qu'il est nécessaire qu'elle ne tourne pas autour du Soleil) ; pas plus que $\Diamond \neg p$ n'est équivalent à $\neg \Diamond p$.

Le carré modal donne également la subalternation : $\models \Box p \Rightarrow \Diamond p$ (Si « Il est nécessaire que la Terre tourne autour du Soleil », alors « Il est possible que la Terre tourne autour du Soleil »). De même, $\models \Box p \Rightarrow \Diamond p$.

Quant aux relations de contrariété, elles donnent lieu aux inférences suivantes : si $\Box p$ est vrai, $\Box \neg p$ est faux et réciproquement. Par contre, si $\Box p$ est faux, on ne peut conclure que $\Box \neg p$ est vrai ; que la Terre tourne autour du Soleil peut n'être ni nécessaire ni impossible. À l'inverse, les relations de subcontrariété donnent lieu aux inférences valides suivantes : si $\Diamond p$ est faux, alors $\Diamond \neg p$ est vrai et réciproquement. Par contre, si $\Diamond p$ est vrai, alors on ne peut conclure que $\Diamond \neg p$ est faux ; que la Terre tourne autour du Soleil et qu'elle ne tourne pas autour du Soleil peuvent être tous deux possibles (dans des mondes distincts).

En outre, au-delà du carré modal, la notion de nécessité est souvent comprise en un sens tel que $\Box p \Rightarrow p$ et que $p \Rightarrow \Diamond p$: Tout ce qui est nécessaire est effectivement réalisé et tout ce qui est effectivement réalisé est possible. Ainsi, « S'il est nécessaire que la Terre tourne autour du Soleil, alors c'est effectivement le cas dans notre monde » ; et « Si la Terre tourne effectivement autour du Soleil dans notre monde, il est possible qu'elle le fasse ».

Selon le sens des notions de nécessité et de possibilité que l'on veut privilégier, on peut alors aussi accepter ou non des principes comme $\Box p \Rightarrow \Box \Box p$ – Tout ce qui est nécessaire est nécessairement nécessaire (il n'y a pas de nécessité qui soit elle-même contingente) – ou comme $p \Rightarrow \Box \Diamond p$: Tout ce qui est effectivement réalisé est non seulement possible, mais nécessairement possible.

Pour développer la *logique déontique* à partir du système précédent, on remplace les notions de *nécessité* et de *possibilité* par celles d'*obligation* (ici notée O) et de *permission* (ici notée P). Certaines lois et règles d'inférence de la logique modale se retrouvent alors dans la logique déontique. Ainsi, par exemple :

$\models Op \Rightarrow Pp$: Ce qui est obligatoire est permis.



$\models P \neg p \Leftrightarrow \neg Op$: Dire que *non-p* est permis, c'est dire que *p* n'est pas obligatoire.

$\models O \neg p \Leftrightarrow \neg Pp$: Dire que *non-p* est obligatoire, c'est dire que *p* n'est pas permis.

Par ailleurs, il faut, en logique déontique comme en logique modale, faire la distinction entre $\neg Op$ et $O \neg p$. Dire que *p* n'est pas obligatoire, ce n'est pas la même chose que de dire que *non p* est obligatoire (c'est-à-dire que *p* est interdit). *Op* et $O \neg p$ sont des *contraires*, mais pas des *contradictaires*.

Toutes les lois de la logique modale relative aux notions de nécessité et de possibilité ne subsistent cependant pas en logique déontique. On rejettera notamment $\models \Box p \Rightarrow p$. En effet, ce n'est pas parce que *p* est obligatoire que *p* est vrai. Il est moralement obligatoire que je respecte la parole donnée ; cela n'implique pas nécessairement que je le fais effectivement.

La *logique juridique* est ensuite construite en donnant aux notions déontiques d'obligation et de permission les sens d'*obligation légale* (notée ici ■) et d'*autorisation légale* (notée ici ♦).

La plupart des règles d'inférence de la logique juridique sont simplement issues de la logique déontique, mais Kalinowski ambitionne en outre de rendre compte de certains raisonnements spécifiques à l'argumentation juridique, comme les raisonnements *a fortiori*, ou les raisonnements *a pari* ou *a contrario*, sur lesquels nous reviendrons dans le chapitre suivant.

Un raisonnement *a fortiori* a la forme générale suivante :

Le comportement α est interdit par la loi.

Donc *a fortiori* le comportement β , qui suppose α , est-il interdit par la loi.

Exemple 90

Le vol est illégal.

A fortiori le vol à main armée est-il illégal.

Ou, à l'inverse :

Le comportement χ est permis par la loi.

Donc *a fortiori* le comportement δ , qui est supposé par χ , est autorisé par la loi.

Exemple 91

L'État américain de Géorgie autorise les adultes de plus de 21 ans à porter ostensiblement une arme sur la voie publique.

Donc *a fortiori* les autorise-t-il à détenir une arme.

Kalinowski propose de formaliser cet argument de la manière suivante :

♦ p est autorisé par la loi de l'État de Géorgie

$p \Rightarrow q$ p (je porte ostensiblement une arme) implique q (je détiens une arme)

♦ q q est autorisé par la loi de l'État de Géorgie

Notons que la seconde prémisse n'est pas explicitement formulée dans l'argument en langage quotidien, si ce n'est précisément dans l'expression « *a fortiori* ».

Ce schéma de base pour l'inférence *a fortiori* doit en fait être un peu complexifié. D'une part, pour indiquer que ce qui est permis, c'est un certain « acte » par certains sujets. On analyse alors en logique des prédicats : p comme $a(x)$ (x fait l'action A) et q comme $b(x)$:

$\forall x \text{ } \blacklozenge A(x)$ l'action A est autorisée pour tous

$\forall x (a(x) \Rightarrow b(x))$ quand on fait A , on fait B

$\forall x \text{ } \blacklozenge b(x)$ l'action B est autorisée pour tous

D'autre part, il convient de préciser que ces actions ne sont autorisées qu'à qui remplit certaines conditions. $c(x)$ signifiera alors : x est un adulte de plus de 21 ans. Le schéma général du raisonnement *a fortiori* tel que le propose Kalinowski, a alors la forme :

$$\forall x (c(x) \Rightarrow \blacklozenge a(x))$$

$$\forall x (a(x) \Rightarrow b(x))$$

$$\forall x (c(x) \Rightarrow \blacklozenge b(x))$$

Tel serait, selon Kalinowski, le schéma général du raisonnement *a fortiori* pour des $a(x)$, $b(x)$ et $c(x)$ quelconques.

AVANTAGES ET DÉFAUTS D'UNE MACHINE À JUGER

L'idée de Kalinowski, on l'aura compris, est que l'argumentation juridique est ainsi entièrement formalisable et qu'elle peut être évaluée au moyen des seuls critères de la validité déductive formelle.

Avant de pointer, avec Chaïm Perelman, certaines limites d'une telle approche, soulignons d'abord l'intérêt que pourrait représenter la prise en charge complète de la rationalité juridique par un système déductif formel.

Tout d'abord, comme c'était le cas pour les raisonnements envisagés dans la première partie, il deviendrait possible de *déterminer rigoureusement, à propos de n'importe quelle argumentation juridique, si elle est ou non déductivement valide*, c'est-à-dire si la conclusion avancée découle bien nécessairement des arguments proposés en sa faveur. Nombre de conflits juridiques pourraient ainsi être tranchés univoquement. Bien plus, on pourrait utiliser le système formel pour déduire toute une série de conséquences juridiques qui résultent, sans contestation possible, d'un ensemble d'éléments (de fait et de droit) de départ : étant donné les lois et règlements en vigueur, de telle ou telle situation réelle suit nécessairement telle ou telle conséquence juridique.

Le travail des juges et autres juristes, qui consiste essentiellement en raisonnements, pourrait ainsi être très largement pris en charge par des ordinateurs, lesquels seraient d'ailleurs non seulement plus fiables que des opérateurs humains, mais aussi et surtout plus « puissants » qu'eux, au sens où ils pourraient gérer des bases de données beaucoup plus grandes (à commencer par les codes et règlements qu'ils auraient entièrement en « mémoire ») et procéder beaucoup plus rapidement à des calculs inférentiels complexes.

En outre, d'un point de vue politique, le remplacement des juges humains par des « machines à juger » – des automates dépourvus de toute « faculté de juger » personnelle² –, pourrait se justifier par le souhait de réduire au maximum les marges d'appréciation personnelle des juges, de manière à obtenir une *justice impersonnelle et systématique*, qui se borne à tirer scrupuleusement et rigoureusement les conséquences *nécessaires* de la loi. Cet idéal de rationalité, qui a notamment été valorisé par la Révolution française, aurait évidemment pour principal objectif de limiter l'arbitraire des décisions de justice, d'assurer un traitement judiciaire identique à des situations identiques et de soumettre le plus directement

2. Chaïm Perelman, *Logique et argumentation*, Bruxelles, Presses universitaires de Bruxelles, 1968, p. 82, p. 86.



possible les décisions judiciaires à la volonté du législateur, qui, dans un système démocratique, représente la volonté générale³.

Pour sa part, Chaïm Perelman dénonce toutefois le caractère illusoire de l'idéal de rationalité purement déductive qui inspire des entreprises comme celle de Kalinowski. Selon lui, le pouvoir d'appréciation du juge ne peut être entièrement gommé. Il intervient même de manière décisive à plusieurs égards.

Tout d'abord, pour déterminer qu'une règle juridique est d'application et en déduire une série de conséquences, il convient de *qualifier les faits* dont on part. Or, le débat argumentatif porte très souvent sur cette étape préalable au raisonnement juridique proprement dit : à l'examen, cet étudiant a regardé dans la direction de la feuille de son voisin, mais a-t-il pour autant « copié » et dès lors commis une fraude devant entraîner sanction ? Telle ou telle qualification entraîne telle ou telle conséquence juridique. Mais quels faits exactement méritent-ils ces qualifications ?

Comme ceux du langage ordinaire, les termes du langage juridique sont parfois définis d'une manière imprécise qui ne permet pas de déterminer avec certitude tous leurs cas d'application ; des situations particulières peuvent faire surgir des hésitations et des débats sur la manière de les classer et de les qualifier⁴. Certaines notions, souligne Perelman, sont même volontairement laissées vagues pour permettre un pouvoir d'appréciation au cas par cas ; il en va notamment ainsi des notions d'« ordre public », de « faute », d'« urgence », de « gestion en bon père de famille », etc.⁵.

Le pouvoir d'appréciation du juge tient aussi au caractère *non nécessaire* des argumentations juridiques. Si ces dernières étaient des démonstrations, s'il s'agissait d'y déduire de manière inéluctable la vérité ou la fausseté de telle ou telle conclusion, il « suffirait » au juge de déterminer quelle déduction est valide et laquelle est non valide⁶. Dans bien des cas, une machine pourrait très efficacement faire ce travail. En réalité, les argumentations juridiques s'inscrivent plutôt dans la sphère du *vraisemblable* ou du *probable*. Une même thèse peut être renforcée par des arguments favorables et affaiblie par des arguments défavorables, c'est-à-dire qu'il y a tout à la fois de *bonnes raisons* d'adhérer à cette thèse et de ne pas y adhérer. Il importe alors que le juge pèse la pertinence et la force des arguments en présence⁷. C'est à lui qu'il revient de déterminer lesquels, parmi les arguments opposés, doivent *prévaloir*. Certes, la loi elle-même comporte un grand nombre d'indications sur le type d'arguments qui peuvent être retenus comme pertinents et ceux qui doivent être écartés, ainsi que sur la supériorité de certains arguments par rapport à d'autres. Mais les questions à trancher sont souvent très complexes et les arguments aussi nombreux que divers, de sorte que les indications de la loi ne suffisent pas toujours à faire le tri ni à établir l'ordre des préséances...

3. *Ibid.*, p. 76.

4. Chaïm Perelman, *Logique et argumentation*, *op. cit.*, p. 37.

5. Chaïm Perelman, *Logique et argumentation*, *op. cit.*, pp. 79-80.

6. Chaïm Perelman, *Justice et raison*, Bruxelles, Presses universitaires de Bruxelles, 1963, p. 209.

7. John Woods montre que les évidences pour et contre une conclusion en droit ne peuvent être « pesées » par un formalisme tel que celui d'une logique bayésienne ("Should we legalize Bayes' theorem ?", in Hansen H. and Pinto R.C. (eds.), *Reason Reclaimed: Essays in Honour of J. Anthony Blair and Ralph H. Johnson*, Vale Press, 2007, pp. 257-267).

Le pouvoir d'appréciation du juge intervient encore dans la mesure où il est parfois amené à se prononcer en dépit du fait que la loi ne satisfait pas aux exigences de « complétude » et de « correction » d'un système axiomatique, c'est-à-dire qu'il arrive que les règles juridiques soient soit *silencieuses*, soit *contradictaires* entre elles.

Le premier cas, où il y a *lacune ou vide juridique*, est assez fréquent. Le législateur ne peut en effet légiférer sur tout, y compris sur l'imprévu ou l'improbable, et il arrive donc fréquemment que la loi ne fournisse aucune consigne explicite sur la manière de traiter certaines situations, qui, pourtant, aboutissent devant des tribunaux en raison de leur similitude avec des situations pour lesquelles une législation existe. Notons, avec Perelman⁸, que le juge ne peut se dérober face à ce type de situations et que l'article 5 du Code judiciaire qualifie même de « déni de justice » tout refus de juger « sous quelque prétexte que ce soit, même du silence, de l'obscurité ou de l'insuffisance de la loi ». En quelque sorte, la loi prétend être *complète* et elle impose au juge de combler ce qui pourrait apparaître comme des lacunes, alors qu'un système déductif ne dispose pas d'une telle ressource et qu'il doit donc, s'il est incomplet, reconnaître le caractère indéterminé de certains énoncés⁹.

Dans une situation de lacune, deux décisions sont possibles, entre lesquelles le juge devra « choisir » : soit le juge estime que l'acte incriminé doit bénéficier du silence de la loi selon le principe que ce qui n'est pas explicitement interdit est autorisé ; soit il estime que la loi comporte suffisamment d'éléments pour combler ce qui n'était une lacune qu'en apparence, et que l'acte incriminé est bien illégal. Dans cette seconde hypothèse, on dira que le jugement, s'il n'introduit pas vraiment de nouvelles règles, contribue néanmoins à « préciser » le sens de la loi¹⁰.

Le second cas, où il y a *antinomie* des prescriptions légales, est plus rare, mais il reste toujours possible en principe.

Perelman en relate un exemple intéressant :

Un guérisseur était poursuivi pour exercice illégal de la médecine ; il ressortait cependant de l'audition des protagonistes et des témoins que cet homme, sans formation médicale reconnue, était accouru, à la demande des familles, au chevet de jeunes enfants atteints de poliomyélite et de méningite que leurs médecins considéraient comme condamnés ; que cet homme avait agi sans esprit de lucre et même avec générosité ; et que son intervention avait été suivie dans plusieurs cas de guérisons réelles¹¹.

Si elle condamne tout exercice illégal de la médecine (arrêté royal du 10 novembre 1967), la loi interdit aussi de refuser son assistance à une personne en danger de mort (article 422*bis* du Code pénal). Dans le cas présent, où ces deux interdictions se contredisent, c'est au juge qu'il revient de trancher.

Des antinomies peuvent aussi surgir lorsque différentes lois nationales s'appliquent à un même individu. C'est ce que suggère l'exemple fictif suivant, inspiré de litiges du XIX^e siècle :

Il se pourrait que le droit belge indique que l'« état » (célibataire, majeur, etc.), mais aussi la « capacité » d'une personne (âge de la majorité pour se marier, autorisation

8. Chaïm Perelman, *Justice et raison*, op. cit., pp. 123-124.

9. Chaïm Perelman, *Justice et raison*, op. cit., p. 208.

10. Chaïm Perelman, *Logique et argumentation*, op. cit., p. 82 ; Chaïm Perelman, *Justice et raison*, op. cit., p. 240.

11. Chaïm Perelman, *Logique et argumentation*, op. cit., p. 81.



de divorcer, etc.) soient déterminés par sa loi nationale. C'est donc la loi anglaise qu'il conviendrait d'examiner pour vérifier qu'un ressortissant britannique domicilié à Bruxelles est autorisé à divorcer. Or, si le droit anglais précise de son côté qu'en matière de capacité c'est le droit du domicile qui s'applique, il renvoie à son tour au droit belge... qui renvoie lui-même à la loi nationale, donc au droit anglais...

Dans un cas semblable, l'antinomie semble pouvoir se résoudre facilement par l'application au ressortissant anglais de la loi valable pour les ressortissants belges, ce que la loi anglaise impose de faire, la loi belge prescrivant pour sa part de respecter cette dernière. Mais, bien sûr, nombre de cas sont bien plus complexes et il appartient au juge d'y exercer un jugement responsable.

L'exemple précédent, dans lequel on peut hésiter sur l'autorité à laquelle il convient de s'en remettre, évoque une anecdote célèbre qui met en scène le sophiste Protagoras, et que l'on nomme parfois « paradoxe de l'avocat »¹².

Protagoras aurait accepté qu'un certain Euathlos, jeune homme pauvre qui souhaitait devenir avocat, suive gratuitement son enseignement, à la condition qu'il s'engage à le payer si et seulement si il gagnait son premier procès. Euathlos suivit les cours de Protagoras, mais choisit ensuite de se lancer dans la politique et ne devint donc jamais avocat. Protagoras intenta un procès à son ancien élève pour obtenir ses honoraires et affirma que, quoi qu'il arrive, Euathlos devrait le rembourser : soit le juge lui donnerait raison à lui, Protagoras, et Euathlos serait donc condamné à lui verser ses honoraires, soit le juge donnerait raison à Euathlos, qui gagnerait ainsi son premier procès et devrait donc payer Protagoras en vertu du contrat passé jadis. Euathlos (qui avait manifestement bien profité des leçons de son maître) se défendit en affirmant que, quoi qu'il arrive, il ne paierait pas Protagoras : soit le juge lui donnerait raison, à lui Euathlos, et il ne devrait donc rien à Protagoras, soit le juge lui donnerait tort et, dans ce cas, ayant perdu son premier procès, il serait délié de toute obligation de paiement en vertu du contrat passé jadis avec Protagoras.

Dans ce cas également, deux normes différentes – celle du verdict judiciaire et celle du contrat passé entre les protagonistes – entrent en conflit. Le paradoxe vient évidemment du fait que le verdict concerne le contrat et que le contrat concernait le verdict.

Sous l'impulsion de Perelman, les travaux de la section juridique du Centre National (belge) de Recherche Logique ont porté successivement, dans les années 1960 et 1970, sur les questions des antinomies, des lacunes et des termes vagues (ou notions à contenu variable) en droit, questions où apparaissent les limites d'une logique juridique qui se voudrait entièrement déductive et où transparaît, à l'inverse, la *responsabilité personnelle du juge*.

Avec Perelman, signalons enfin une série de bonnes raisons qui peuvent, même lorsqu'une loi est univoque et clairement d'application, mener un juge à ne pas suivre celle-ci « à la lettre » comme le ferait une machine, mais à réclamer et à utiliser une fois encore un pouvoir d'appréciation. Le rationalisme juridique exige certes l'application strictement formelle des termes de la loi (comme dans un système déductif), mais le juge peut néanmoins refuser de faire abstraction des conséquences de son jugement et adopter une attitude plus « pragmatique »¹³. Bien qu'en principe il doive condamner pour coups et blessures volontaires le boxeur qui, devant de nombreux témoins, a frappé son adversaire à plusieurs reprises, le juge peut prendre en compte le consentement de la victime pour faire disparaître l'élément moral de l'infraction et donc l'infraction elle-même. Il peut aussi vouloir réévaluer « la lettre » de la loi à la lumière de

12. Cette histoire est notamment rapportée par Diogène Laërce et par Cicéron.

13. Chaïm Perelman, *Justice et raison*, op. cit., pp. 252-253.

« l'esprit de la loi », et appuyer par exemple son jugement sur la consultation des travaux préparatoires ou sur la théorie du droit. C'est notamment le cas lorsqu'une application formelle de la loi conduit à des conséquences qui vont manifestement à l'encontre de la volonté du législateur ou d'une norme de rang supérieur. Si un décret impose, avec effet immédiat, aux propriétaires de maisons qui ne sont pas raccordées au système d'égouttage d'installer une station individuelle d'épuration pour traiter leurs eaux usées, un juge pourrait estimer que, l'objectif de ce décret étant d'éviter des pollutions de rivières ou de sols, cette obligation ne vaut pas pour une maison inhabitée sur le point d'être démolie et remplacée par un jardin. Il pourrait éventuellement se fonder, pour aboutir à un tel résultat, sur le caractère disproportionné de l'atteinte au droit de propriété (disproportionné car, dans ce cas précis, la mesure – le raccordement obligatoire à l'égout – n'atteint pas l'objectif poursuivi – le traitement des eaux usées). Plus généralement, le juge peut être tenté de préférer à une application automatique et *formelle* des règles de droit une prise en compte du *contenu* même des problèmes traités, de manière à ne pas seulement juger « en droit » mais aussi en « équité ». Dans une affaire où le demandeur exigeait la démolition d'un immeuble voisin débordant de quelques centimètres sur son terrain (sur une longueur de 6 mètres) après avoir toléré cette situation pendant 23 ans, la Cour de cassation a, comme les juges du fond avant elle, jugé que « L'abus de droit peut non seulement résulter de l'exercice d'un droit avec la seule intention de nuire, mais aussi de l'exercice de ce droit d'une manière qui dépasse les limites de l'exercice normal de celui-ci par une personne prudente et diligente » (cf. Cass., 10 septembre 1971, Pas., 1972, I, p. 28). Bien sûr, il ne peut s'agir, pour le juge, de préférer à la loi ses propres valeurs morales ; cela irait à l'encontre de la séparation des pouvoirs, comme de la sécurité juridique de chaque justiciable. Mais la recherche d'un jugement équitable vise aussi à satisfaire l'exigence parfaitement rationnelle de traiter de manière semblable ce qui est semblable. Dès lors, il peut sembler « logique » de se détourner quelque peu de la lettre de la loi pour faire en sorte que des jugements semblables soient réservés à des situations identifiées comme semblables. La Cour constitutionnelle a d'ailleurs aujourd'hui le droit de déclarer une disposition légale inapplicable lorsque celle-ci a pour résultat que deux individus se trouvant dans des situations objectivement identiques sont traités de manières différentes sans justification appropriée.

De toutes ces considérations, Perelman conclut qu'il ne peut pas y avoir de machine à juger comme il y a des machines à calculer ; juger ne consiste pas simplement en un travail déductif systématique, mais implique un pouvoir d'appréciation personnel et une prise de responsabilités¹⁴. C'est ce pouvoir d'appréciation, qui est *personnel* sans être totalement *arbitraire*, et *rationnel* sans être *nécessaire* ni *systématique*, que, depuis Emmanuel Kant, on nomme la « faculté de juger ». Et c'est sur celle-ci plutôt que sur l'application systématique d'inférences nécessaires à partir de faits et de principes incontestables, que reposent les évaluations et décisions juridiques, comme d'ailleurs, et peut-être plus encore, les évaluations et décisions politiques ou éthiques.

14. Chaïm Perelman, *Justice et raison*, op. cit., p. 16 ; pp. 156-165. Comme le montre Anne-Lise Sibony (*Le juge et le raisonnement économique en droit de la concurrence*, Paris, LGDJ, 2008, §§ 37-41), trancher un litige en appliquant le droit à un cas particulier – tâche en quoi consiste l'« office du juge » –, ne se résume pas à produire l'inférence nécessaire d'un syllogisme juridique. Ce n'est qu'une fois parvenu au terme de son raisonnement que le juge peut éventuellement lui donner la « forme déductive de la justification » (§§ 20, 196, 586, 593). Dans cette perspective, poursuit Anne-Lise Sibony, le syllogisme juridique semble être lui aussi une « forme rhétorique » (§ 593) puisqu'il sert essentiellement la « motivation » du jugement, c'est-à-dire qu'il sert à « convaincre l'auditoire de la justesse de la décision ».



B Vers une « logique informelle »

Au-delà du cas particulier de la rationalité juridique, il est clair qu'un certain nombre d'éléments résistent à la prise en charge complète de la rationalité par des systèmes déductifs formels.

Un premier élément réside dans le fait que, comme nous allons le voir, nombre d'argumentations quotidiennes ne prétendent tout simplement pas être *déductives*. Dans beaucoup de débats rationnels, les arguments avancés *renforcent la conclusion sans pour autant la rendre nécessaire*. Il ne s'agit pas non plus d'inférences *inductives*, mais plutôt de ce que certains ont appelé des inférences « *conductives* », où des arguments de niveaux et de poids divers pèsent dans un sens comme dans l'autre¹⁵. Cela est d'autant plus vrai que les arguments s'entremêlent et peuvent se renforcer ou s'affaiblir les uns les autres. Il n'y a pas alors, explique Perelman, une seule *chaîne logique* qui procéderait, maillon par maillon, à des inférences simples se concaténant depuis les premières prémisses jusqu'aux ultimes conclusions ; on a plutôt affaire à un *tissu d'arguments entrecroisés* dont la solidité globale ne dépend pas tant de son maillon le plus faible, comme dans une démonstration, que de la cohésion de ses fibres, du support mutuel qu'elles s'apportent¹⁶.

En outre, que les raisonnements soient ou non déductifs, il apparaît qu'un certain nombre de considérations liées à leur analyse et à leur évaluation ne sont pas purement formelles, mais dépendent aussi de l'interprétation qu'il faut donner aux propos tenus par l'argumentateur, ainsi que de certaines spécificités du contexte dans lequel il s'exprime (public auquel il s'adresse, règles du débat argumentatif propres au cadre institutionnel de l'énonciation...).

En ce qui concerne l'*interprétation*, il est clair que la simple formalisation d'un raisonnement en vue de son évaluation formelle rigoureuse repose sur un examen préalable de ce qui « compte » en lui du point de vue logique, examen qui est lui-même multi-dimensionnel et non purement formel. En amont même de l'évaluation, un important travail d'analyse doit mettre en évidence la structure logique du discours argumentatif, à commencer par sa structure générale (prémisses et conclusions, arguments solidaires ou convergents, indices de vraisemblance, réserves, prémisses implicites...) puis par sa traduction plus spécifique dans tel ou tel langage formel qui semble particulièrement adéquat à capturer ses articulations logiques.

Loin d'être automatique, ce travail d'analyse logique suppose de prendre en compte certains aspects rhétoriques et pragmatiques du langage : quel est l'orateur de ce discours argumenté ? Que peut-on conclure du fait qu'il estime nécessaire d'affirmer telle ou telle chose ? Que peut-on conclure du fait qu'il ne dit pas telle ou telle chose qui semble pourtant significative dans ce contexte ? À quel auditoire ce discours s'adresse-t-il ? Que peut-on pré-supposer que cet auditoire sait ? Que peut-on présupposer qu'il tient déjà pour vrai ou au contraire juge contestable avant l'argumentation ? Pourquoi la conclusion ici défendue est-elle controversée ? Quels sont les enjeux sous-jacents à ce débat ?... Reconstituer exactement l'argumentation et sa structure en explicitant les prémisses sous-entendues sans pour

15. Voir notamment le volume J.A. Blair and R. Johnson (eds.), *Conductive Argument*, *op. cit.*

16. Chaïm Perelman, *Justice et raison*, *op. cit.*, p. 145 ; p. 151.

autant attribuer à l'orateur des thèses qu'il n'entendait pas soutenir, telle est la première et délicate tâche du logicien ¹⁷.

Et lorsqu'il s'agit ensuite de l'évaluation du raisonnement ainsi reconstitué, il convient souvent encore, là aussi, de tenir compte du contexte énonciatif : était-il rationnel de partir de telle ou telle prémisse étant donné l'auditoire auquel on s'adressait ? La stratégie argumentative déployée était-elle adéquate dans les circonstances présentes ? Ce qui a été démontré était-il bien ce qu'il convenait de démontrer dans ce contexte ? ...

Toutes ces questions dépassent de loin la seule question de la validité déductive formelle des inférences. C'est pourquoi, aux outils logiques formels de la première partie, il convient d'ajouter ici une série de considérations supplémentaires, et non purement formelles, susceptibles de guider l'analyse et l'évaluation des argumentations quotidiennes.

Sur ce point, il n'est pas inutile de signaler que la conception aristotélicienne de la logique était beaucoup plus large que la logique déductive traitée dans les *Analytiques*. À côté des preuves analytiques, qui s'imposent dans le domaine du savoir (ἐπιστήμη), Aristote s'était préoccupé des preuves *dialectiques*, qui concernent des questions d'opinion (δόξα) où on ne peut espérer atteindre des conclusions définitivement assurées, mais seulement des conclusions *vraisemblables*, de sorte que différents interlocuteurs peuvent *débattre* et présenter des arguments de poids divers en faveur de conclusions opposées. Étudier la rationalité propre à ces débats suppose, disait déjà Aristote, de développer un cadre d'analyse distinct de la logique déductive.

Sous la bannière générale de la « logique informelle » ¹⁸, tout un courant de la logique contemporaine, inspiré des travaux pionniers de Stephen Toulmin, Chaïm Perelman ou Charles Hamblin, s'est efforcé d'étudier précisément ces éléments de la rationalité argumentative qui échappent à la logique formelle ¹⁹. Au-delà de la seule question de la validité déductive, ce courant, qui veut étudier des raisonnements réels et complexes plutôt que les exemples artificiels et sommaires qui illustrent généralement les ouvrages de logique, entend remettre au cœur de la réflexion logique ²⁰ :

17. Pour Leo Groarke et Chris Tindale (*Good Reasoning Matters !*, *op. cit.*, pp. 120-122), ces éléments font partie intégrante de l'analyse d'un raisonnement qui doit précéder son évaluation. C'est pourquoi ils suggèrent de compléter de ce type d'informations le diagramme qui reflète la structure du raisonnement.

18. Ralph Johnson and J. Anthony Blair, *Logical Self-Defense*, *op. cit.* ; J.A. Blair and R. Johnson (eds.), *Informal Logic. The first International Symposium*, Edgepress, Inverness (California), 1980 ; R. Johnson and J.A. Blair (eds.), *New Essays in Informal Logic*, *op. cit.*, 1994 ; J. Anthony Blair and Robert Pinto, *Reasoning: A Practical Guide*, Prentice Hall, 1993 ; Leo Groarke, "Logic, Informal", *Stanford World Wide Web Encyclopedia of Philosophy*, 2007, 2011 ; Leo Groarke and Chris Tindale, *Good Reasoning Matters !*, *op. cit.* ; H. Hansen and R.C. Pinto (eds.), *Fallacies : Classical and Contemporary Readings*, Penn State Press, 1995 ; Ralph Johnson, *The Rise of Informal Logic*, Vale Press, 1996 ; J. Anthony Blair, *Groundwork in the theory of argumentation*, Dordrecht, Springer, 2012 ; Robert Pinto, *Argument, Inference and Dialectic*, Kluwer Academic Publishers, 2001 ; Chris Tindale, *Acts of Arguing : A Rhetorical Model of Argument*, Albany, State University of New York Press, 1999 ; Douglas Walton, *Informal Logic : A Pragmatic Approach*, 2nd ed., Cambridge, Cambridge University Press, 2008 ; Douglas Walton, *The New Dialectic*, Toronto, University of Toronto Press, 1998 ; Douglas Walton, *Argument Structure : A Pragmatic Theory*, *op. cit.* ; Douglas Walton, *Argumentation Schemes for Presumptive Reasoning*, Mahwah, N.J., Lawrence Erlbaum Associates, 1996 ; Douglas Walton and Erik Krabbe, *Commitment in Dialogue : Basic Concepts of Interpersonal Reasoning*, Albany, SUNY Press, 1995.

19. Quoique informelle au sens où elle considère que la validité d'un raisonnement ne dépend pas exclusivement de sa forme, cette logique prétend toutefois que la validité dépend de règles et procédures générales. Pour cette distinction, cf. E.M. Barth and E. Krabbe (eds.), *From axiom to dialogue : A philosophical study of logics and argumentation*. Berlin, Walter De Gruyter, 1982, pp. 15-19.

20. J.A. Blair and R. Johnson (eds.), *Informal Logic. The first International Symposium*, *op. cit.*, pp. X, 13-23, 46-47 ; J. Anthony Blair, *Groundwork in the theory of argumentation*, *op. cit.*, pp. 120-121.



- l'*analyse du discours argumenté* qui permet de reconstituer et éventuellement de formaliser les raisonnements à évaluer, c'est-à-dire d'identifier leurs prémisses et leurs conclusions, la structure de leurs liens inférentiels, leurs éventuelles présuppositions implicites... ;
- certaines conditions générales et transdisciplinaires d'*acceptabilité* des prémisses (et non seulement des inférences)²¹ ;
- l'évaluation de *schémas d'argumentation faillibles* qui, bien que non déductivement valides, peuvent faire l'objet d'un usage rationnel ;
- la *dimension dialectique* dans laquelle s'inscrivent un grand nombre de raisonnements quotidiens et qui leur impose de s'adapter à leur auditoire mais aussi d'intégrer à leur ligne argumentative principale des considérations en sens contraire ;
- la nécessité de *rendre compte à des niveaux logiques distincts des erreurs de raisonnement et sophismes* mis en évidence par la tradition logique.

Pour les tenants de la logique formelle, cependant, les remarques des logiciens informels constituent moins des *objections de principe* au projet général de la logique formelle qu'autant de *défis à relever* pour affiner toujours plus la recherche des règles précises permettant de distinguer rigoureusement les raisonnements corrects des raisonnements incorrects. Dans la mesure où il s'agit toujours de chercher des principes généraux d'évaluation plutôt que de s'en remettre à une appréciation au cas par cas, certaines des considérations de la logique informelle peuvent à leur tour être systématisées et au moins partiellement prises en charge par certains formalismes. L'ingéniosité de la logique formelle contemporaine réside précisément dans sa capacité de rendre compte de dimensions toujours plus nombreuses et toujours plus subtiles de la rationalité quotidienne ; non seulement développe-t-elle des formalismes propres à différents types d'inférences non déductives (logiques probabilistes pour les raisonnements inductifs, logiques adaptatives pour l'ensemble des raisonnements non monotones...), mais en outre elle met au point des cadres formels d'analyse relatifs à certains aspects pragmatiques de l'argumentation (cadres dialogiques formalisant les contraintes liées à la charge de la preuve, par exemple). Pour chacune de ces dimensions de la rationalité, les logiciens contemporains s'efforcent d'identifier les critères systématiques permettant de distinguer les raisonnements corrects des raisonnements incorrects ; leur idéal – qui n'est sans doute que partiellement accessible – serait même de formaliser ces critères de manière à transformer tous ces problèmes (y compris, par exemple, ceux que soulèvent l'induction, l'ambiguïté ou la pertinence) en simples questions de validité formelle.

Ainsi, pour reprendre l'exemple de l'argumentation juridique dont nous sommes partis, le fait que la prise de décision du juge humain ne soit pas totalement arbitraire mais guidée par des principes rationnels laisse penser qu'il doit bien être possible de préciser ces règles jusqu'à un certain point et peut-être même d'en proposer une formalisation au moins partielle. Aujourd'hui, plus de cinquante ans après les mises en garde de Perelman contre l'entreprise formaliste, force est d'ailleurs de constater qu'elles n'ont pas empêché l'élaboration de toute une série de formalisations de la pensée juridique et la mise au point, à partir de celles-ci, de divers systèmes-experts, qui, à défaut de remplacer les juges, servent néanmoins d'aide à la décision. Précisons encore que, contrairement aux machines des années

21. La logique formelle dit quelles conséquences peuvent être tirées d'une prémisses, mais elle ne dit pas s'il est raisonnable de s'appuyer sur cette prémisses ; elle dit que telle ou telle thèse est logiquement incompatible avec telle ou telle autre, mais ne dit pas pourquoi il serait plus raisonnable de renoncer à celle-ci plutôt qu'à celle-là.

1950, les systèmes intelligents d'aujourd'hui ne se bornent pas à appliquer systématiquement des règles qu'on leur avait fournies une fois pour toutes ; elles peuvent aussi « tirer des leçons de l'expérience » et formuler de nouvelles règles puis les ajuster au fur et à mesure de leur utilisation. Ces systèmes sont donc capables d'une certaine « inventivité » en cas, par exemple, de silence de la loi ou d'antinomie.

Nous ne trancherons pas ici la question de savoir ce qui, dans les multiples dimensions de la rationalité, peut être formalisé et ce qui résiste nécessairement à toute tentative de formalisation. Dans tous les cas, il est certain que la présentation des outils formels nécessaires au traitement rigoureux de chacun des problèmes que nous allons évoquer ci-dessous demanderait un travail d'une ampleur qui dépasse très largement le cadre du présent ouvrage. Dans le cadre d'un apprentissage élémentaire de la logique, comme celui qui est visé ici, nous nous contenterons de la maîtrise d'outils formels simples tels que ceux envisagés dans la première partie et, pour le reste, d'un certain nombre d'indications non formelles ou seulement semi-formelles quant à certains principes généraux d'analyse et d'évaluation des argumentations quotidiennes dans leurs dimensions qui échappent aux outils formels simples.

C Dimension topique et schémas d'inférence faillibles

Dans la plupart des argumentations quotidiennes, il s'agit moins, pour les interlocuteurs, de produire d'authentiques démonstrations sur le modèle mathématique que de faire prévaloir certains arguments favorables à leur thèse ; il s'agit moins de *prouver incontestablement la vérité absolue d'une thèse* que de *fournir à tel ou tel auditoire des raisons plus ou moins contraignantes d'accroître son adhésion à cette thèse*.

De ce point de vue, Chaïm Perelman critique le modèle de la rationalité qui s'est mis en place avec Descartes. Ce dernier privilégierait en effet à l'excès la certitude infaillible – sous la double forme de la certitude *intuitive* des prémisses (l'évidence des « idées claires et distinctes ») et de la certitude *déductive* des preuves démonstratives – au point de rejeter toute incertitude en dehors de la sphère de la connaissance rationnelle. Dans cette perspective que Perelman qualifie de « rationaliste » parce qu'elle défendrait une conception très restrictive de la rationalité, il n'y aurait pas de place pour le *vraisemblable*, pour l'opinion raisonnable quoique pas absolument certaine. Pas de place donc pour le *débat d'opinions* rationnel²² ; tout désaccord serait au contraire conçu par Descartes comme indice d'erreur²³. Pour le dire très rapidement : en prenant pour seul modèle de raisonnement la preuve absolument contraignante, l'inférence *nécessaire*, Descartes se rendrait incapable de penser l'argumentation avec ses preuves *rationnelles* bien que *non absolument contraignantes*²⁴. Ce n'est d'ailleurs pas pour rien, souligne Perelman, que le rationalisme a mené

22. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique. Traité de l'argumentation*, Bruxelles, Editions de l'Université de Bruxelles, 1992, p. 2 ; Chaïm Perelman, *Éléments d'une théorie de l'argumentation*, Bruxelles, Presses universitaires de Bruxelles, 1968, p. 10 ; Chaïm Perelman, *Justice et raison*, *op. cit.*, pp. 95-96.

23. « Chaque fois que sur le même sujet deux hommes sont d'un avis différent, il est certain que l'un des deux au moins se trompe ; et même aucun d'eux, semble-t-il, ne possède la vérité ; car si les raisons de l'un étaient certaines et évidentes, il pourrait les exposer à l'autre de telle sorte qu'il finirait par le convaincre à son tour » (René Descartes, *Règles pour la direction de l'esprit*, in *Œuvres et lettres*, Paris, La Pléiade, 1953, p. 40).

24. Chaïm Perelman, *Justice et raison*, *op. cit.*, p. 149.



Descartes lui-même à un doute excessif²⁵ et entraîné nombre de ses héritiers (tels David Hume) vers le scepticisme ; à opposer caricaturalement la certitude absolue et le doute absolu, on est contraint de penser que l'on sort de la sphère de la connaissance rationnelle dès que s'introduit le moindre doute. À l'inverse, les héritiers de Descartes qui ont voulu se maintenir à tout prix dans cette sphère de la connaissance rationnelle parfaitement certaine ont, selon Perelman, dû s'enfoncer dans le dogmatisme en conférant un indice de *certitude absolue* à des thèses et principes qu'il était au mieux *raisonnable* d'admettre. Dogmatisme et scepticisme pécheraient donc par la même surévaluation de la rationalité démonstrative (intuitive²⁶ et déductive) et par la même sous-estimation de la rationalité argumentative²⁷.

Contrairement à ce que suggèrent les dichotomies du rationalisme cartésien, Perelman croit pour sa part qu'entre la rationalité démonstrative et l'irrationnel pur, entre la raison et les passions aveugles, entre les conclusions nécessaires de l'entendement et le pur arbitraire de la subjectivité, il y a une place pour le *raisonnable*²⁸. L'idée générale de *raison* ne se laisse pas enfermer dans la seule certitude infaillible des évidences incontestables et des preuves absolument contraignantes ; elle s'étend au contraire à toute la sphère des argumentations qui mettent en avant de bonnes *raisons* d'adhérer à telle ou telle thèse plutôt qu'à telle ou telle autre. Il arrive même souvent que ces raisons soient explicitement mises en balance avec un certain nombre de *contre-considérations* qui plaident quant à elles contre la conclusion, mais dont le raisonnement montre qu'elles ne peuvent prévaloir.

À défaut d'être purement déductif, ce travail d'évaluation critique du « poids » des arguments peut se conformer à certaines exigences globales de la raison, qui relèvent elles aussi de la logique. Et c'est pourquoi l'on ne peut se contenter de séparer les bons et les mauvais raisonnements au moyen du seul verdict binaire relatif à la validité déductive²⁹. Un grand nombre d'inférences sont *raisonnables à défaut d'être déductivement valides*³⁰ ; des raisons peuvent être bonnes sans être suffisantes, elles peuvent supporter une conclusion sans l'impliquer nécessairement³¹.

Pour ne donner ici, à titre d'aperçu, qu'un exemple d'inférence raisonnable quoique non déductivement valide, pointons un certain usage « abductif » du schéma déductivement non valide de l'*Affirmation du conséquent* :

25. Chaïm Perelman, *Justice et raison*, op. cit., pp. 249-250.

26. Perelman dénonce en particulier la naïveté des théories qui conçoivent l'évidence comme totalement indépendante du langage (Chaïm Perelman, *Justice et raison*, op. cit., pp. 196-205).

27. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., pp. 82-83.

28. Chaïm Perelman, *Éléments d'une théorie de l'argumentation*, op. cit., p. 15 ; p. 62. Cf. aussi Chris Tindale, *Acts of Arguing*, op. cit., pp. 38-40.

29. A vrai dire, même du point de vue de la logique formelle, un verdict de non validité déductive ne suffit pas à condamner définitivement un raisonnement, car il reste possible que ce qui n'est pas déductivement valide pour une certaine analyse logique – par exemple la logique des propositions – soit déductivement valide pour une analyse logique plus fine – par exemple la logique des prédicats.

30. John Woods et Douglas Walton (*Fallacies : Selected Papers 1972-1982*, 2nd édition, Studies in Logic, London, College Publications, 2007, p. 43) s'efforcent de préciser cette notion non déductive de « support logique » en distinguant en elle deux aspects : q supporte r si $p(r/q) > 1/2$ ET si $p(r/q) > p(r)$ (c'est-à-dire si la probabilité de r étant donné q est supérieure à 50 % et est plus grande que la probabilité de r seul).

31. Notons déjà que les arguments circulaires nous fourniront, à l'inverse, des exemples d'inférences où une prémisses implique une conclusion sans pour autant lui apporter un réel support argumentatif ; de telles inférences sont alors *déductivement valides sans pour autant être raisonnables*.

Exemple 92

Si Philippe est pompier, alors il a au moins un casque de pompier.

Or, Philippe a au moins un casque de pompier.

Donc Philippe est pompier.

Ce raisonnement, nous l'avons vu, n'est pas déductivement valide, et ce pour la raison que le conditionnel peut valoir dans un sens (être pompier implique d'avoir un casque) sans nécessairement valoir également dans l'autre sens (avoir un casque de pompier n'implique pas forcément d'être pompier ; on peut par exemple posséder un tel casque à titre décoratif ou dans une collection). Néanmoins, même s'il y a des exceptions susceptibles d'invalidiser l'inférence, il n'est pas totalement irrationnel d'inférer que Philippe est pompier du fait qu'il a chez lui un casque de pompier ; que Philippe soit pompier est la meilleure explication, l'explication la plus probable, du fait qu'il possède un tel casque. Tel est, nous le verrons, le principe de l'abduction que d'inférer, à partir d'un certain nombre de constats, l'hypothèse la plus plausible quant à ce qui permettrait de les expliquer. Après avoir établi qu'une telle inférence n'est pas déductivement valide, il reste donc à se demander dans quelle mesure elle pourrait néanmoins être rationnelle.

INDICES DE VRAISEMBLANCE, GARANTIES ET RÉSERVES

L'année même où paraît l'ouvrage *La nouvelle rhétorique. Traité de l'argumentation* de Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, Stephen Toulmin publie *Uses or argument* (1958). Il y insiste lui aussi sur le fait qu'un raisonnement peut être parfaitement rationnel quoique non déductivement valide et souligne le rôle joué par les adverbess qualificateurs (adverbess de vraisemblance) dans un grand nombre de raisonnements quotidiens. Or, si le raisonnement évalué fait lui-même clairement apparaître qu'il ne prétend pas que ses prémisses impliquent nécessairement sa conclusion mais seulement qu'elles la rendent vraisemblable, voire très vraisemblable, le verdict de non-validité déductive que permettent d'établir les méthodes rigoureuses de la logique formelle n'équivaut pas forcément à celui d'irrationalité ³².

À travers cette problématique des adverbess qualificateurs, ce sont en fait plusieurs aspects (liés) des argumentations quotidiennes que Toulmin met en évidence – ou plutôt remet à l'ordre du jour, puisqu'ils étaient en fait déjà, dans une large mesure, pointés dans l'*Organon* d'Aristote sous la forme des « topiques » ³³.

Premièrement, Toulmin fait apparaître qu'à défaut d'*impliquer* une conclusion, des prémisses peuvent néanmoins lui *apporter un certain support ou fondement* ; elles peuvent constituer de *bonnes raisons* en faveur de la conclusion sans être des *raisons suffisantes* au sens strict que requiert l'implication logique. Un exemple que discute longuement Toulmin est le suivant :

32. Derek Allen, "Assessing inference", in Blair A. and Johnson R. (eds.), *New Essays in Informal Logic*, op. cit., pp. 51-54.

33. J. Anthony Blair, *Groundwork in the Theory of Argumentation*, op. cit., pp. 72-73.



Harry est né aux Bermudes.

Donc il est vraisemblablement citoyen britannique.



Bien que « Harry est né aux Bermudes » n'implique pas nécessairement « Harry est sujet britannique », cette prémisse rend vraisemblable la conclusion et constitue un bon argument en sa faveur, une bonne raison de tirer cette conclusion.

De même, on pourrait dire que, dans le raisonnement suivant, la prémisse constitue un bon argument en faveur de la conclusion, même si on ne peut pas logiquement déduire celle-ci de celle-là :

Le docteur X., médecin légiste, affirme que la mort est intervenue entre 20 h et 22 h.

Donc la mort est très vraisemblablement intervenue entre 20 h et 22 h.

Deuxièmement, Toulmin montre que, dans ce type d'inférences raisonnables quoique non déductivement valides, l'inférence est rationnelle parce qu'elle repose sur un principe, plus ou moins implicite, qui « garantit » (*warrant*) que, généralement, on peut bien tirer cette conclusion de telle ou telle prémisse. Cette *garantie* réside toujours dans un principe général³⁴ – l'inférence n'est donc pas arbitraire – mais ce principe souffre parfois certaines exceptions, qui justifient que l'inférence s'assortisse d'un adjectif qualificatif. Par exemple, dans les raisonnements ci-dessus, l'inférence est garantie par des principes tels que « Ce qu'un expert reconnu affirme à propos de questions qui relèvent de son champ de recherche est très probablement vrai » ou « Qui est né aux Bermudes est généralement citoyen britannique ».



Le statut même de telles « garanties » semble échapper au paradigme déductiviste. D'une part, en effet, ces garanties ne sont pas des prémisses cachées qui, une fois explicitées, rendraient les raisonnements correspondants déductivement valides. Les prémisses qu'il faudrait ajouter pour transformer les exemples précédents en raisonnements déductivement valides seraient « Tout qui est né aux Bermudes est citoyen britannique (sans exception) » et « Ce qu'un expert reconnu affirme à propos de questions qui relèvent de son champ de recherche est toujours vrai (sans exception) », prémisses qui seraient plus fortes que les garanties correspondantes et seraient d'ailleurs fausses³⁵... D'autre part, en raison des adverbes de vraisemblance qui les qualifient,

34. La « garantie » se présente parfois sous une forme singulière – si, dans tel champ, un tel dit que p, c’est que p est vrai – mais c’est évidemment sa version généralisée qui en fait une véritable garantie (J. Anthony Blair, *Groundwork in the Theory of Argumentation*, op. cit., pp. 68-70).

35. Ralph Johnson, *The Rise of Informal Logic*, *op. cit.*, pp. 127-134 ; Robert Pinto, *Argument, Inference and Dialectic*, *op. cit.*, pp. 5-6 ; Douglas Walton, *Informal Logic*, *op. cit.*, p. 160 ; Douglas Walton, Chris Reed, Fabrizio Macagno, *Argumentation Schemes*, *op. cit.*, pp. 181, 197. Douglas Walton (*Fundamentals of Critical Argumentation*, New York, Cambridge University Press, 2006) insiste sur le fait que ces garanties ne peuvent même pas être conçues comme des prémisses probabilistes relevant d'une logique inductive.

des principes comme « Ce qu'un expert reconnu affirme à propos de questions qui relèvent de son champ de recherche est très probablement vrai » ou « Qui est né aux Bermudes est généralement citoyen britannique » ne constituent pas non plus la formulation synthétique de schémas d'inférence déductivement valides comme le ferait, pour le *Modus Ponens*, la formule « Si une thèse implique une autre et que la première est vraie, nécessairement la seconde l'est aussi ».

Les garanties auxquelles pense Toulmin fonctionnent en fait comme des sortes de principes qui, parce qu'il existe une certaine *présomption* en leur faveur, légitiment des inférences sans pour autant leur conférer une garantie absolue comme le ferait l'application stricte d'un schéma d'inférence déductif. Ce caractère présomptif ou « généralement vrai » de la garantie, que met en évidence Toulmin, fait écho à l'idée aristotélicienne d'ἐδοξα³⁶. Aristote s'était en effet déjà aperçu qu'il convient de distinguer les énoncés généralement vrais, qui souffrent certaines exceptions, des énoncés universels, qui n'en souffrent aucune. Contrairement aux seconds, les premiers ne permettent pas de tirer des conclusions *certaines*, mais cela ne veut pas dire qu'ils ne permettent pas de tirer des conclusions *vraisemblables*.

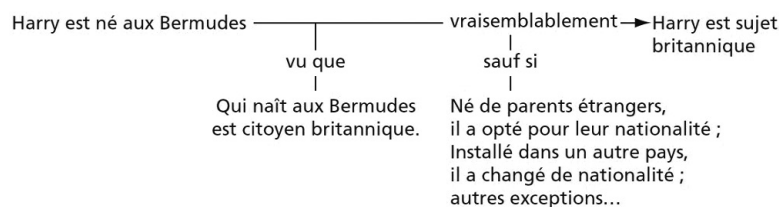
Troisièmement, en même temps que le caractère non déductif et néanmoins présomptif de certains schémas d'inférence, l'analyse de Toulmin met en évidence l'existence de *réerves implicites*, sur lesquelles il convient de faire porter l'investigation critique si l'on souhaite vérifier que le schéma d'inférence est bien utilisé dans les limites rationnelles de sa validité³⁷.

Exemple 93

Harry est né aux Bermudes.

Donc il est vraisemblablement citoyen britannique

(Sauf si...)



Exemple 94

Le docteur X., médecin légiste, affirme que la mort est intervenue entre 20 h et 22 h.

Donc la mort est très vraisemblablement intervenue entre 20 h et 22 h.

(Sauf si... le docteur X. commet lui-même une erreur de raisonnement ou raisonne à partir d'informations fausses...)

Enfin, quatrième, à travers ces réserves, l'analyse de Toulmin fait aussi apparaître le caractère *faillible* (*defeasible*) et *non monotone* de certains schémas d'inférence rationnels. Un schéma d'inférence déductivement valide est monotone, c'est-à-dire qu'il reste valide si,

36. Douglas Walton, Chris Reed, Fabrizio Macagno, *Argumentation Schemes*, op. cit., pp. 209, 212-213, 230, 273, 277, 280 ; John Woods, Andrew Irvine, Douglas Walton, *Argument. Critical Thinking, Logic and the Fallacies*, Toronto, Pearson Education Canada, 2000, p. 36. Douglas Walton (*Argument Structure*, op. cit., pp. 226-230) fait aussi le lien avec la notion aristotélicienne d'« enthymème », sur laquelle nous allons revenir. Cf. aussi la notion d'ἐνκώξ (Chris Tindale, *Reason's Dark Champions*, University of South Carolina Press, 2010, pp. 69-73, 80-81).

37. J. Anthony Blair (*Groundwork in the Theory of Argumentation*, op. cit., p. 303) suggère dès lors de distinguer le rôle du schéma d'inférence comme garantie de *pertinence* d'un argument et son rôle – soumis à l'évaluation critique de son usage en contexte – comme garantie de la *suffisance* de cet argument.



à ses prémisses, on en ajoute d'autres compatibles avec elles : puisque les informations de départ suffisaient à engendrer la conclusion, cela restera vrai quelle que soit l'information qui leur est ajoutée. Par contre, un schéma d'inférence faillible peut être affaibli ou au contraire renforcé par l'ajout de prémisses qui préciseraient si l'on est ou pas dans une situation exceptionnelle qui rend l'inférence illégitime³⁸.

Exemple 93

Harry est né aux Bermudes.

Donc il est vraisemblablement citoyen britannique.

Exemple 95

Harry est né aux Bermudes.

Et, comme ses parents, a toujours vécu aux Bermudes.

Donc il est *très vraisemblablement* citoyen britannique.

Exemple 96

Harry est né aux Bermudes

où son père était alors ambassadeur des USA.

Donc il est *peut-être quoique très peu probablement* citoyen britannique.

Exemple 94

Le docteur X., médecin légiste, affirme que la mort est intervenue entre 20 h et 22 h.

Donc la mort est très vraisemblablement intervenue entre 20 h et 22 h.

Exemple 97

Le docteur X., médecin légiste, affirme que la mort est intervenue entre 20 h et 22 h.

Mais il tire les données de son raisonnement des rumeurs répandues dans la presse.

Donc la mort est *peut-être* intervenue entre 20 h et 22 h.

LES LIEUX COMMUNS DE L'ARGUMENTATION

Tous ces éléments, qui poussent à reconsidérer la conception déductiviste de la logique, étaient, avons-nous dit, déjà suggérés dans l'*Organon* d'Aristote, qui opposait aux syllogismes déductifs envisagés dans les *Analytiques*, les raisonnements vraisemblables reposant sur des opinions généralement admises qui caractérisent l'argumentation dialectique typique des débats d'opinion ou des délibérations pratiques. Bien plus, Aristote avait spécifiquement étudié, dans les *Topiques*, certains modes d'inférence très fréquents (les « lieux communs » de l'argumentation) qui permettent d'argumenter rationnellement dans les situations où la démonstration – le raisonnement déductif – n'est pas possible.

38. Robert Pinto, *Argument, Inference and Dialectic*, op. cit., pp. 27-28, 105-106 ; Douglas Walton, *Informal Logic*, op. cit., p. 164 ; J. Anthony Blair, *Groundwork in the Theory of Argumentation*, op. cit., p. 140.

Ces « lieux communs » ou « topiques » sont intéressants parce qu'ils préfigurent en quelque sorte les « garanties » de Toulmin, c'est-à-dire des principes qui ne sont pas absolument certains mais qui bénéficient d'une certaine présomption et permettent certaines inférences rationnelles quoique ponctuellement faillibles (et donc susceptibles de contre-argumentations montrant que l'on est précisément dans un de ces cas où elles échouent).

Pour intéresser le logicien, cependant, ces « lieux communs » doivent pouvoir servir de fondement à une multitude d'inférences sur des contenus divers, ce qui suppose qu'ils aient une certaine généralité. C'était le cas des topiques d'Aristote, qui valaient pour tous les raisonnements d'un certain type quel que soit le sujet dont il était question. En revanche, on peut faire à Toulmin le reproche que certaines des garanties auxquelles il s'intéresse, comme « Qui est né aux Bermudes est généralement citoyen britannique », ne sont pas d'ordre général mais directement liées à un contenu particulier – ce qui, d'ailleurs, les distinguaient moins clairement des prémisses du raisonnement. Toulmin affirmait d'ailleurs explicitement que les garanties sont le plus souvent relatives à un champ du savoir particulier³⁹.

En logiciens, nous retiendrons, dans les pages suivantes, les analyses de Toulmin mais dans la mesure où elles s'appliquent à des schémas d'inférence faillibles reposant sur des présomptions transférables d'un champ du savoir à l'autre, comme « Ce qu'un expert reconnu affirme à propos de questions qui relèvent de son champ de recherche est très probablement vrai ». Cela nous mènera à l'étude de schémas d'inférence non déductifs et de leurs conditions de validité – ou, à l'inverse, des « réserves » susceptibles de les faire échouer –, lesquelles peuvent notamment être explorées à travers certaines questions critiques à l'usage de l'orateur lui-même (pour tester ses propres arguments et, au besoin, les consolider) ou de ses interlocuteurs (pour tester les arguments et éventuellement les contester).

En complément de ces schémas faillibles, nous étudierons également quelques-uns des mésusages auxquels ils prêtent le flanc et aborderons ainsi la question des sophismes. Il ne s'agira pas de qualifier de sophisme tout usage d'un schéma d'inférence faillible au-delà de ses limites de validité (c'est-à-dire d'un usage qui ne tient pas compte de ses « réserves » implicites), mais de désigner comme abusifs certains usages de ces schémas qui empêchent de poser les questions critiques qui devraient normalement accompagner ces inférences faillibles.

D Dimension rhétorique et adhésion de l'auditoire

Dans *La nouvelle rhétorique. Traité de l'argumentation*, qui parut en même temps que l'ouvrage de Stephen Toulmin, les Belges Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca insistent comme lui sur le fait que, loin de se réduire aux inférences déductives, l'argumentation rationnelle est largement constituée de raisonnements dont les prémisses supportent plus ou moins fortement la conclusion plutôt que de l'impliquer nécessairement. Se revendiquant explicitement des topiques aristotéliens, Perelman et Olbrechts-Tyteca soulignent la ratio-

39. La question de savoir si les garanties – qui sont des principes « substantiels » et non purement analytiques – sont toujours relatives à des champs de savoir particuliers (*field-dependent*) a partagé les théoriciens de l'argumentation (cf. Ralph Johnson, *The Rise of Informal Logic*, op. cit., pp. 139-140, 202-204, 210-211 ; *Manifest Rationality : A Pragmatic Study of Argument*, Mahwah, Lawrence Erlbaum Associates, 2000, pp. 47, 291-307).



nalité globale quoique non absolue d'une multitude de schémas d'inférence non déductivement valides.

Mais l'originalité de leur traité de l'argumentation, c'est aussi et surtout de revendiquer l'étiquette « rhétorique », qui était pourtant plutôt mal famée en logique depuis le combat de Socrate, Platon et Aristote contre les Sophistes. Pendant des siècles, les logiciens ont en effet vu dans la rhétorique, au mieux, un ensemble de considérations extra-logiques sur les dispositifs (linguistiques, psychologiques...) permettant d'accroître la force de persuasion de raisonnements dont la logique établit par ailleurs la validité et, au pire, un ensemble de stratégies extra-logiques pour persuader même là où on ne dispose que de raisonnements non valides.

À travers la notion de rhétorique, ce sur quoi les auteurs du *Traité de l'argumentation* entendent mettre l'accent, c'est l'importance de prendre en considération l'*auditoire* d'une argumentation pour procéder à son évaluation. Précisons d'emblée que, par « auditoire », Perelman n'entend pas tant l'*auditoire apparent*, c'est-à-dire l'ensemble des personnes qui sont physiquement présentes lorsque l'orateur prend la parole, que l'*auditoire réel*, c'est-à-dire l'ensemble des personnes sur lesquelles l'orateur veut avoir une influence par son argumentation. Cet auditoire réel peut être à la fois plus restreint et plus large que l'auditoire apparent ; *plus restreint*, parce que l'orateur ne cherche pas nécessairement à convaincre tous ses auditeurs apparents, certains d'entre eux étant déjà convaincus, d'autres étant au contraire sourds à toute argumentation en faveur de la thèse défendue, d'autres encore n'intéressant pas l'orateur parce qu'obtenir leur conviction serait inutile ; *plus large*, parce que l'argumentation peut être relayée par le bouche à oreille ou les *médias* au-delà du seul public qui est effectivement présent lors du discours⁴⁰.

Dans la perspective rhétorique, la présence d'un interlocuteur que l'on cherche à convaincre – ou encore la présence d'auditeurs neutres qui doivent décider lesquels des arguments de deux interlocuteurs opposés sont les plus convaincants – interdit d'envisager les raisonnements comme valant de manière tout à fait impersonnelle. Comme le souligne Chaïm Perelman, un discours argumentatif sera au contraire presque toujours *personnalisé*⁴¹. Il devra se concentrer sur les points que l'interlocuteur (ou le public) n'est pas prêt à admettre et pourra passer plus rapidement sur les éléments qui font déjà l'objet de son accord. Il devra s'ouvrir aux réactions et aux éventuelles objections de l'interlocuteur ou du public, et s'y adapter en développant ou reformulant certains des arguments énoncés ou même en apportant des arguments supplémentaires⁴². D'une manière générale, il conviendra de travailler *ex concessis*, c'est-à-dire à partir de ce que l'interlocuteur ou le public est prêt à concéder ; une fois une thèse admise, ou du moins non contestée par l'auditoire⁴³, on pourra s'en servir comme point d'appui pour la suite de l'argumentation.

40. Chaïm Perelman, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., pp. 24-25. Cf. aussi Frans Van Eemeren et Rob Grootendorst, *La nouvelle dialectique*, Paris, Kimé, 1996, pp. 52-53 : souvent, la cible réelle est différente de l'antagoniste officiel.

41. De ce point de vue, comme le souligne Perelman, l'argumentation « dialectique » (qui intervient dans le cadre de dialogues ou débats) doit être soigneusement distinguée de la logique dialectique hégélienne, qui est un processus *impersonnel* de synthèse entre thèses opposées (Chaïm Perelman, *Justice et raison*, op. cit., p. 102). Sur les liens entre dialectique et rhétorique, voir Roland Schmetz, *L'argumentation selon Perelman. Pour une raison au coeur de la rhétorique*, Presses Universitaires de Namur, 2000, pp. 7-9.

42. Chaïm Perelman, *Éléments d'une théorie de l'argumentation*, op. cit., pp. 17-20.

43. Le silence peut parfois être interprété comme consentement (Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., pp. 145-146).

Comme le souligne Charles Hamblin, l'importance de la question de l'adhésion tient notamment au fait qu'on ne peut généralement se contenter, comme en logique déductive, d'évaluer la justification de la conclusion *au sein* du raisonnement (justification *interne*), c'est-à-dire sa déductibilité à partir des prémisses, mais qu'il convient également d'inclure des considérations sur la *justification des prémisses elles-mêmes* et par là se préoccuper de la justification *externe* de la conclusion⁴⁴. Or, cette problématique de la justification des prémisses, que la logique déductive laisse de côté, renvoie à toute une série de questions épistémologiques sur *les raisons pour lesquelles on tient des thèses pour vraies* ; et c'est souvent cela même qui fait l'objet du débat argumenté. On ne peut donc, dans une argumentation, se concentrer exclusivement sur les liens logiques entre la vérité de la conclusion et la vérité des prémisses ; il faut aussi et surtout déterminer quelles prémisses sont recevables. C'est pourquoi, dans une dispute, l'accord des interlocuteurs sur telle ou telle affirmation est ce qui fournit le point de départ le plus sûr, la meilleure prémisse, pour les argumentations qui seront ensuite développées. Sans un nombre minimal de points d'accord, sans quelques vérités reconnues de part et d'autre, on pourra produire des raisonnements à l'infini, mais on ne *fondera* aucune conclusion. On ne pourra en effet affirmer la vérité d'une conclusion qu'en s'appuyant sur des prémisses qui sont déjà reconnues comme vraies...

En outre, les argumentations dépendent d'autant plus de l'auditoire auquel elles sont présentées qu'elles répondent très souvent à des structures bien plus complexes⁴⁵ que les raisonnements purement déductifs envisagés dans la première partie, où quelques prémisses clairement identifiables impliquaient nécessairement une conclusion. Les argumentations de la vie quotidienne font généralement intervenir une *multitude de prémisses* et une *multitude d'inférences entrecroisées*, dont beaucoup restent *implicites* parce que l'on sait (ou que l'on suppose) qu'elles sont parfaitement évidentes pour l'auditoire auquel on s'adresse. Du point de vue de la logique déductive, qui, pour tester la validité, exige que tout soit formulé explicitement, cela est évidemment inadmissible, mais, dans la pratique, il serait bien lourd et presque impossible d'explicitier l'ensemble des prémisses et le détail des inférences nécessaires à rendre nos raisonnements formellement valides. Certaines prémisses peuvent très légitimement être omises, et il en va de même de certaines inférences très simples qui ne posent pas question. Il est cependant clair que l'« évidence » des prémisses et des inférences est une notion toute relative, qui dépend de ceux que l'on veut convaincre. Si toute argumentation est personnalisée, c'est donc aussi parce qu'elle s'autorise certains raccourcis acceptés par les parties en présence⁴⁶.

La préoccupation pour l'auditoire implique un certain déplacement de l'attention de la question de la *vérité* des thèses vers celle de l'*adhésion d'un auditoire particulier* à ces thèses, et de la question de la *transmission de vérité* entre thèses à celle de la « *transmission de l'adhésion* ». Or, contrairement à la valeur de vérité, qui est *binaire* (une thèse est soit vraie soit fausse), l'adhésion d'un auditoire à une thèse est *graduelle* : elle peut être plus ou moins élevée et le but de l'argumentation est précisément de la renforcer de manière à lui donner plus de vigueur que l'adhésion éventuelle à d'autres thèses possibles⁴⁷. S'ajoutant à la gra-

44. Charles Hamblin, *Fallacies*, *op. cit.*, p. 232 ; p. 241. Notons que cette préoccupation pour la seule justification *interne* au raisonnement est aussi ce qui fait la force de la logique formelle et lui permet notamment de se prononcer sur la validité d'un raisonnement même sans connaître la valeur de vérité de ses prémisses ou en les sachant fausses.

45. Pour une étude de ces schémas d'argumentations complexes, cf. *La nouvelle dialectique*, *op. cit.*, pp. 84-103.

46. Charles Hamblin, *Fallacies*, *op. cit.*, pp. 236-239.

47. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, *op. cit.*, pp. 24-25.



dualité de vraisemblance des inférences répondant à des schémas faillibles, cette gradualité de l'adhésion complique le verdict dichotomique de la validité déductive.

Pour Perelman, on l'a compris, il ne faut pas voir là un défaut de la rationalité dialectique ou argumentative par rapport à la rationalité analytique ou démonstrative. C'est bien, selon lui, la rationalité argumentative qui est *la principale rationalité*, et la plus fondamentale, dont la rationalité démonstrative n'est en fait qu'un *cas-limite*. Les « évidences » de Descartes ne sont au fond, pour Perelman, rien d'autre que des opinions qui font l'objet d'une adhésion universelle et sont donc *hors discussion* à une époque donnée⁴⁸. On voit où l'analyse en termes d'« adhésion de l'auditoire » mène Perelman : ce serait au fond cette propriété particulière qu'ont certaines thèses de recueillir l'*assentiment général* d'une communauté qui ferait d'elles des *vérités incontestées*⁴⁹. Mais, aussi large que soit l'auditoire qui y adhère, ces thèses n'en resteraient pas moins des *opinions* auxquelles un auditoire *adhère*. Quant à la démonstration, elle ne serait, dans cette perspective, rien d'autre chose qu'une argumentation particulièrement contraignante et, pour cette raison, susceptible d'emporter l'adhésion d'un *auditoire universel*⁵⁰ plutôt que de tel ou tel auditoire particulier. Entre les preuves déductives et les argumentations, il y aurait donc moins une différence de *nature* qu'une différence de *degré*⁵¹ ; *raisonner logiquement*, ce serait toujours *argumenter*, mais d'une manière qui soit susceptible d'emporter l'adhésion de tous⁵².

RHÉTORIQUE ET TOPIQUE

La dimension rhétorique de l'argumentation n'est pas totalement indépendante de sa dimension topique mentionnée dans la section précédente : tenir compte de l'auditoire est particulièrement important lorsqu'il s'agit d'utiliser des schémas d'inférence faillibles. En effet, l'orateur qui utilise de tels schémas doit impérativement s'intéresser à ce que sait l'auditoire

48. Chaïm Perelman, *Éléments d'une théorie de l'argumentation*, op. cit., p. 27 ; Chaïm Perelman, *Justice et raison*, op. cit., p. 149.

49. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., pp. 88-92.

50. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., p. 10. Un auditoire spécialisé dans la matière en discussion peut parfois faire figure d'auditoire universel (*ibid.*, p. 61).

51. Chaïm Perelman, *Justice et raison*, op. cit., p. 153.

52. Selon Perelman, c'est d'ailleurs en ce sens que l'épistémologie contemporaine réévalue la rationalité scientifique. Le modèle rationaliste qui prévalut d'Emmanuel Kant à Karl Popper mettait en exergue les *preuves incontestables* (qu'elles soient logiques ou empiriques) permettant aux scientifiques de trancher leurs éventuels désaccords. Mais des philosophes des sciences et théoriciens de la connaissance contemporains tels que Thomas Kuhn, Paul Feyerabend ou Willard Van Orman Quine ont, au contraire, insisté sur l'importance des problèmes de *sélection* et d'*interprétation* des données empiriques pertinentes, sur le fait que les preuves dépendent du *cadre théorique et méthodologique* choisi (choix qui peut faire l'objet de désaccords irréductibles), ou encore sur la nécessité de s'écarter parfois des seules preuves logiques et empiriques au profit d'*argumentations plus larges non dépourvues d'éléments rhétoriques voire sophistiques*. Loin de se conformer entièrement à l'idéal de la logique démonstrative impersonnelle et éternelle, la science serait donc bien plutôt *argumentative* de part en part, l'argumentation se faisant cependant çà et là déduction nécessaire (Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., p. 155 ; Chaïm Perelman, *Éléments d'une théorie de l'argumentation*, op. cit., pp. 8-10 ; pp. 14-15 ; Chaïm Perelman, *Justice et raison*, op. cit., pp. 125-130 ; p. 153). Il convient toutefois de signaler que les philosophes des sciences postérieurs à K. Popper n'adoptent pas tous la conception relativiste de la science que nous décrit Perelman. Pour ne citer que lui, I. Lakatos s'insurge contre les positions kuhniennes : « S'il n'y a, écrit-il, pas de moyen de juger une théorie autrement qu'en évaluant le nombre, la foi et la puissance vocale de ses partisans, alors la vérité se trouverait dans le pouvoir » (cité dans Alan Chalmers, *Qu'est-ce que la science ?*, Biblio-essais, p. 140).

particulier auquel il s'adresse pour s'assurer, d'abord, que *cet auditoire admet bien la (ou les) présomption(s) qui constitue(nt) la garantie de ce schéma* et, d'autre part, qu'il *ne dispose pas d'informations allant dans le sens de réserves susceptibles de bloquer l'inférence*. Si l'orateur doit adapter son argumentation à l'auditoire, ce n'est pas seulement parce qu'à contenu informatif égal certains auditoires seront plus « sensibles » que d'autres à telle ou telle manière de présenter les choses. Il est aussi et surtout vrai que *différents auditoires ne disposent pas d'informations égales et ne sont donc pas susceptibles de concéder rationnellement les mêmes inférences*⁵³. D'un auditoire à l'autre, l'orateur devra ou non ajouter des arguments annexes pour renforcer la présomption qui garantit l'inférence et/ou pour contrer de probables réserves.

Dans cette perspective, on voit bien une fois encore en quoi le paradigme déductiviste est mis à mal dans le traitement de ces inférences faillibles. Aristote qualifiait les schémas d'inférence faillibles d'« enthymèmes », c'est-à-dire de raisonnements qui sont « incomplets » au sens où une partie de leurs fondements restent implicites. L'interprétation déductiviste de ce problème consiste à dire que ces raisonnements doivent être complétés par l'ajout de prémisses qui les rendent déductivement valides. Mais, en fait, ces enthymèmes se singularisent par le fait qu'ils *peuvent éventuellement être complétés de différentes manières par différents auditoires en fonction des informations d'arrière-plan dont ces auditoires disposent*. De ce point de vue, font remarquer certains théoriciens contemporains⁵⁴, l'auditoire, loin de se contenter de recevoir passivement une argumentation déjà toute structurée, participe souvent à sa co-construction.

C'est pourquoi, d'ailleurs, souligne Perelman⁵⁵, la cohabitation de lignes argumentatives différentes et non coordonnées dans une même argumentation peut parfois se justifier par la nécessité de convaincre un auditoire hétéroclite dont les membres ne seront pas nécessairement sensibles aux mêmes arguments :

Exemple 98

Il ne faut pas envahir ce pays voisin.

Car ce serait une violation flagrante du droit international et une grave injustice.

En outre, cela nuirait à notre économie.

Et puis nous ne sommes pas sûrs de gagner cette guerre.

La cohabitation d'arguments éthiques et plus cyniquement stratégiques ferait ici désordre si on ne tenait compte du fait qu'ils ne s'adressent sans doute pas aux mêmes composantes de l'auditoire.

C'est sans doute de la même façon que l'on peut légitimer certaines démarches de « rationalisation *a posteriori* » d'un jugement. Il arrive en effet parfois que les arguments convaincants en faveur d'une thèse ne sont formulés qu'après qu'ait été prise la décision d'y adhérer, ce qui pourrait donner l'impression que le travail argumentatif postérieur consiste

53. Cf. la notion d'« environnement cognitif » mobilisée par les théoriciens contemporains de la rhétorique comme Chris Tindale (*Acts of Arguing*, op. cit., p. 113 ; *Rhetorical Argumentation : Principles of Theory and Practice*, Cornell, Sage Publications, 2004, pp. 22, 145).

54. Chris Tindale, *Acts of Arguing*, op. cit., pp. 9-12, 17 ; *Rhetorical Argumentation*, op. cit., pp. 34-70. Pour cette raison, on peut même, avec Mikhaïl Bakhtine, parler de « co-construction » d'une argumentation par le locuteur et son auditoire, et ce même si le raisonnement est apparemment monologique (cf. Chris Tindale, *Rhetorical Argumentation*, op. cit., pp. 12-14, 94-101, 109-112, 185-186).

55. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., pp. 632-633.



en fait à dissimuler sous de fausses « raisons » les vrais motifs de l'adhésion. Ainsi, un juge peut-il poser son verdict, puis retravailler encore un peu les motivations de sa décision avant de les signifier par écrit aux parties. Or, en fait, cela ne veut pas forcément dire qu'il a pris une décision arbitraire et partielle et qu'il ne s'inquiète qu'ensuite de la manière dont il va la légitimer. Il se peut tout simplement qu'aux *raisons* qui ont emporté *son* adhésion, il souhaite joindre, dans ses motivations, des arguments susceptibles de gagner rationnellement l'adhésion d'*autres auditoires* (parties ayant pris part au procès, observateurs extérieurs, juristes de la Cour de cassation, etc.)⁵⁶.

Notons toutefois en passant que l'utilisation d'une multitude de lignes argumentatives parallèles et non coordonnées peut aussi affaiblir une argumentation en donnant l'impression qu'aucun des arguments employés n'est vraiment convaincant de sorte qu'il faut essayer de compenser, par la quantité, la mauvaise qualité des arguments. Et, à cet égard, le pire réside évidemment dans l'usage parallèle d'arguments incompatibles entre eux. On parle alors d'argument « du chaudron » :

Exemple 99

Je ne vous dois pas un chaudron.

Car je vous avais rendu le vôtre le jour même où je vous l'avais emprunté.

De toute façon, votre chaudron était inutilisable et bon à jeter.

D'ailleurs, vous ne me l'avez jamais prêté.

Et je ne l'ai même jamais vu.

Chacun des quatre arguments ci-dessus supporte raisonnablement la conclusion, au point même qu'il pourrait suffire seul à la fonder. L'accumulation de ces arguments, cependant, affaiblit chacun d'entre eux et laisse une impression d'ensemble déplorable.

Lorsque nous nous intéresserons aux schémas d'inférence faillibles et à leurs mésusages, nous serons donc aussi attentifs à la question de la prise en compte de l'auditoire auquel on s'adresse. La question de savoir quelle question critique il convient de poser pour tester la légitimité de l'usage de tel ou tel schéma dépend en effet souvent des informations dont dispose l'auditoire que l'on cherche à convaincre, des thèses qu'il a déjà admises... mais aussi des valeurs auxquelles il adhère.

Déjà indispensable dans les débats théoriques (dont l'enjeu est de fonder la *vérité d'une thèse*), la préoccupation pour l'auditoire l'est peut-être plus encore dans les débats pratiques (dont l'enjeu est de fonder la *légitimité d'une action*). Plus clairement encore que celles de la raison théorique, les argumentations de la raison pratique sont en effet non nécessaires et personnalisées⁵⁷. *Non nécessaires*, parce qu'une décision pratique (éthique, politique, juridique...) ne s'impose généralement pas de manière absolue, mais ne peut être que *raisonnée*, c'est-à-dire adoptée au terme d'un examen des arguments *pour* et des arguments *contre*⁵⁸. *Personnalisées*, parce qu'interviennent inévitablement, dans ces raisonnements, des *jugements de valeur*, pour lesquels la question de l'adhésion personnelle se pose de manière particulièrement aiguë⁵⁹.

56. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., pp. 55-58.

57. Chaïm Perelman, *Justice et raison*, op. cit., p. 7.

58. Chaïm Perelman, *Justice et raison*, op. cit., pp. 178-179.

59. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., p. 100.

Et, dans la perspective rhétorique, c'est à cet égard qu'intervient le *pathos* aux côtés du *logos*. Souvent opposée à la dimension proprement rationnelle, la dimension émotionnelle de l'argumentation a été déconsidérée comme parasitaire et vectrice d'erreurs de raisonnement. Les théoriciens contemporains de la rhétorique entendent cependant lui rendre une certaine place en logique en montrant le *lien qu'entretiennent certaines émotions* (pitié, indignation, enthousiasme...) *avec des prises de position axiologiques rationnelles* guidées par exemple par le principe de justice ou le principe d'équité⁶⁰. Amener un auditoire à s'indigner face à une situation injuste est une manière assez légitime de motiver sa décision d'agir pour la combattre. Et c'est pourquoi, si on entend travailler *ex concessis*, il convient de se préoccuper des valeurs auxquelles l'auditoire adhère pour savoir comment appuyer son argumentation.

VÉRITÉ, ACCEPTABILITÉ PAR UN AUDITOIRE ET ACCEPTABILITÉ UNIVERSELLE

D'après le principe selon lequel il convient de travailler *ex concessis*, veiller à l'acceptabilité des arguments avancés est une condition majeure de l'acceptabilité des conclusions que l'on prétend en tirer. C'est pourquoi certains sophismes particuliers seront directement liés à un manque de considération pour l'auditoire particulier que l'on cherche à convaincre et pour les concessions qu'il est prêt à faire. Nous verrons que même des raisonnements déductivement valides peuvent faire l'objet d'usages sophistiques ; c'est par exemple le cas lorsque, pour démontrer une thèse contestable – « Ton âme est immortelle » –, on prétend la déduire de prémisses qui ne sont, pour l'auditoire, pas plus acceptables que la thèse – « Car toutes les âmes sont immortelles ».

À ce stade, on pourrait se demander si Perelman entend tout simplement remplacer la question de la vérité par celle de l'acceptabilité et les normes d'évaluation logiques par des normes rhétoriques ou s'il entend seulement ajouter la question de l'adhésion à celle de la vérité⁶¹ : entend-il dire qu'en plus d'être *vraie* une conclusion doit être *acceptable par son auditoire* ? Ou, plus radicalement, qu'il suffit qu'elle soit acceptable par son auditoire pour qu'elle soit vraie ? Cette seconde option serait extrêmement relativiste et séparerait nettement l'évaluation rhétorique de l'évaluation logique traditionnelle. Mais telle n'est pas l'option de Perelman. Ce dernier reconnaît en effet volontiers que, *si elle est une condition nécessaire de la rationalité* (en ce sens qu'il ne sert à rien, pour convaincre un auditoire, de produire des inférences à partir de prémisses qui, faute d'être acceptables, ne peuvent pas constituer de bonnes raisons en faveur de la conclusion), *l'acceptabilité d'une inférence par un auditoire particulier n'est pas pour autant une condition suffisante de sa rationalité*. Il se pourrait en effet qu'un auditoire accepte cette inférence pour de mauvaises raisons, par exemple en adhérant à la présomption qui la garantit de manière non critique et sans tenir compte de réserves qui devraient pourtant bloquer l'inférence dans le cas présent. Et c'est pourquoi, à l'acceptabilité par l'auditoire particulier, Perelman ajoute la condition de l'acceptabilité par l'« auditoire universel »⁶².

60. Chris Tindale, *Acts of Arguing*, op. cit., p. 72 ; *Rhetorical Argumentation*, op. cit., pp. 13, 21.

61. Ralph Johnson, *Manifest Rationality*, op. cit., pp. 336-340.

62. Cf. déjà la notion de « destinataire supérieur » (*superaddressee*) chez Bakhtine. Voir à ce sujet Chris Tindale, *Rhetorical Argumentation*, op. cit., pp. 125-127.



Cette notion d'auditoire universel pose évidemment question, d'autant que Perelman lui-même reconnaît volontiers qu'il s'agit là d'un *construit théorique* et non de l'assemblée réelle de tous les êtres humains passés, présents et à venir (dont il serait évidemment impossible de vérifier l'adhésion à certains des fondements des inférences évaluées)⁶³. Pour Perelman, l'auditoire universel est une sorte de fiction que l'orateur construit en débarrassant l'auditoire particulier auquel il s'adresse d'un certain nombre des traits spécifiques qui sont susceptibles de restreindre sa rationalité en limitant son sens critique. Ainsi, s'il peut être relativement facile de faire admettre certaines thèses sur le sens de la vie à une communauté religieuse qui tiendrait déjà pour vrai que Dieu existe, chercher des arguments susceptibles de convaincre, non pas seulement cet auditoire particulier, mais ce qu'il y a d'universel en lui, suppose que l'on suspende voire même que l'on interroge cette conviction qui n'est pas partagée par d'autres auditoires.

En s'efforçant de passer de l'acceptabilité par un auditoire particulier à l'acceptabilité par l'auditoire universel, on tend à compenser la préoccupation *rhétorique* de l'argumentation, qui vise ce que tel ou tel auditoire *peut effectivement accepter*, par une préoccupation *logique*, qui vise ce qu'*il est légitime pour cet auditoire d'accepter*⁶⁴. Mais on peut alors se demander si « auditoire universel » ne veut pas tout simplement dire « auditoire rationnel » et si, revenant en deçà du cadre d'analyse que Perelman entendait se donner, on ne se retrouve pas avec, d'une part, la question logique de la légitimité de certains raisonnements – leur acceptabilité par l'auditoire universel – et, d'autre part, la question plus proprement rhétorique de leur acceptabilité par tel ou tel auditoire particulier, que les raisons de cette acceptabilité soient ou non légitimes.

Ce serait là, cependant, mésinterpréter la notion perelmanienne d'« auditoire universel ». Tout d'abord, aussi rationnel qu'il soit, celui-ci est bien d'abord et avant tout un *auditoire* qu'il faut convaincre, de sorte que la question de la légitimité d'un raisonnement reste indissociable de celle de l'acceptabilité et qu'on ne renonce donc pas à l'idée que, même déductivement valide, une inférence ne peut être considérée comme raisonnable que si elle assure les conditions de son acceptabilité⁶⁵. Ensuite, il faut se rappeler que l'auditoire universel est construit à partir de l'auditoire particulier que l'on cherche à convaincre et souligner que cette construction suppose d'évaluer la légitimité de l'inférence à partir de son acceptabilité pour un auditoire de plus en plus large. Le processus même de construction de l'auditoire universel implique le développement d'une réflexion critique quant à l'acceptabilité – plus ou moins locale – des prémisses et de l'inférence. De ce point de vue, la notion d'« auditoire universel » est essentiellement *procédurale*⁶⁶ : passer d'un auditoire particulier à l'auditoire universel, c'est chercher, parmi les arguments susceptibles de convaincre ce dernier, ceux qui pourraient aussi convaincre n'importe quel autre auditoire. Il y a, à cet égard, plusieurs *méthodes d'universalisation* :

63. Chris Tindale, *Acts of Arguing*, *op. cit.*, pp. 88-90.

64. J. Anthony Blair, *Groundwork in the Theory of Argumentation*, *op. cit.*, p. 94.

65. Dans *L'argumentation selon Perelman* (*op. cit.*, pp. 47-88), Roland Schmetz montre bien l'importance de cette notion presque antithétique d'« auditoire universel », notion qui permet à Perelman de penser tout à la fois l'exigence rhétorique d'adapter ses stratégies argumentatives au public qu'il convient de convaincre et l'exigence logique de ne présenter que des arguments rationnels. Les deux exigences sont en fait complémentaires ; il faut veiller à convaincre l'auditoire particulier par des arguments qui vaudraient tout aussi bien pour l'auditoire universel (Chris Tindale, *Acts of Arguing*, *op. cit.*, pp. 17, 86-87).

66. Leo Groarke and Chris Tindale, *Good Reasoning Matters !*, *op. cit.*, pp. 197-200.

- l’une consiste à faire progressivement abstraction des spécificités de l’auditoire particulier dont on part ;
- une autre consiste à ajouter, à la prise en compte des objections effectivement adressées par tel auditoire particulier, la prise en compte d’objections (et de questions critiques) que pourraient adresser d’autres auditoires ⁶⁷ ;
- une troisième consiste à imaginer un auditoire qui satisferait certains standards d’« objectivité » : il disposerait du savoir et de la méthodologie sur le sujet en question, serait réflexif (et capable de remise en question), serait ouvert (à des opinions dissidentes) et serait dialectiquement astucieux (conscient qu’il y a des considérations *pro* et *contra* et qu’il convient de confronter les unes aux autres) ⁶⁸.

Dans tous les cas, on peut penser qu’est en tout cas irrecevable par l’auditoire universel une argumentation de « mauvaise foi » qui convaincrerait un auditoire particulier sans convaincre l’orateur lui-même ⁶⁹.

E Dimension interprétative et pragmatique du langage

Remettre la rhétorique à l’honneur, c’est également insister sur le « poids des mots » dans les raisonnements.

Pour que l’on puisse exactement déterminer quelles conséquences logiques suivent de telle ou telle affirmation, Frege recommandait de privilégier un langage dénué de toute ambiguïté. La formalisation – traduction dans le langage formel de la logique – avait notamment pour objectif de *lever certaines ambiguïtés de l’expression quotidienne*. Ainsi, nous avons vu que la formalisation exigeait que soit préalablement levées des ambiguïtés référentielles, comme celles qui affectent les pronoms – il faut déterminer les référents de « il » et « en » avant d’attribuer un symbole à « Il en est content » –, mais aussi des ambiguïtés syntaxiques, comme celles qui portent sur la hiérarchie des connecteurs – il faut déterminer quel est le connecteur principal dans des exemples tels que celui du communiqué de l’hôpital (p. 42) pour savoir ce que dit exactement ce communiqué. De même, en logique des prédicats, pour déterminer exactement ce que dit l’énoncé « Tout le monde doit de l’argent à quelqu’un » et ce qu’on peut en déduire, il fallait identifier l’ordre des quantificateurs et trancher entre le sens $\forall x \exists y d(x,y)$ (« Tout le monde a au moins un créancier ») et le sens $\exists y \forall x d(x,y)$ (« Tout le monde doit de l’argent à un seul et même “quelqu’un” »), que cette expression française peut aussi avoir dans certains contextes.

Cependant, si la formalisation est assurément un formidable outil à lever les ambiguïtés, l’*idéal frégeen d’un langage parfait* permettant d’exprimer univoquement et d’évaluer rigoureusement tous les raisonnements de la vie quotidienne est sans doute *illusoire*.

Tout d’abord, en effet, *les différentes langues naturelles sont remplies de doubles sens, de termes flous, de termes connotés, de figures de style, etc.* La plupart des concepts quotidiens ne sont eux-mêmes pas parfaitement définis comme l’exigerait la logique frégeenne. Au

67. Chris Tindale, *Acts of Arguing*, op. cit., p. 88-91, 118-119 ; *Rhetorical Argumentation*, op. cit., pp. 140-149.

68. Ralph Johnson, *The Rise of Informal Logic*, op. cit., pp. 96-97.

69. J. Anthony Blair (*Groundwork in the Theory of Argumentation*, op. cit., p. 95) souligne toutefois qu’il est légitime de montrer à un interlocuteur que, des prémisses que lui-même admet (et que ne partage pas forcément le locuteur), on peut tirer certaines conséquences. Dans ce cas, on produit un argument qui ne vaut pas pour l’auditoire universel mais qui a une valeur *ad hominem* (cf. *infra*).



contraire, comme le montre Ludwig Wittgenstein, les limites de leurs champs d'application sont imprécises et constamment soumises à des conflits d'appréciation. Ainsi en va-t-il notamment des sorites (termes graduels dont les limites quantitatives sont floues) comme « chauve » ou « tas de sable », mais aussi d'un grand nombre de termes plus ou moins abstraits comme « jeu », « démocratie », « capitalisme », « nationalisme », « culture », « éducation », « féodalité », « romantisme », etc.⁷⁰.

On pourrait tenter de maintenir intact l'idéal de rationalité que représente la logique déductive formelle envisagée dans la première partie et, comme Frege, attribuer les difficultés que nous venons d'évoquer à des défauts du langage quotidien. On peut cependant estimer, contrairement à Frege, que ce ne sont pas là des *ambiguïtés accidentelles et malencontreuses* qui devraient être éliminées autant que possible, mais bien des *éléments essentiels à l'expressivité du langage* (un nombre limité de mots doit valoir pour toute une série de situations différentes), à sa *flexibilité* (le langage doit constamment s'adapter à des réalités nouvelles), mais aussi à son *utilisation par des sujets qui ont des vécus très différents*.

Bien plus, dans la vie quotidienne, ces ambiguïtés sont parfois *volontairement cultivées* de manière à permettre des accords – au moins verbaux⁷¹ – entre des positions sans cela inconciliables. Ainsi, plusieurs États peuvent développer un discours commun à propos de la démocratie tout en ayant une compréhension (légèrement) différente de ce terme et, par exemple, un désaccord quant au mode électoral qui doit garantir la démocratie. Et ce qui vaut pour l'usage de termes équivoques vaut également pour l'usage d'ambiguïtés syntaxiques. Ainsi, on aurait pu imaginer, en pleine guerre froide, un débat entre pays capitalistes et pays communistes sur la question du droit de l'homme à la propriété. Une formulation ambiguë du type : « Toute personne a droit à la propriété individuelle ou collective » aurait pu alors faire figure de compromis, les uns comprenant le « ou » comme cumulatif, les autres comme alternatif. Le risque, pour les partisans des libertés individuelles, est bien sûr alors d'autoriser des argumentations comme celle-ci :

Exemple 100

Toute personne a droit à la propriété individuelle ou collective.

Or, dans notre pays, tous les biens appartiennent à l'État, donc à la collectivité.

Donc le droit à la propriété est respecté.

De même encore, certains jeux sur les accentuations de phrases dans le langage quotidien constituent moins d'authentiques sophismes que des stratégies raisonnables de négociation :

Exemple 101

– Je ne veux plus que tu ailles dans ce bar avec les gars de cette bande !

– D'accord, je demanderai donc plutôt à Pierre de m'y accompagner.

Ou alors : – D'accord, nous irons donc plutôt à des soirées privées.

70. Exemples de David Hackett Fischer, *Historian's fallacies*, New York, Harper & Row, 1970, p. 265.

71. À l'inverse, il se peut que certaines disputes soient « purement verbales », c'est-à-dire qu'elles opposent des interlocuteurs qui sont d'accord sur le fond mais croient ne pas l'être, faute de s'entendre sur les mots (Leo Groarke and Chris Tindale, *Good Reasoning Matters !*, op. cit., pp. 173-174).

Exemple 102

– Je veux que tu cesses de mettre ton hard rock à fond !

– D'accord, je vais donc changer de musique.

Ou alors : – D'accord, je vais donc diminuer le volume.

Dans chacun de ces deux exemples, l'accentuation d'une partie de la prémisse est une manière de suggérer un compromis ; et plusieurs compromis différents sont à chaque fois possibles.

Bien plus, si le projet d'exprimer nos argumentations quotidiennes dans un langage déductif parfait est très largement illusoire, ce n'est pas seulement parce que la pratique quotidienne des langages ne peut produire des termes parfaitement délimités et univoques ; c'est aussi parce que, en vertu de leurs ancrages historiques et sociaux, *les termes des langages naturels ne sont presque jamais « neutres » et dénués de toute connotation évaluative (morale, idéologique, affective, etc.)*⁷². Dès lors, le simple fait d'énoncer de telle ou telle manière les données d'une situation pour en faire les prémisses d'un raisonnement détermine déjà, parfois dans une très large mesure, les conclusions auxquelles ce raisonnement mène. Qu'un peuple qualifie un autre de « primitif » ou même de « sous-développé » et il prédétermine déjà grandement l'issue des débats quant au type de rapports qu'il convient d'entretenir avec cet autre peuple :

Exemple 103

Les populations indiennes d'Amazonie vivent en état de sous-développement.

Donc il convient que nous leur apportions notre savoir et notre technologie pour les aider à rattraper leur retard de développement.

De même, ce ne sont pas les mêmes conclusions qui s'imposent selon que l'on parle de « colonies israéliennes dans les territoires occupés » ou d'« enclaves israéliennes dans les territoires contestés ». Exprimées dans les termes marxistes du « grand capital », du « prolétariat », de l'« exploitation » ou de l'« aliénation », des données économiques acquièrent tout à coup un sens très différent – et se prêtent dès lors à des argumentations très différentes – que lorsqu'elles étaient formulées dans le vocabulaire néo-libéral.

Ce phénomène, nous l'avons signalé, intervient de manière cruciale dans la question juridique de la qualification des faits (peut-on désigner tel ou tel fait par tel ou tel terme du langage juridique et ainsi le faire tomber sous le coup de telle ou telle loi ?). Mais un tel travail de *qualification-classification*⁷³ se retrouve bien sûr également dans tous les autres champs argumentatifs. Même là où il n'est pas explicitement question de plaider en faveur de telle ou telle thèse, mais seulement de mettre au jour et de diffuser des informations, il n'est jamais entièrement possible de se défaire de toute la partie d'argumentation cachée que comporte déjà la manière même de s'exprimer. C'est pourquoi, bien qu'ils tirent des conclusions divergentes d'un même fait, les raisonnements suivants, formulés dans deux médias

72. Douglas Walton, *Fundamentals of Critical Argumentation*, op. cit., pp. 219-220.

73. Qualifier un fait, c'est le regrouper avec d'autres faits qualifiés de la même façon et le mettre dès lors en bonne ou mauvaise compagnie (Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., pp. 169-174). Notons qu'en vertu de tels effets de regroupement une comparaison défavorable peut paradoxalement s'avérer rhétoriquement plus bénéfique à l'aura de ce dernier qu'une comparaison qui lui est favorable : mieux vaut parfois être désigné comme « un champion à peine inférieur à Eddy Merckx » que d'être simplement reconnu comme « le meilleur coureur cycliste de sa génération » (*ibid.*, pp. 328-329).



idéologiquement opposés, sont tous deux susceptibles de convaincre leurs auditoires respectifs :

Exemple 104

Des jeunes femmes musulmanes manifestent pour le respect du droit à la libre expression de leurs convictions religieuses.

Donc le projet de loi sur l'interdiction du port de signes ostensibles d'appartenance religieuse met en danger une des libertés les plus fondamentales.

Exemple 105

Des partisans du fondamentalisme islamiste descendent dans la rue pour crier leur opposition au principe de la laïcité des institutions publiques.

Donc l'intégrisme musulman menace les fondements de la séparation des églises et de l'État.

VALEUR LOGIQUE ET VALEUR RHÉTORIQUE DE CERTAINES NOTIONS

Notons encore que *même les expressions qui traduisent les rapports logiques ne sont pas toujours dénuées de toute connotation dans le langage quotidien*. Nous avons indiqué que, comme le « et », le « mais » a généralement valeur de conjonction. Toutefois, des deux énoncés « Jean-Claude Juncker est Président de la Commission européenne et Martin Schulz Président du Parlement européen » et « Jean-Claude Juncker est Président de la Commission européenne mais Martin Schulz Président du Parlement européen », nous ne tirons en fait pas les mêmes conclusions quant au type de tractations qui se sont déroulées entre principaux groupes européens à la suite des élections européennes de 2014. Le « mais » suggère plus qu'un « et » et ne coïncide que très approximativement avec la conjonction vérifonctionnelle.

Notons encore que, contrairement à la conjonction vérifonctionnelle, le « et » de la langue quotidienne peut prendre un sens différent selon l'ordre des propositions qu'il relie ; « Marie a insulté l'enseignant et celui-ci l'a recalée à l'examen » ne permet pas nécessairement les mêmes conclusions que « L'enseignant a recalé Marie à l'examen et elle l'a insulté ». En ignorant ces différentes connotations au profit des seuls liens vérifonctionnels, la traduction dans le symbolisme de la logique des propositions laisse donc de côté certains aspects de la rationalité quotidienne ; comme toute traduction, la formalisation est un peu une trahison.

Sans doute, la logique formelle peut-elle s'efforcer de capturer le sens de ces connecteurs logiques quotidiens dans des formalismes plus complexes. De ce point de vue, les efforts déployés par la logique formelle pour rendre toujours plus finement des différents sens logiques du « si... alors... » (implication matérielle de la logique des propositions, implication formelle de la logique des prédicats, implication stricte de la logique modale, « entailment » de la logique relevante) sont certainement emblématiques. Mais on voit bien que, pour rendre compte de toutes les nuances logiques (logiquement pertinentes) exprimées dans le langage quotidien, il faudrait développer des langages formels presque aussi complexes et subtils que le langage quotidien lui-même... Dans la pratique, il faut donc utiliser la formalisation chaque fois qu'elle permet d'apporter un éclairage sur des raisonnements qu'on pourrait moins clairement évaluer sans elle, et pour le reste accepter que les expres-

sions du langage quotidien véhiculent des sens logiques permettant des inférences qui ne sont pas purement déductives.

Perelman fait ainsi remarquer que, du point de vue argumentatif, une *proposition* et sa *négation linguistique* ne se comportent pas nécessairement comme de pures et simples contradictoires logiques. Mieux qu'une formulation positive logiquement équivalente, la formulation « négative » d'un fait permet notamment de souligner un contraste avec une autre situation possible⁷⁴ : en effet, ce n'est pas tout à fait la même chose de dire que « Je pense que la démocratie est un système politique sérieux et respectable » ou de dire que « Je ne pense pas que la démocratie soit une mascarade ». Cela apparaît de manière particulièrement claire dans l'usage de *doubles négations*, qui, du point de vue strictement logique, équivalent en principe à de simples affirmations ($\neg\neg p \leftrightarrow p$), mais qui ont souvent, en fait, un poids argumentatif différent : « Cette solution n'est pas inacceptable », « Nous ne laisserons pas ce crime impuni », « Le suspect n'est pas sans alibi », etc.

Exemple 106

Mon ex-épouse n'est pas sans ressources.

Donc je ne dois pas lui verser de pension alimentaire.

Dans le même ordre d'idées, on constatera que certains énoncés que la logique formelle classerait parmi les *contradictions* (énoncés nécessairement faux) peuvent faire l'objet d'un usage parfaitement rationnel dans les argumentations quotidiennes : « L'enfance de l'accusé fut à la fois heureuse et malheureuse », « Sans sa salopette, Coluche n'est pas Coluche », etc. À l'inverse, certains énoncés qui ont la forme logique de *tautologies* expriment en fait des thèses qui ne sont pas forcément vraies et que l'on peut très rationnellement contester : « Les affaires sont les affaires », « Un sou est un sou », « La guerre, c'est la guerre », etc.⁷⁵

Du point de vue de la logique déductive, *répéter* une prémisse ou un membre d'une prémisse conjonctive n'introduit aucune modification de sens et est donc parfaitement superflu en raison de l'idempotence de la conjonction : $(p \wedge p) \leftrightarrow p$. contrairement à ce que prétend le personnage du « Bellman » de Lewis Carroll, une affirmation répétée trois fois de suite n'en devient pas plus vraie⁷⁶. Du point de vue de l'argumentation, en revanche, ce type de répétition peut renforcer le poids d'une prémisse (ou d'un de ses éléments) : « Qu'a commis ce jeune homme depuis la dernière fois qu'il s'est présenté devant ce Tribunal ? Des vols, des vols et des vols... », « Cette femme a tué son enfant. Elle a tué son enfant... », etc.⁷⁷

Exemple 107

Puisque je te dis que je t'aime, je t'aime et je t'aime encore,
tu dois me croire.

Quant à l'*ordre* des prémisses, il est lui aussi totalement indifférent en logique déductive, en raison de la commutativité de la conjonction : $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$. Dans une argumentation dialectique, l'ordre peut en revanche se révéler très important⁷⁸. Commencer par les thèses les

74. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., pp. 208-209.

75. Chaïm Perelman, *Éléments d'une théorie de l'argumentation*, op. cit., pp. 37-38 ; Chaïm Perelman, *Justice et raison*, op. cit., p. 144.

76. « Ce que je dis trois fois est vrai », dit le Bellman dans le premier chant de *La chasse au Snark*.

77. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., p. 236.

78. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., pp. 651 et sq.



plus faciles à admettre peut mettre l'auditoire en confiance ; à l'inverse, aller des arguments les plus faibles aux arguments les plus forts permet d'obtenir l'adhésion la plus forte au moment où il s'agit de conclure ; on peut éventuellement combiner ces deux avantages en optant pour un ordre « nestorien »⁷⁹, qui protège les arguments les plus faibles en les « entourant » d'arguments plus forts... Choisir un ordre qui paraisse naturel, comme l'ordre chronologique ou l'ordre précédemment choisi par un interlocuteur, tend également à accroître chez l'auditoire le sentiment d'évidence, le sentiment que l'argumentation « va de soi »⁸⁰.

Par ailleurs, là où la logique déductive exige que les *liens logiques* entre les arguments soient *clairs, précis et apparents* – construction dite « hypotactique » –, une construction « paratactique », qui laisse certains liens logiques implicites ou vagues, permet en effet de confier à l'auditoire une partie du travail de construction du raisonnement qui doit le convaincre. Il arrive ainsi que l'orateur puisse bénéficier de liens logiques que lui-même n'avait pas prévus mais que l'auditoire fait apparaître⁸¹. En laissant ainsi les auditeurs préciser voire compléter l'argumentation, il peut même arriver que l'on obtienne l'adhésion à la thèse conclusive pour des *raisons* qui diffèrent légèrement d'un membre à l'autre de l'auditoire...

On voit donc qu'est partiellement illusoire la prétention de dégager le sens exact d'un énoncé (et de le formaliser) en s'appuyant sur une sémantique purement formelle, qui calculerait univoquement le sens de l'énoncé à partir du sens de ses termes et de la manière réglée dont ils se combinent. Le plus souvent, doivent aussi intervenir des considérations, dites « pragmatiques », sur le *contexte d'énonciation* (informations dont disposent préalablement le locuteur et son auditoire, but de la communication, rapports sociaux entre les interlocuteurs, attentes des uns et des autres, présence de certains objets dans l'environnement de l'élocution...), ce qui rend évidemment le travail de formalisation moins mécanique et plus subtil.

La linguistique contemporaine a très largement étudié (et continue d'étudier) ces phénomènes contextuels qui contribuent à déterminer le sens de certaines énonciations, et par là aussi les conséquences que l'on peut en inférer. Nous nous contenterons d'évoquer ici un cadre d'analyse particulier dont l'intérêt est de montrer la rationalité qui est à l'œuvre dans les échanges dialogiques eux-mêmes et qui permet aux interlocuteurs de tirer une multitude de conclusions de ce que les autres disent, mais aussi de ce qu'ils ne disent pas.

MAXIMES CONVERSATIONNELLES

Dans un article célèbre de 1975, intitulé « Logic and conversation »⁸², Paul Grice met en évidence un certain nombre de maximes implicites qui gouvernent nos actes langagiers

79. Héros de la guerre de Troie, le roi Nestor organisait son armée de façon à entourer ses éléments les moins aguerris de soldats plus sûrs qui pouvaient protéger les deux flancs et prêter main forte au centre s'il menaçait de céder.

80. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, *op. cit.*, p. 661 ; p. 666. La rhétorique ancienne, on le sait, faisait d'ailleurs de nombreuses recommandations sur la manière de structurer la présentation de son discours... Par exemple, elle conseillait de commencer par un exorde qui exalte certaines valeurs bien admises et permet ainsi de gagner d'emblée la sympathie de l'auditoire (*ibid.*, p. 656).

81. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, *op. cit.*, pp. 212-213.

82. Paul Grice, « Logic and conversation », in P. Cole and J.L. Morgan (eds.), *Speech Acts*, New York, Academic Press, pp. 41-58, trad. fr. « Logique et conversation », dans *Communication*, vol. 30, 1979, pp. 57-72.

(*speech acts*) et qui répondent à un principe général de coopération efficace dans les interactions sociales :

Maxime de la Qualité (ou de la Véridicité) : « Sois fiable », c'est-à-dire « Ne fournis aucune information que tu crois fausse ou pour laquelle tu n'as aucune preuve »

Maxime de la Quantité (ou de l'Informativité) : « Sois informatif », c'est-à-dire « Fournis la quantité d'information nécessaire et suffisante (étant donné le contexte et le but de l'interaction) »

Maxime de la Pertinence (ou du Rapport au sujet (relatedness)) : « Sois pertinent », c'est-à-dire « Veille à ce que tes interventions soient ciblées sur le sujet en débat et utiles au but de l'interaction »

Maxime de la Manière (ou de la Clarté) : « Sois compréhensible », c'est-à-dire « Présente ton intervention de manière synthétique et organisée ; évite les expressions obscures et les ambiguïtés ».

Chacun, dit Grice, est plus ou moins conscient que ses interventions langagières doivent *respecter de telles maximes conversationnelles* si elles veulent *permettre une coopération efficace avec les autres*.

Bien plus, ajoute Grice, *chacun présuppose en permanence que les interventions des autres respectent elles aussi ces maximes*, de sorte que chacun peut interpréter ce que les autres disent en tenant compte de ces maximes conversationnelles. Chacun va supposer que ses interlocuteurs ne disent que ce qu'ils ont des raisons de croire vrai, qu'ils disent tout ce qui importe et rien que ce qui importe, que ce qu'ils disent a un rapport avec le sujet du débat et entend l'éclairer, que ce qu'ils disent n'a pas de sens caché...

La présupposition que nos interlocuteurs se conforment aux maximes formulées par Grice nous aide à déterminer le sens de leurs propos, mais aussi à en tirer un certain nombre de conclusions. Ainsi, si, alors que j'attends un autobus à Liège, quelqu'un qui attend avec moi au même arrêt me dit : « Ils ont débrayé à Robermont », je suppose immédiatement que ce locuteur parle du centre de stationnement des autobus à Robermont dont dépend la ligne de bus que je dois suivre (sinon son intervention ne serait pas pertinente à l'égard de la situation dans laquelle nous nous trouvons), qu'il veut dire que les chauffeurs ou les mécaniciens ont lancé un mouvement de grève et non qu'ils ont ponctuellement appuyé sur la pédale d'embrayage pour découpler momentanément les roues de l'action du moteur (sinon son intervention aurait joué sur les mots), qu'il ne veut pas parler d'un événement qui a eu lieu le mois dernier et est maintenant achevé (sinon il aurait ajouté « le mois dernier » à son énoncé), qu'il dispose d'informations ou autres bonnes raisons lui permettant de croire que cette grève a été lancée (sinon son intervention ne serait pas fiable)...

Ces inférences que je fais en permanence au moment même où j'interprète les propos d'autrui, Grice les appelle « *implicatures* » (pour les distinguer des implications logiques au sens propre, qui se font sur la base des propos explicites). Ces « *implicatures* » jouent un rôle important dans la rationalité quotidienne et nous verrons qu'elles sont centrales pour l'appréciation que l'on peut faire de l'usage – légitime ou abusif – de certains schémas d'inférence.



F Dimension dialectique et charge de la preuve

En 1970, un autre ouvrage marque un nouveau tournant dans la théorie de l'argumentation. Il s'agit de *Fallacies* de Charles Hamblin, qui, comme son titre l'indique, se consacre principalement aux sophismes. Comme Perelman, Hamblin met l'accent sur les « parties prenantes » des discours argumentés (l'orateur et l'auditoire qu'il cherche à convaincre, les contradicteurs d'un débat...) et, comme Perelman, il se préoccupe de la question de leur adhésion aux thèses et garanties mises en jeu par les inférences dont sont constitués ces discours. Ce qui fait la singularité de l'analyse de Hamblin, c'est l'accent qu'il porte aux *règles procédurales de ces « jeux argumentatifs »*.

Particulièrement attentif à la dimension *dialogique* de l'argumentation, Hamblin conçoit en effet les débats, et même ces débats implicites que sont certains monologues persuasifs, comme des « jeux » dans lesquelles les parties visent à réaliser certains objectifs⁸³ (faire admettre telle ou telle thèse par telle ou telle autre partie) en effectuant certains « coups » (*moves*) (avancer des arguments, en inférer certaines conclusions, contester certaines thèses adverses...) selon certaines règles relativement précises.

Ainsi, dit Hamblin, le « jeu des obligations » pratiqué dans la scolastique médiévale était-il essentiellement organisé par une exigence de « consistance sémantique », c'est-à-dire par une obligation de rester fidèle aux engagements antérieurs que l'on a pris à l'égard de la valeur de vérité de certains énoncés ; en effet, chacun ne peut admettre une thèse au moment où ça l'arrange puis la nier quand on l'utilise contre lui, etc.⁸⁴. Dans le « jeu des obligations », chaque interlocuteur d'un débat constitue un stock toujours plus étendu de thèses qu'il admet et que l'autre peut donc utiliser comme prémisses pour ses propres raisonnements⁸⁵.

Dans un autre jeu, celui du « pourquoi-parce que », assez proche du cadre dialectique athénien, chaque interlocuteur peut avancer des thèses et les considérer comme admises si son interlocuteur ne lui demande pas de les justifier ; s'il est invité à fournir une justification, il doit à nouveau avancer des thèses et les considérer comme admises si l'interlocuteur ne demande pas de les justifier, etc. Dans ce jeu, notons-le, la charge de la preuve revient toujours à celui qui a énoncé la thèse, mais un silence de son interlocuteur suffit à l'en dispenser⁸⁶.

On le voit, chez Hamblin, la question logique est prise en charge par une sorte d'*éthique de la discussion rationnelle*, une éthique procédurale que, notons-le, les codes de procédure judiciaire formalisent dans une certaine mesure.

83. C'est par la visée d'un objectif spécifique que Douglas Walton (*Argument Structure*, *op. cit.*, pp. 11-28) distingue la notion (dialectique et pragmatique) d'argumentation de celle (purement logique) de raisonnement : dans une argumentation, un raisonnement est mis au service de la résolution d'une question particulière. Et puisqu'il y a différents types de questions, il y a aussi différents types d'argumentation : enquête, discussion critique, délibération pratique, négociation,...

84. Charles Hamblin, *Fallacies*, *op. cit.*, pp. 257-259. Voir aussi Douglas Walton, *Relevance in Argumentation*, Mahwah, Lawrence Erlbaum Associates, 2004, pp. 44-46.

85. Charles Hamblin, *Fallacies*, *op. cit.*, pp. 125-129.

86. *Ibid.*, pp. 256-275. Si un locuteur doit toujours se tenir prêt à justifier ses assertions, il ne peut en permanence fournir explicitement toutes les raisons de ce qu'il affirme (et qui est souvent consensuel). De ce point de vue, l'exigence logique de tout expliciter et de tout justifier est tout simplement déraisonnable (Robert Pinto, « Burdens of rejoinder » ; Jonathan Adler, « Conversation and dissemblance » in H. Hansen and R.C. Pinto (eds.), *Reason Reclaimed*, Vale Press, 2007, p. 84, p. 210). D'où le principe selon lequel il ne faut justifier que ce sur quoi l'auditoire émet (ou éventuellement pourrait émettre) des doutes.

Dans cette conception de l'argumentation, des notions comme celle d'« engagement » (*commitment*), de « concession » et de « charge de la preuve » jouent un rôle central. La spécificité du jeu de l'argumentation rationnelle, c'est en effet que chacun doit prouver les thèses qu'il entend défendre en les inférant à partir de thèses admises par ses interlocuteurs au moyen de schémas d'inférence eux aussi admis par ses interlocuteurs. En principe, chacun a la charge de la preuve de toutes les thèses qu'il avance, y compris donc des arguments qu'il utilise pour fonder ses conclusions finales. Mais, puisqu'il faut bien prendre appui quelque part, chacun travaille *ex concessis*, c'est-à-dire à partir de ce que son auditoire (ou son adversaire) lui concède ; le principe général de la charge de la preuve trouve une exception dans les concessions faites par le ou les interlocuteur(s) à convaincre. Pour obtenir ces concessions, chacun peut demander à l'autre de se positionner sur la valeur de vérité de telle ou telle thèse. Par ailleurs, chacun peut bien sûr utiliser à son propre avantage les thèses que l'autre a lui-même avancées ainsi d'ailleurs que leurs conséquences logiques. Lorsqu'une des parties affirme une thèse pour appuyer la conclusion qu'elle cherche à établir, elle accroît le stock de thèses à l'égard desquelles elle est « engagée » (*committed*) et qui constituent sa « position »⁸⁷. Et tout engagement à l'égard d'une thèse est aussi *a fortiori* concession de cette thèse aux parties adverses, de sorte que celles-ci peuvent s'en saisir au profit de leur propre argumentation. Au fur et à mesure que la discussion progresse, les différentes parties disposent donc en principe de plus en plus de matériaux pour construire leur argumentation et établir leur conclusion, le jeu s'achevant lorsqu'une des parties a ainsi « convaincu » l'autre.

Les principes généraux d'un tel jeu se prêtent à quelques variantes intéressantes.

Ainsi, on peut imaginer un jeu où, prenant conscience de certaines conséquences que l'on peut tirer d'un de ses engagements, une partie puisse être autorisée à retirer cet engagement à condition de renoncer aussi à toutes les thèses qu'elle en avait inférées. Ainsi conçu, le jeu argumentatif est alors plus souple, mais il risque aussi de se conclure moins vite, voire jamais.

Par ailleurs, pour faire au contraire progresser le « jeu » plus rapidement, on peut concevoir que, comme dans le jeu du « pourquoi-parce que », chacun puisse considérer comme concédée par ses interlocuteurs toute thèse que ceux-ci n'auraient pas contestée au moment où il l'a avancée. Cela veut dire que, lorsqu'une partie avance un argument, ses interlocuteurs doivent immédiatement réagir s'ils contestent cet argument et lui demander de le prouver ou d'y renoncer ; à défaut de contestation, l'argument sera réputé admis par tous et pourra donc être utilisé dans différentes inférences.

On peut aussi concevoir que, pour des raisons externes au jeu, certaines thèses, qualifiées de « présomptions », soient déliées de toute charge de preuve, c'est-à-dire qu'elles puissent être utilisées (par n'importe quelle partie) sans avoir elles-mêmes à être établies. Bien que l'on ne doive pas montrer que ces présomptions sont vraies, on laisse toutefois ouverte la possibi-

87. Douglas Walton, *Informal Logic : A Pragmatic Approach*, *op. cit.*, p. 13. Cette position se constitue d'engagements explicites mais aussi, en vertu d'une exigence de cohérence logique, d'engagements implicites à l'égard des conséquences des premiers (Robert Pinto, *Argument, Inference and Dialectic*, *op. cit.*, p. 48). Par leurs raisonnements et les questions qu'ils s'adressent l'un à l'autre, les interlocuteurs d'un débat s'obligent à expliciter leurs engagements implicites (Douglas Walton and Erik Krabbe, *Commitment in Dialogue*, *op. cit.*, pp. 43-45, 139-146).



lité qu'un interlocuteur montre que telle ou telle d'entre elles est fausse⁸⁸, auquel cas tous doivent alors y renoncer.

On voit donc que chaque « jeu » – propre à un contexte dialogique⁸⁹ particulier – est régi par quatre types de règles, qui peuvent varier d'un jeu à l'autre⁹⁰ :

- *règles de locution* spécifiant les types d'actes de langage que les interlocuteurs peuvent poser (assertions, concessions, questions, mise en doute d'une assertion adverse, présentation d'un argument en faveur d'une assertion...);
- *règles d'engagement* précisant quelles propositions chaque interlocuteur s'engage à admettre en fonction du type d'acte de langage qu'il a posé à leur égard (il a asserté telle ou telle proposition ou n'a pas mis en doute son assertion par un interlocuteur; telle ou telle proposition est une conséquence logique immédiate de propositions qu'il a assertées ou elle est présupposée par des questions qu'il a posées...);
- *règles structurales* indiquant les circonstances de jeu dans lesquelles chacun peut ou doit poser tel ou tel type d'acte (par exemple une assertion par un locuteur doit donner lieu à l'acceptation ou à la mise en doute de cette proposition par son interlocuteur; la mise en doute d'une assertion doit donner lieu à sa justification ou à son abandon par celui qui l'avait énoncée...);
- *règles de victoire* fixant les conditions de l'achèvement du dialogue (par exemple le dialogue s'achève si le locuteur renonce à la proposition qu'il entendait défendre ou si son interlocuteur finit par admettre cette proposition).

Il est également possible que l'on passe, au sein d'une même conversation, d'un jeu dialogique à un autre. C'est le cas dans les débats purement théoriques lorsqu'au sein d'une discussion critique assez libre (où chacun peut revenir sur certains de ses engagements pourvu qu'il renonce aussi à leurs conséquences) on veut trancher une question précise et qu'on s'impose pour le faire des règles d'engagement et des règles structurales plus contraignantes. Erik Krabbe et Douglas Walton⁹¹ ont modélisé ce type de discussion en distinguant deux « jeux » qui sont ici enchâssés l'un dans l'autre : assez libéral, le cadre plus large, dit « Dialogue de Persuasion Permissif », permet de faire apparaître les points de vue et d'explorer leurs enjeux (sans s'engager définitivement à leur égard); plus contraignant, le cadre du « Dialogue de Persuasion Rigoureux » est inspiré de la formalisation par Lorenzen des contraintes logiques déductives en termes de stratégies gagnantes dans une théorie des jeux : par exemple, si un interlocuteur affirme une proposition conjonctive ($p \wedge q$), il suffit à son opposant de montrer qu'un des deux termes est faux pour « défaire » son adversaire...⁹²

88. De ce point de vue, dit Anthony Blair (*Groundwork in the Theory of Argumentation*, op. cit., p. 137), les présomptions sont à mi-chemin entre des assertions, qui doivent être justifiées, et de simples assomptions, qui sont prises pour points de départ conventionnels et ne doivent pas être justifiées mais ne peuvent pas non plus être réfutées.

89. Ce contexte dialogique est fonction, d'une part, du type d'objectif visé (enquête, discussion critique, délibération pratique, négociation,...) et d'autre part du cadre institutionnel dans lequel se tient le débat (tribunal, parlement, réunion professionnelle, rencontre amicale,...) (Douglas Walton, *The New Dialectic*, op. cit.; Cf. aussi J. Anthony Blair, *Groundwork in the Theory of Argumentation*, op. cit., p. 250).

90. Douglas Walton et Erik Krabbe, *Commitment in Dialogue*, op. cit., pp. 71-72; Douglas Walton, *Informal Logic*, op. cit., pp. 9-10.

91. Douglas Walton et Erik Krabbe, *Commitment in Dialogue*, op. cit., pp. 133-164.

92. Douglas Walton et Erik Krabbe, *Commitment in Dialogue*, op. cit., pp. 4-5. À ces contraintes de logique déductive, on peut éventuellement ajouter des contraintes relevant de schémas d'inférence non déductifs (*ibid.*, p. 180).

On peut aussi passer d'un type de dialogue à un autre lorsque, par exemple, au cours d'une négociation sur les conditions d'un échange, on cherche à trancher une question factuelle (prix courant d'un matériau...) d'après les informations factuelles dont disposent les interlocuteurs et/ou en faisant appel à d'éventuels experts externes à la discussion. Ici, un dialogue d'enquête avec ses propres règles vient s'enchâsser dans le dialogue de négociation.

Une telle conception de l'argumentation organisée autour de jeux dialogiques⁹³ permet d'éclairer d'un jour nouveau certaines dimensions de l'analyse et de l'évaluation logiques que nous avons déjà considérées. Ainsi, on voit plus clairement en quoi il faut distinguer *plusieurs types de réponses critiques à un raisonnement* : confronté à une argumentation, un interlocuteur peut

- demander des clarifications quant aux thèses exactes à l'égard desquelles le locuteur s'engage ;
- interroger certaines assertions et demander au locuteur de justifier ses engagements à leur égard ;
- formuler une objection en mettant en évidence des raisons de douter a) d'une prémisses du raisonnement, b) de la légitimité du schéma d'inférence utilisé (contre-arguments de sape) ou c) de la conclusion (contre-argument de réfutation)⁹⁴.

Il s'agit là de « coups » dialogiques nettement distincts, qui s'exercent d'ailleurs sous des conditions distinctes. Ainsi, contrairement aux objections proprement dites, les demandes de clarification et de justification n'impliquent pas d'engagement de la part de celui qui les émet⁹⁵... sauf s'il s'agit de mettre en doute une prémisse ou un schéma d'inférence qui bénéficie d'une présomption en sa faveur, auquel cas la charge de la preuve repose sur celui qui la conteste (de sorte que le simple fait de mettre en doute une présomption suppose que l'on a de bonnes raisons de le faire, et que l'on peut expliciter ces raisons)⁹⁶.

De même, la perspective dialectique permet de distinguer entre *renoncer* à une assertion, faute de justification suffisante, et la *nier*, c'est-à-dire affirmer sa négation⁹⁷. Sur la même base, on pourra distinguer entre un *conflit fort*, où les deux parties présentent des arguments en faveur de thèses opposées, et un *conflit faible*, où une des deux parties défend une thèse que l'autre met en doute sans pour autant la nier⁹⁸. Ou encore on pourra distinguer différentes manières de répondre à une question, dont certaines par exemple interrogent le bien-fondé même de la question plutôt que de lui apporter une réponse⁹⁹.

Par ailleurs, cette conception dialectique de l'argumentation amène aussi et surtout à regarder d'une manière encore un peu différente la question de la correction d'une argumentation

93. Sur l'histoire de cette conception dialogique de la logique, cf. J.A. Blair and R. Johnson (eds.), *New Essays in Informal Logic*, op. cit., pp. 13-14 ou Douglas Walton, *The New Dialectic*, op. cit., pp. 5-6, 14.

94. Erik Krabbe, "Nothing but Objections!", in H. Hansen and R.C. Pinto (eds.), *Reason Reclaimed*, op. cit., pp. 57-58.

95. Douglas Walton, *The New Dialectic*, op. cit., p. 49 ; Douglas Walton, Chris Reed, Fabrizio Macagno, *Argumentation Schemes*, op. cit., p. 225.

96. Douglas Walton, Chris Reed, Fabrizio Macagno, *Argumentation Schemes*, op. cit., p. 386. De même, il faudra parfois distinguer entre des questions critiques qui peuvent être posées sans justification et d'autres qui ne peuvent être posées qu'à condition d'avoir de bonnes raisons de le faire (*ibid.*, p. 33 ; Robert Pinto, *Argument, Inference and Dialectic*, op. cit., pp. 111-112).

97. Douglas Walton and Erik Krabbe, *Commitment in Dialogue*, op. cit., p. 96.

98. Douglas Walton, Chris Reed, Fabrizio Macagno, *Argumentation Schemes*, op. cit., p. 221.

99. Douglas Walton D., *Fundamentals of Critical Argumentation*, op. cit., pp. 21, 192.



ou d'un raisonnement. Ce qui est en effet considéré comme illégitime ou sophistique dans cette perspective, c'est de *violier les règles du jeu*, comme par exemple d'affirmer une thèse sans assumer ses conséquences ou bien de prendre appui sur une thèse qui n'a pas été concédée par l'interlocuteur à convaincre (voire n'a même pas été explicitement soumise à son approbation) ou encore d'inférer une thèse nouvelle (à partir de thèses concédées) au moyen d'un schéma d'inférence non reconnu. Par exemple, les stratégies argumentatives qui préfèrent les « insinuations » aux assertions franches peuvent, dans cette perspective, être lues comme une tentative illégitime de se défaire de la charge de la preuve de prémisses sur lesquelles on entend pourtant se fonder¹⁰⁰. Dans le prochain chapitre, nous ferons une lecture dialectique plutôt que logique de certains « sophismes ».

Avec Walton, on pourra aussi considérer que certains « sophismes » tiennent essentiellement à des *passages inopinés d'un type de dialogue à un autre* avec pour conséquence la violation des règles qui conviendraient à la poursuite de l'objectif initialement annoncé. Un changement de type dialogique (*dialogue shift*) n'est en effet légitime que pour autant que le dialogue secondaire contribue aux objectifs du dialogue premier dans lequel il s'insère. Sinon, la « logique » du second dialogue s'impose au détriment de celle du premier et, du point de vue de celui-ci, un sophisme est commis¹⁰¹. Ainsi, lorsqu'un dialogue critique visant à trancher une question théorique tourne subrepticement à un dialogue de négociation où chacun fait valoir des arguments en termes d'intérêts et de rapports de force, on prend typiquement le risque de ce que la tradition a appelé « sophisme *ad consequentiam* » et que nous envisagerons dans le détail dans le prochain chapitre. Parfois, le sophisme vient d'une confusion quant au type de dialogue dont relève une argumentation et donc quant aux règles dialectiques qu'elle est censée respecter. Ainsi, entre une argumentation visant à démontrer les qualités effectives d'un produit sur la base d'arguments théoriques et factuels et une publicité pour ce produit, qui vise à le faire acheter et peut mobiliser des jugements de valeurs, des émotions et des calculs d'intérêts¹⁰², il y a parfois une ambiguïté volontairement cultivée par l'orateur pour berner son auditoire¹⁰³.

VÉRITÉ ET CONSTRUCTION D'ACCORDS

Comme c'était le cas pour la perspective rhétorique, on retrouve une certaine tension entre la perspective dialectique qui vient d'être explicitée et la perspective logique classique. En effet, dans la mesure où ce qui importe principalement serait la construction d'accords, la question se pose de savoir si les parties peuvent *arbitrairement convenir au départ des règles qui régiront*

100. J. Anthony Blair, Kate Parr, Robert Pinto, *Reasoning : a Practical guide*, Pearson Education, Canada, 1993, p. 9 ; Douglas Walton, *Fundamentals of Critical Argumentation*, op. cit., p. 229 ; Govier T., "Considering Questions about Questions", in H. Hansen and R.C. Pinto (eds.), *Reason Reclaimed*, op. cit., p. 182.

101. Douglas Walton, *The New Dialectic*, op. cit., pp. 204-205, 216, 264 ; *Relevance in Argumentation*, op. cit., pp. 160-161.

102. Pour Anthony Blair (*Groundwork in the Theory of Argumentation*, op. cit., pp. 215-221, 263-277), les publicités jouent le plus souvent sur les émotions plutôt que de fournir véritablement des raisons d'adopter tel ou tel comportement ; en particulier, les publicités visuelles visent selon lui prioritairement à produire une influence causale plutôt qu'à motiver une décision rationnelle. Pour une mise en question de cette distinction nette, voir cependant Leo Groarke, "Beyond words : two dogmas of informal logic", in H. Hansen and R.C. Pinto (eds.), *Reason Reclaimed*, op. cit., pp. 136-152.

103. Douglas Walton, *Relevance in Argumentation*, op. cit., p. 103.

leur discussion, et notamment des schémas d'inférence légitimes, ou si elles doivent nécessairement admettre tous et rien que les schémas d'inférence rationnels (voire peut-être les schémas d'inférence déductivement valides). Dans le premier cas, c'est-à-dire si les parties décident librement des règles du jeu, en ce compris les règles d'inférence, la dimension dialectique de l'argumentation est entièrement autonome à l'égard de sa dimension logique, et qualifier de « valide » ou de « sophistique » une argumentation selon qu'elle respecte ou non les règles du jeu prend un sens tout à fait distinct de celui qui prévaut en logique. Dans le second cas, c'est-à-dire si c'est la logique qui prescrit les règles d'inférence que les parties peuvent et doivent respecter, la dimension dialectique de l'argumentation est subordonnée à sa dimension logique, et on ne voit pas très bien ce que Hamblin apporte de nouveau, sinon un intérêt pour la manière dont des sujets réels se soumettent aux contraintes logiques.

En fait, au-delà de ce dilemme, c'est à une relecture des schémas d'inférence logiques qu'invite la perspective dialectique de Hamblin. Il s'agit précisément de voir en quoi ces schémas d'inférence eux-mêmes sont profondément articulés par les questions de la charge de la preuve, des concessions, de la contestation possible... Avec Toulmin, nous avons envisagé une série de schémas d'inférence faillibles, garantis par certaines présomptions mais aussi assortis d'un certain nombre de réserves et dès lors indicés d'adverbes qui précisaient leur plus ou moins grande vraisemblance. Or, dans la perspective dialectique, ces schémas faillibles peuvent être conçus comme s'inscrivant nécessairement dans une structure dialogique où la validité de leur usage par une des parties peut être éprouvée au moyen de *questions critiques* que peu(ven)t poser son ou ses interlocuteur(s).

Le cas du monologue, où l'orateur s'adresse à lui-même les questions critiques qui interrogent ses inférences, ne serait alors qu'un cas particulier, cas-limite, de ce modèle dialogique généralisé. Les obligations dialectiques pèsent en effet aussi sur les argumentations monologiques : en l'absence de contradicteur immédiat, une argumentation doit en principe intégrer des exigences rationnelles élémentaires comme celle de fournir des justifications en faveur de toute thèse avancée dont on sait qu'elle ne sera pas évidente pour l'auditoire, ou encore l'obligation de répondre anticipativement à certaines objections prévisibles quant au type d'argument utilisé ou quant aux implications de la thèse défendue¹⁰⁴. De ce point de vue, évidemment, les obligations dialectiques s'accroissent lorsque l'on argumente sur une question qui est déjà très disputée¹⁰⁵.

Cette perspective, qui a été fortement développée par Frans Van Eemeren et Rob Grootendorst, est aussi qualifiée de « pragma-dialectique », dans la mesure où elle tire leçon du tournant pragmatique de la linguistique et s'intéresse non pas seulement au contenu des énoncés langagiers (et à leurs éventuels rapports logiques) mais à ces énoncés en tant qu'actes de langage qui ont des effets sur la dynamique discursive¹⁰⁶ et peuvent, en cela, être considérés

104. Ralph Johnson, *Manifest Rationality*, *op. cit.*, pp. 162-168. Si toutes les objections possibles ne peuvent sans doute pas être anticipées ni discutées faute de place ou de temps, il importe au moins de prendre en considération les critiques les plus fortes, les alternatives les plus solides, les implications les plus importantes,... (*ibid.*, pp. 206-208). Cf. aussi les commentaires de James Freeman, "Two Progress without Regress on the Dialectical Tier", in H. Hansen and R.C. Pinto (eds.), *Reason Reclaimed*, *op. cit.*, pp. 20-27.

105. Robert Pinto, "Burdens of rejoinder", in H. Hansen and R.C. Pinto (eds.), *Reason Reclaimed*, *op. cit.*, p. 84.

106. Cette attention à la pragmatique du langage était déjà marquée, au niveau de l'analyse des raisonnements, par la préoccupation pour l'implicite, lequel ne réside pas seulement dans les présuppositions (du contenu) de ce qui est dit, mais aussi dans les implicatures liées à la manière même de dire les choses dans telle ou telle circonstance (cf. présupposés de la communication de Grice).



comme plus ou moins légitimes (dans la mesure, notamment, où ils seraient plus ou moins « constructifs »). Pour *La nouvelle dialectique*¹⁰⁷, l'objectif final de débats argumentés, qu'ils soient juridiques, politiques ou philosophiques, est en fait d'atteindre des *accords* entre les différentes parties, de manière à pouvoir continuer à travailler ensemble ou du moins au sein d'une même communauté. Or, s'il existe une multitude de moyens de *mettre un terme* à une dispute (comme par exemple anéantir son opposant), tous ne sont pas des moyens de la *résoudre*, une résolution supposant de parvenir à un véritable accord, à une position acceptable pour les deux parties.

L'analyse de Van Eemeren et Grootendorst envisage dès lors les argumentations dans une perspective à la fois *dialectique* et *pragmatique*, fondamentalement différente de celle qu'adopte de la logique déductive. Perspective *dialectique*, car il s'agit d'envisager un dialogue par lequel deux parties en désaccord essaient de résoudre leur dispute (la logique déductive prétend, quant à elle, rechercher une vérité impersonnelle). Perspective *pragmatique*, car les interventions des parties ne sont pas seulement envisagées du point de vue de leur contenu informationnel (qui est le seul qui intéresse la logique déductive), mais également comme des *actes* du langage qui, en tant que tels, ont des effets sur le déroulement de la discussion¹⁰⁸.

Le point de départ de l'analyse est le suivant : lorsque deux parties s'engagent dans un dialogue en vue d'une résolution de conflit, ils s'engagent en principe à agir dans le sens de cette résolution et à ne pas réduire à néant leur effort commun par des actes (y compris l'énonciation d'arguments) qui iraient à l'encontre de cette résolution. Et si certains procédés sophistiques doivent être considérés comme illégitimes, c'est précisément par qu'ils sont pragma-dialectiquement illégitimes, c'est-à-dire qu'ils sont des obstacles à l'obtention d'un accord. Dans la perspective pragma-dialectique, il faut donc considérer comme sophisme non seulement la violation des règles logiques mais encore toute violation des règles d'une saine dispute ; la contrainte strictement *logique* qui pèse sur les argumentations n'est que l'une des nombreuses conditions qu'exige l'orientation de la discussion vers un accord.

Ces règles d'une saine dispute, Van Eemeren et Grootendorst en énoncent dix, qui concernent les quatre grandes étapes d'un dialogue argumenté, à savoir : la confrontation des points de vue, l'ouverture du débat où chacun prend sa place de proposant et/ou d'opposant, l'argumentation proprement dite et la clôture conclusive¹⁰⁹ :

Étape de confrontation

Règle 1 : Les partenaires ne doivent pas faire obstacle à l'expression ou à la mise en doute des points de vue (règle de libre expression, de libre examen).

Étape d'ouverture

Règle 2 : La partie qui a avancé un point de vue est obligée de le justifier si l'autre partie le lui demande (règle de capacité de preuve).

Règle 3 : L'attaque doit porter sur la thèse telle qu'elle a été avancée par l'autre partie (règle de faire face).

107. Frans Van Eemeren et Rob Grootendorst, *La nouvelle dialectique*, op. cit., 1996. Ce texte fait l'objet d'une présentation résumée dans "The pragma-dialectical approach to *Fallacies*", in H. Hansen and R.C. Pinto (eds.), *Fallacies*, op. cit., pp. 130-144.

108. C'est ici la théorie du langage de John L. Austin qui sert de cadre de référence.

109. Cf. Frans Van Eemeren et Rob Grootendorst, *La nouvelle dialectique*, op. cit., chapitres 9 à 18.

Étape de l'argumentation

Règle 4 : Une partie ne peut défendre sa thèse qu'en avançant une argumentation qui soit relative à cette thèse (règle de pertinence).

Règle 5 : Chaque partie doit assumer ce à quoi elle s'est engagée par son argumentation et rien d'autre que cela (règle de responsabilité).

Règle 6 : Les points de départ acceptés et eux seuls peuvent servir de prémisses indiscutables, dont on procède ex concessis (règle de construction progressive).

Règle 7 : Un point de vue ne peut être défendu de façon concluante que selon un schéma argumentatif approprié (règle logique au sens large).

Règle 8 : Un point de vue ne peut être défendu de façon concluante que par des arguments logiquement valides ou susceptibles d'être validés moyennant l'explicitation d'une ou de plusieurs prémisses (règle logique au sens strict).

Étape de clôture

Règle 9 : Les parties doivent s'en tenir aux résultats concluants de leur débat. Si un point de vue n'a pas été défendu de façon concluante, alors le proposant doit le retirer. Si un point de vue a été défendu de façon concluante, alors l'opposant ne doit plus le mettre en doute (règle d'acceptation des résultats).

À tout moment

Règle 10 : Les parties ne doivent pas utiliser des formulations insuffisamment claires ou d'une obscurité susceptible d'engendrer la confusion. Chacune d'elles doit interpréter les expressions de l'autre partie de la façon la plus soignée et la plus pertinente possible (règle de clarté).

À ces règles procédurales, qui peuvent éventuellement se moduler en fonction de types de dialogues ou « profils dialectiques » distincts¹¹⁰, l'École d'Amsterdam ajoute un niveau d'analyse rhétorique où, tout en respectant les règles, les interlocuteurs usent de « manœuvres stratégiques » (choix de topiques, adaptation des arguments à l'auditoire, choix de dispositifs de présentation des arguments...) pour faire respecter au mieux leur point de vue au sein de l'accord à construire¹¹¹.

110. Frans van Eemeren and Peter Houtlosser, "Coming to grips with argumentative discourse", in H. Hansen and R.C. Pinto (eds.), *Reason Reclaimed*, op. cit., pp. 44-45.

111. Frans van Eemeren and Peter Houtlosser, "Strategic maneuvering with the burden of proof", in F.H. van Eemeren (ed.), *Advances in pragma-dialectics*, Vale Press, 2002, pp. 13-28 ; "Strategic maneuvering : A synthetic recapitulation", in *Argumentation*, vol. 20, 2006, pp. 381-392. Cf. aussi commentaires de Chris Tindale dans *Rhetorical Argumentation*, op. cit., pp. 14-18.



Schémas argumentatifs faillibles et sophismes

Schémas de généralisation et d'analogie	171
Schémas causaux	184
Schémas pratiques	190
Fondement des prémisses	199
Exigences de clarté et d'univocité	219
Quelques violations typiques de la validité déductive	228
Critique d'un raisonnement et contre-argumentation	238



Beaucoup de traités de logique, à commencer par l'*Organon* d'Aristote, consacrent un important chapitre à la présentation d'erreurs de raisonnement typiques. On appelle « paralogismes » des raisonnements qui, selon les termes d'Aristote, « paraissent raisonnables tout en ne l'étant pas »¹¹². On les appelle également « sophismes » parce qu'ils sont particulièrement utilisés par la sophistique, qui, toujours selon Aristote, est « une sagesse apparente mais sans réalité », le Sophiste étant un homme qui « tire un profit pécuniaire de cette sagesse apparente mais non réelle ». Avec Socrate et Platon, on le sait, la philosophie s'est farouchement opposée à la sophistique, cet *art d'avoir toujours raison* qu'enseignaient à Athènes d'habiles orateurs. Contre ces Sophistes, qui se faisaient fort de pouvoir donner une apparence de véracité à n'importe quelle opinion, et même de pouvoir démontrer aussi bien une thèse que sa contraire, les philosophes insistent sur l'*unicité* de la vérité et sur l'obligation de la rechercher de manière *désintéressée*¹¹³.

Bien qu'il rejette, comme ses maîtres en philosophie, les techniques et procédés argumentatifs des Sophistes, Aristote s'attache, tant dans sa *Rhétorique* que dans les *Réfutations sophistiques*, à étudier en détail les principes de cette discipline et à dévoiler les artifices des Sophistes pour mieux en prémunir la pensée rationnelle¹¹⁴. Pour Aristote, en effet, les sophismes ne sont pas d'authentiques démonstrations, même s'ils peuvent parfois persuader un interlocuteur qui ne décèlerait pas l'artifice et se sentirait donc contraint de concéder au Sophiste la conclusion de son argumentation¹¹⁵.

Dans les termes scolastiques, comme par exemple pour Guillaume de Sherwood (1210-1271), on dira qu'il y a, dans chaque sophisme, non pas *existentia* mais seulement *apparentia* de la conséquence logique. Bien que la conclusion ne soit pas suffisamment fondée par les prémisses, elle semble l'être en vertu de facteurs psychologiques qui font l'efficacité de l'argumentation¹¹⁶. Le propre des sophismes serait donc de s'adresser à d'autres dispositions psychiques de l'homme qu'à sa seule faculté de juger en raison ; or, comme le souligne John Locke (1632-1704), les raisonnements *ad judicium* sont évidemment plus rationnellement légitimes¹¹⁷.

L'idée qui sous-tend les traités sur les sophismes consiste évidemment à tenter d'identifier, *a contrario*, c'est-à-dire à partir de l'étude de raisonnements qui les violent, une multitude

112. Aristote, *Organon*, 164a23.

113. *Ibid.*, 165a21-22. Chris Tindale (*Rhetorical Argumentation*, *op. cit.*, pp. 30-31) insiste toutefois sur le fait que les Sophistes n'enseignaient pas délibérément un attirail de procédures d'argumentation que nous jugerions aujourd'hui sophistiques. Convaincus que la vérité doit émerger du débat rationnel, ils insistaient sur la nécessité de prendre systématiquement les arguments pour et les arguments contre toute thèse considérée (Chris Tindale, *Reason's Dark Champions*, *op. cit.*, pp. 24-28, 38, 144). À cet égard, ils ont au moins autant développé l'évaluation logico-critique que la rhétorique.

114. Pour un relevé des passages de l'œuvre aristotélicienne où sont discutés les différents sophismes, cf. H. Hansen and R.C. Pinto (eds.), *Fallacies : Classical and Contemporary Readings*, *op. cit.*, p. 9 ; Chris Tindale, *Fallacies and Argument Appraisal*, Cambridge, 2007, pp. 7-8.

115. Aristote, *Organon*, 170a12-18.

116. Guillaume de Sherwood, *Introduction to Logic* (XIII^e siècle ap. JC), Minneapolis, University of Minnesota Press, 1966.

117. John Locke, *Essai sur l'entendement humain* (1690), Livre IV, chapitre XVII, §§ 19-22 Paris, Honoré Champion, 2004. Si Locke marque sa préférence pour les arguments *ad judicium* contre d'autres types de raisonnements (*ad hominem*, *ad verecundiam*, *ad ignorantiam*), lui-même ne qualifie pas ces derniers de « sophismes ». C'est une relecture ultérieure qui y verra une contribution à la critique des sophismes (Hansen H. and Pinto R.C. (eds.), *Fallacies : Classical and Contemporary Readings*, *op. cit.*, pp. 12-13).

d'exigences de rationalité qui pèsent sur les argumentations et ne se réduisent pas à la seule problématique de la validité déductive ¹¹⁸.

De tels traités sur les sophismes présentent toutefois, traditionnellement, deux défauts majeurs. Le premier est qu'ils joignent dans une même liste des *erreurs (ou malversations) logiques d'ordres très différents* : raisonnements non déductivement valides, omission de certaines réserves dans l'application de certains schémas d'inférence, confusions dues à des ambiguïtés, usage d'arguments non pertinents, usages de prémisses fausses ou insuffisamment fondées, circularité dans la démonstration, confusions quant à la conclusion exacte qu'il convenait d'établir, confusions entre contre-arguments de sapes et contre-arguments de réfutation... ¹¹⁹ Le second défaut traditionnel des traités sur les sophismes est qu'ils doivent souvent *forcer le trait* des sophismes qu'ils dénoncent (par exemple le sophisme de l'argument d'autorité) pour en faire plus clairement apparaître les défauts logiques et les démarquer nettement de raisonnements similaires qui semblent quant à eux globalement rationnels (par exemple l'argument fondé sur l'avis d'un expert).

C'est pour pallier ces deux défauts que, dans le présent chapitre, nous nous efforcerons de présenter les sophismes, non pas comme des raisonnements d'une forme particulière qui est toujours illégitime, mais plutôt comme certains *usages abusifs* de formes de raisonnements qui sont par ailleurs globalement rationnelles – ce qui, d'ailleurs, explique pourquoi nous pouvons parfois être coupables ou victimes d'argumentations sophistiques. Ces usages abusifs, nous tâcherons de les éclairer au moyen des considérations théoriques d'ordres divers (topiques, rhétoriques, linguistiques, pragma-dialectiques...) développées dans le précédent chapitre ¹²⁰ : tel raisonnement sera abusif parce qu'il néglige certaines réserves liées à l'usage d'un schéma d'inférence, tel autre parce qu'il omet de prendre en considération l'acceptabilité de certaines thèses par son auditoire, tel autre encore parce qu'il fait fi des règles en matière de charge de la preuve, tel autre parce qu'il joue de certaines ambiguïtés linguistiques...

L'avantage de cette manière de procéder est qu'elle nous fournira une appréhension plus fine de ce qui se joue dans les raisonnements que nous étudierons ainsi que des limites de leur validité. Plutôt qu'un verdict tranché séparant nettement raisonnements corrects et

118. Beaucoup de raisonnements qui apparaissent dans ce chapitre sont issus de la littérature de référence sur les sophismes. Ils sont notamment empruntés à (ou librement inspirés de) :

- Irving M. Copi, *Introduction to logic*, 8^e édition, New York, Prentice-Hall, 1998 (raisonnements 105, 106, 119, 127, 142, 145, 147, 148, 155, 156, 221, 233, 263, 274 et certaines des « questions complexes ») ;
- Irving M. Copi and Keith Burgess-Jackson, *Informal logic*, 3rd édition, London, Prentice Hall, 1996 (raisonnements 115, 144, 170, 196, 197, 220, 226, 246, 275) ;
- Charles Hamblin, *Fallacies*, *op. cit.*, (raisonnements 204, 230) ;
- H. Hansen and R.C. Pinto (eds.), *Fallacies, Classical and contemporary readings*, *op. cit.*, (raisonnements 184, 205, 210, 211, 213, 214, 225, 234, 242, 251) ;
- David H. Fischer, *Historian's fallacies*, *op. cit.*, (raisonnements 124, 125, 154, 158, 165, 261 et certaines « questions complexes ») ;
- Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, *op. cit.*, (raisonnements 217, 232, 270) ;
- Frans Van Eemeren et Rob Grootendorst, *La nouvelle dialectique*, *op. cit.*, (raisonnements 143, 180, 229, 252, 269).

119. Sur le caractère très hétérogène des sophismes et la difficulté de procéder à une classification satisfaisante, cf. Charles Hamblin, *Fallacies*, *op. cit.*, chap. I.

120. Parmi les sophismes, Chris Tindale (*Acts of Arguing*, *op. cit.*, pp. 162-180) distingue ainsi les mauvais produits (violations de lois logiques), les mauvais processus (violation de principes rhétoriques) et les mauvaises procédures (violation de règles dialectiques).



sophismes¹²¹, nous dégagerons un certain nombre de principes permettant l'évaluation fine des nombreux raisonnements plus ou moins légitimes et convaincants qui peuplent l'argumentation quotidienne¹²².

Notons que, là encore, la question de savoir s'il est possible de préciser parfaitement puis de formaliser ces principes de manière à permettre une vérification systématique et détaillée du caractère correct ou non des inférences comme c'était le cas pour la logique déductive, partage les logiciens contemporains. Certains, tels John Woods et Douglas Walton, s'efforcent de trouver un cadre logique formel spécifique pour chacune des exigences de rationalité que nous allons envisager ci-dessous. En combinant les outils formels des logiques modales, de la logique temporelle, de la logique épistémique, de la logique de la pertinence, du calcul des probabilités, etc.¹²³, ils dessinent, pour chaque problème envisagé, les grandes lignes d'un formalisme qui devrait, en principe, permettre de trancher univoquement la question de la validité ou non de l'inférence¹²⁴. D'autres estiment au contraire que c'est là une ambition illusoire et qu'il ne sera pas possible, dans l'évaluation de la correction des raisonnements, de faire l'impasse sur une importante *marge d'appréciation*, laquelle devra faire intervenir des considérations sur le *contenu* des thèses et leur *contexte d'énonciation*, et non pas seulement sur la *forme générale* des raisonnements évalués. Sans nécessairement adopter la conception défaitiste selon laquelle on en serait, en la matière, réduit à juger au cas par cas, ces auteurs soulignent la nécessité d'intégrer des considérations plus « informelles » telles que nous les avons envisagées dans le précédent chapitre¹²⁵ : en plus de la forme de l'inférence utilisée, il faut notamment tenir compte des *réserves* dont s'assortissent les schémas d'inférence qui ne sont pas (et ne prétendent pas être) déductivement valides, de l'*interprétation* qu'il convient de donner à tel ou tel propos dans tel ou tel contexte, de l'*auditoire* auquel le raisonnement s'adresse – auditoire qui peut ou non contester certaines thèses avancées comme prémisses du raisonnement – ou encore du *cadre dialogique* dans lequel l'argumentation s'insère – cadre qui est structuré par certaines règles concernant la charge de la preuve et la manière même dont les parties d'un débat peuvent soutenir ou contester les thèses en jeu dans le débat.

On pourrait évidemment voir là un indice de ce que ces considérations extra-formelles ne sont pas proprement logiques et doivent être laissées *en dehors du champ des préoccupa-*

121. Tandis que la théorie traditionnelle des sophismes entendait stigmatiser des raisonnements irrémédiablement incorrects, on conçoit ici plus volontiers les considérations sur les schémas d'inférence faillibles et leurs mésusages comme un avertissement (« *a warning light rather than a stop light* ») destiné à aiguïser l'esprit des locuteurs comme de leurs auditoires (J. Anthony Blair and Ralph Johnson, *Logical Self-Defense*, op. cit., pp. 57, 67, 88, 175 ; Douglas Walton, *Informal Logic*, op. cit., p. 190).

122. Dans l'*Organon* d'Aristote, les *Réfutations sophistiques* constituaient d'ailleurs le dernier chapitre des *Topiques*.

123. Cf. déjà les suggestions de Charles Hamblin, *Fallacies*, op. cit., pp. 205-223. Plutôt qu'un cadre logique unifié susceptible de traiter tous les sophismes simultanément, Woods et Walton privilégient une diversité de méthodes formelles permettant de faire apparaître les enjeux spécifiques à chaque type de sophismes. Il s'agit donc bien de dégager des règles formelles (par opposition à une simple casuistique) mais elles varient en fonction de l'enjeu logique concerné (John Woods, "What is informal logic?", in J.A. Blair and R. Johnson (eds.), *Informal Logic : The First International Conference*, op. cit., pp. 58-60).

124. Cf. le plaidoyer de Woods et Walton contre l'idée d'une logique informelle (*Critique de l'argumentation, logique des sophismes ordinaires*, Paris, Kimé, 1992, pp. 216-218). Cf. aussi la réponse de Van Eemeren et Grootendorst (*La nouvelle dialectique*, op. cit., pp. 118-119) sur ce point.

125. On trouve un bon exemple de telles règles dans l'ouvrage *Historian fallacies*. Dans chacun des chapitres de ce livre, David Hackett Fischer passe en revue certains types de sophismes qui guettent l'historien et formule des recommandations méthodologiques que l'on peut considérer comme des règles pragmatiques permettant d'éviter de se laisser piéger par ces arguments fallacieux.

tions du logicien. Cette attitude, cependant, aurait pour conséquence de réduire très fortement la portée de l'investigation logique et d'en exclure nombre de considérations qui, depuis au moins Aristote, sont classiquement tenues pour relever de la logique. Il s'agit bien, notons-le, de considérations d'ordre général (de principes), et non de considérations purement casuistiques (au cas par cas). En effet, plutôt que de porter sur le contenu de telle ou telle argumentation particulière, ces considérations concernent bien la « forme » de l'argumentation, le terme « forme » étant entendu en un sens large qui n'inclut pas seulement la forme du schéma d'inférence mais aussi les conditions générales de son usage.

QUESTIONS CRITIQUES

Quoique globalement rationnels, les schémas d'inférence qui seront abordés dans le présent chapitre ne seront généralement pas déductivement valides, mais bien faillibles (*defeasible*), c'est-à-dire que, comme pour les inférences vraisemblables de Toulmin, leur validité ne sera pas absolue mais limitée par certaines « conditions suspensives » ou « réserves » qui font que la conclusion pourrait être fausse même si les prémisses sont vraies. Et c'est précisément pourquoi ces schémas d'inférence peuvent aussi faire l'objet d'*usages abusifs* ou « *sophistiques* », qui ne peuvent être détectés que par la considération d'éléments liés au contexte d'utilisation et non à la seule forme du raisonnement.

En mettant en évidence ces « réserves » liées à l'usage de tel ou tel schéma d'inférence, quelques « questions critiques »¹²⁶ qui accompagneront ici la présentation de chaque schéma attireront l'attention sur divers enjeux susceptibles de rendre l'inférence plus ou moins légitime et, sans trancher formellement et définitivement la question de la validité ou non de chaque usage particulier, fourniront des pistes d'investigation pour l'évaluation de chaque cas¹²⁷.

Insistons sur l'intérêt de ce type de présentation des problèmes logiques. Enthousiastes à l'égard des outils déployés par la logique formelle contemporaine pour mettre en évidence la validité déductive de divers schémas d'inférence, beaucoup de logiciens contemporains en sont venus à penser que la logique ne doit pas reconnaître d'autre validité que la validité déductive formelle. Pour ne pas totalement écarter les considérations sur lesquelles nous allons nous pencher dans ce chapitre, ils ont alors suggéré de les faire systématiquement apparaître à titre de prémisses implicites des raisonnements évalués. En explicitant ces prémisses, ils peuvent alors dissocier la *question logique de la validité (déductive) du raisonnement* et la *question extra-logique de la vérité des prémisses ajoutées*¹²⁸. Cette stratégie, cependant, nous semble moins opportune que celle qui consiste à présenter des schémas d'inférence faillibles accompagnés de questions critiques aidant à cerner les limites de leur validité. Cela, en effet, a le double avantage de *faciliter l'identification des schémas d'inférence tels qu'ils apparaissent effectivement dans l'argumentation quotidienne*, à savoir dépouillés de leurs prémisses implicites, et de *faciliter aussi l'identification d'éventuelles*

126. Sur l'histoire des schémas d'inférence dotés de questions critiques, et notamment le rôle de Hastings, cf. Douglas Walton, Chris Reed, Fabrizio Macagno, *Argumentation Schemes*, op. cit., pp. 3-9.

127. C'est dans ces questions critiques que se joue en fait la dimension proprement normative quant à l'usage plus ou moins logiquement légitime des schémas d'inférence faillibles (Robert Pinto, *Argument, Inference and Dialectic*, op. cit., pp. 100-111, 124).

128. Cf. les critiques de Ralph Johnson (*Manifest Rationality*, op. cit., pp. 65-72) à l'égard de cette stratégie.



prémisses cachées dont on peut ensuite, grâce aux « questions critiques », vérifier qu'elles font bien l'objet de l'adhésion de l'auditoire autant que du locuteur.

Pour ne donner ici qu'un exemple, qui sera développé plus loin, les raisonnements de type « information prise à bonne source » répondent au schéma d'inférence suivant :

A affirme que p

Donc p

Et, si A s'avère n'être pas une source fiable sur le sujet concerné, ce schéma peut faire l'objet d'un usage abusif (sophistique) connu sous le nom d'« argument d'autorité » :

Exemple 108

Le Président Bush a dit que l'Iran fait partie de l'Axe du Mal.

Donc l'Iran fait partie de l'Axe du Mal.

On pourrait évidemment reformuler le schéma d'inférence de manière à faire apparaître comme prémisses la question de la fiabilité de A :

A affirme que p

A est, sur ce point, une bonne source d'information

Donc p

Si, à cela, on ajoute encore la prémisses implicite « Toute bonne source d'information est telle que si elle affirme p , p est vrai », on obtient un raisonnement dont on peut montrer qu'il est déductivement valide en vertu de sa seule forme (et donc indépendamment même du fait qu'il s'agit de la véracité de thèses rapportées à la fiabilité de leur source d'information) :

$\Box_a p$

$f(a)$

$\forall x [(\Box_x p \wedge f(x)) \Rightarrow p]$

p

$f(x)$ signifie ici « x est fiable » ; $\Box_x p$ signifie « x dit que p »

Une fois réalisé ce travail d'analyse logique, la question de savoir si un raisonnement de type « information prise à bonne source » est légitime ou s'il est sophistique est alors entièrement renvoyée à la question extra-logique de la vérité ou non de la prémisses « A est, sur ce point, une bonne source d'information ».

Cette démarche n'est pas du tout absurde, mais il est selon nous plus intéressant de présenter le schéma d'inférence de l'« information prise à bonne source » tel qu'on le trouve fréquemment dans l'argumentation quotidienne et de l'accompagner de questions critiques qui permettent précisément d'identifier la prémisses portant sur la fiabilité de A ainsi que certaines de ses conditions de vérité :

A affirme que p

Donc p

Questions critiques spécifiques à ce type de raisonnement :

- Qu'est-ce qui met A en position de savoir que p ? dispose-t-il de bonnes raisons d'affirmer p ?
- A est-il généralement fiable ? est-il fiable sur ce point ?
- Ce qu'affirme A coïncide-t-il avec ce que d'autres sources disent de p (y compris autres témoignages, avis d'experts) ?

– p est-il, par ailleurs, globalement plausible (compatible avec notre système de connaissances) ?

Présentées sous forme interrogative, ces questions critiques permettent aussi et surtout de vérifier immédiatement auprès du locuteur et de son auditoire s'ils adhèrent bien aux présuppositions implicites de l'usage du schéma d'inférence concerné. En cela, elles constituent une sorte de « *check list* » du bon usage du schéma d'inférence¹²⁹ et fournissent aussi des pistes de contre-argumentation à qui entendrait montrer qu'il fait, dans le cas présent, l'objet d'un usage erroné. On parlera d'usage proprement « abusif » ou « sophistique » si ces questions critiques ont manifestement été évitées¹³⁰.

Plutôt que de réduire le schéma d'inférence de l'information prise à bonne source à une instance banale d'un schéma déductif valide, il nous semble utile de mettre en évidence ce schéma d'inférence sous sa forme faillible typique (donc soumise à la possibilité de certaines « réserves ») et d'amorcer la réflexion sur les conditions de la légitimité de son usage. Que cette réflexion elle-même ne soit pas totalement extra-logique, c'est par ailleurs ce que montrent non seulement l'histoire de la discipline, mais aussi les tentatives contemporaines de trouver des formalismes logiques (logiques modales, logiques relevantes, méréologies...) capables de capturer ces conditions de légitimité de manière suffisamment stricte et précise pour que leur contrôle soit ensuite une question de pure validité déductive formelle¹³¹. Il faut cependant noter que de tels formalismes capturant la rationalité des conditions d'application n'existent pas pour tous les schémas d'inférence que nous allons envisager et que, lorsqu'ils existent, ils requièrent souvent un apprentissage très technique. Pour ces raisons, nous nous limiterons ici à évoquer ces conditions d'application à travers les questions critiques accompagnant chaque schéma.

Il va de soi qu'à ces « questions critiques » portant sur les présupposés implicites, celui qui s'interroge sur la vérité de la conclusion d'un raisonnement doit encore ajouter la question de savoir si les prémisses explicites sont vraies. Dans l'exemple donné, cela implique de vérifier que A a bien affirmé que p (et qu'il l'a bien affirmé dans les termes qu'on lui prête...).

PERTINENCE ET ADÉQUATION DES ARGUMENTS

La théorie traditionnelle des sophismes retenait une liste de raisonnements fallacieux suffisamment récurrents pour mériter quelques commentaires spécifiques dans les traités de logique et, en guise de moyen mnémotechnique pour récapituler ces commentaires, une dénomination propre. À défaut d'une théorie générale de l'erreur de raisonnement, dont Augustus de Morgan a indiqué l'impossibilité, les sophismes étaient présentés comme des patterns d'erreurs typiques¹³². Dans les pages suivantes, nous nous intéresserons pour notre

129. Telle est la dimension « heuristique » des questions critiques : guider l'exploration des éventuelles « réserves » qui pourraient mettre en défaut l'application du schéma d'inférence dans le cas présent (J. Anthony Blair, *Groundwork in the Theory of Argumentation*, op. cit., p. 156).

130. Douglas Walton, *Informal Logic*, op. cit., 2008, p. 245.

131. Cf. sur ce point les suggestions de John Woods et Douglas Walton dans *Critique de l'argumentation, logique des sophismes ordinaires* (op. cit.) et déjà celles de Charles Hamblin dans *Fallacies* (op. cit.), pp. 205-223.

132. J. Anthony Blair and Ralph Johnson, *Logical Self-Defense*, op. cit., p. 56 ; Ralph Johnson, "The Blaze of her Splendors : Suggestions about revitalizing Fallacy Theory", in H. Hansen and R.C. Pinto (eds.), *Fallacies : Classical and Contemporary Readings*, op. cit., p. 113.



part à des schémas d'inférence faillibles qui sont dignes d'intérêt parce qu'ils sont fréquemment (bien et mal) *utilisés* ¹³³.

Parmi l'ensemble des problèmes logiques que mettent traditionnellement en évidence les traités sur les sophismes, il y en a deux qui sont « transversaux » en ce qu'ils portent non sur des aspects particuliers de certains raisonnements, ni même sur certains types de raisonnement, mais sur la question même de ce que c'est qu'argumenter. Ces deux problèmes, que l'*Organon* d'Aristote pointait déjà – aux côtés du fait de partir de prémisses fausses ou du fait de proposer des arguments non concluants, problèmes qui relèvent de la logique déductive –, consistent, d'une part, à ne pas démontrer ce que l'on devait démontrer et, d'autre part, à mettre en avant des arguments non pertinents pour la conclusion ¹³⁴.

Souvent traitée, sous le titre d'« *Ignoratio elenchi* », comme une catégorie particulière de sophismes, la problématique des raisonnements qui « manquent leur cible » est en fait extrêmement large, de sorte qu'elle pourrait recouvrir l'ensemble des raisonnements erronés. Pour diverses raisons – parce qu'ils violent les règles de la logique déductive, parce qu'ils considèrent à tort comme équivalentes des propositions qui ne le sont pas, parce qu'ils abusent d'ambiguïtés du langage, parce qu'ils se fondent sur des prémisses mal assurées... –, tous les raisonnements erronés « manquent leur cible » et ne démontrent pas véritablement ce qu'ils étaient censés démontrer.

Nous réserverons toutefois l'appellation « *Ignoratio elenchi* » aux raisonnements qui pré-supposent à tort l'équivalence de la thèse qu'ils démontrent et de celle qu'ils avaient à démontrer, de sorte qu'ils se permettent de passer de l'une à l'autre sans expliciter ni examiner en détail cette inférence.

Exemple 109

Ce médicament contre le vieillissement ne se vendra jamais.

Car il ne peut avoir aucun effet contre le vieillissement.

En effet, cela a été montré par de nombreuses expériences effectuées dans plusieurs laboratoires différents.

Exemple 110

Notre loi encadrant l'euthanasie est une bonne loi.

Car la détresse croissante des familles et des soignants face aux demandes des malades incurables démontrait l'urgence de la mise au point d'un cadre législatif pour les pratiques en la matière.

Exemple 111

C'est l'épouse de la victime qui a commandité l'assassinat

car elle avait tout à gagner et rien à perdre à la mort de son mari.

En effet, elle est la seule bénéficiaire de son immense héritage et des indemnités colossales de son assurance-vie.

Par ailleurs, comme en attestent des lettres écrites à sa soeur, elle n'aimait plus son mari et elle voulait refaire sa vie avec son amant.

133. J. Anthony Blair, *Groundwork in the Theory of Argumentation*, op. cit., pp. 129, 164.

134. Aristote, *Organon*, 162b3-15.

Dans chacun de ces raisonnements, ce qui est démontré (que le médicament est inefficace, qu'une loi était nécessaire, que l'épouse avait intérêt à ce que son mari meure) est différent de ce qui devait être démontré (que le médicament ne se vendra pas, que cette loi-ci est bonne, que l'épouse a effectivement tué).

En principe, la formalisation logique, qui impose d'expliciter toutes les étapes d'un raisonnement, doit permettre d'éviter ce type d'arguments mal orientés, arguments que l'on peut tout aussi bien considérer comme « non concluants » (*non sequitur*)¹³⁵.

Il existe toutefois une manière plus particulière de « manquer sa cible » qui ne relève pas du même ordre de considérations mais qui intéresse encore la logique dans la mesure où elle concerne la forme même de la stratégie argumentative. C'est celle que, depuis Watts, on désigne plus particulièrement sous l'expression de l'« homme de paille » (*straw man*) ou parfois de l'« épouvantail »¹³⁶.

Il s'agit de se construire un adversaire fictif en caricaturant les thèses à combattre de manière à leur ôter toute consistance et à les rendre ainsi plus facilement réfutables :

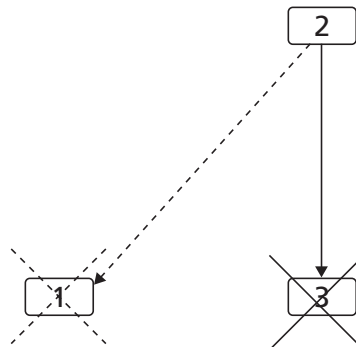
Exemple 112

Les Écolos disent que ① il y a du suremballage.

② Or, sans emballage, beaucoup de marchandises périraient, avec pour conséquence un accroissement considérable des déchets.

Donc les Écolos ont tort : il est faux que ③ tous les emballages sont inutiles.

Parce qu'il attribue aux « Écolos » une thèse qui est manifestement une caricature grossière de celle qu'ils défendent effectivement, ce raisonnement manque sa cible. C'est l'homme de paille qui a été facilement renversé, pas le véritable adversaire.



Dans des cas comme celui-là, on voit plus particulièrement que le raisonnement « manque sa cible » au sens où il est *dialectiquement inadéquat* : peut-être démontre-t-il quelque chose, mais il ne peut pas contribuer au débat avec l'interlocuteur pour la raison qu'il ne lui répond tout simplement pas.

En ce qui concerne maintenant la catégorie des raisonnements qui recourent à des arguments non pertinents, elle recouvre essentiellement, dans l'esprit d'Aristote, des problèmes relatifs à la distinction des types de savoir et de leurs modes de preuve spécifiques. Ainsi, est clairement dépourvu de pertinence un raisonnement qui prétendrait démontrer une vérité mathématique par des arguments juridiques ou une vérité astronomique par des arguments théologiques.

135. Parfois rapprochée de l'*Ignoratio elenchi*, une stratégie dialectique, dite de la « diversion » (*red herring*), détourne tout simplement la discussion de son cours principal sans même mener à une autre conclusion.

136. S'il est souvent utilisé, le terme d'« épouvantail » risque cependant d'induire une confusion entre le présent sophisme et celui de la pente savonneuse ou celui de la démagogie par la terreur.



La tradition, cependant, a très largement étendu cette catégorie pour y inclure une multitude de raisonnements faisant intervenir, non des arguments qui constitueraient de bonnes *raisons* de croire en la vérité de la conclusion, mais des considérations diverses qui peuvent certes impressionner l'auditoire, mais ne peuvent emporter sa conviction *rationnelle*.

Depuis Watts, on appelle « démagogique » ou « *grandstanding* » (« pour la galerie ») tout raisonnement qui remplace une argumentation appropriée par un appel efficace à l'enthousiasme du public ou, plus généralement, par un jeu sur ses « cordes sensibles ». Parce qu'il sollicite les passions plutôt que la raison, ce type de raisonnement est plus proprement appelé sophisme « *ad passiones (populi)* » :

Exemple 113

Notre programme politique est le meilleur pour l'économie belge.

Nous avons d'ailleurs Eddy Merckx et les frères Taloche dans notre parti.

Exemple 114

Les Écolos mènent l'économie de notre pays à sa perte.

À cause d'eux, nous avons perdu une épreuve automobile que le monde entier nous enviait.

Prouver qu'un programme politique est économiquement prometteur ou au contraire désastreux suppose de faire valoir un certain nombre d'arguments factuels et théoriques.

Mettre en avant le caractère sympathique de candidats ou jouer sur le sentiment de fierté nationale court-circuite cette argumentation pertinente.

Bien qu'il puisse être efficace, au sens où il permet effectivement de persuader l'auditoire ou de construire des accords entre interlocuteurs, ce type de raisonnement est, en fait, rhétoriquement et dialectiquement inadéquat, puisque c'est bien l'adhésion *rationnelle* d'un auditoire à certaines thèses et l'accord entre parties fondé sur leurs convictions *rationnelles* que Perelman et Hamblin (et, à la suite de ce dernier, Van Eemeren et Grootendorst) donnaient respectivement pour objectif à l'argumentation.

Pour dénoncer la non-pertinence de la démagogie et des sophismes *ad passiones populi* dans une perspective aristotélicienne, on mettra en avant la différence entre *jugements de vérité* (ou jugements de fait) et *jugements de valeur*, et on contestera qu'il soit pertinent de prétendre prouver la vérité de certaines propositions en s'appuyant sur des jugements de valeur ou des jugements affectifs. Toutefois, la distinction précise des jugements de fait et des jugements de valeur est délicate. Nous avons vu que l'usage même de termes (appréciatifs ou péjoratifs) employés lors de la qualification de faits peut induire, chez un certain public, une attitude favorable ou défavorable à l'égard d'une thèse et que les prises de position rationnelles n'excluent pas forcément les émotions (p. 143). C'est ce que montre encore la paire d'exemples suivante :

Exemple 115

Le monsieur que j'ai rencontré ne convient pas pour le poste.

Car c'est une sorte de hippie anticonformiste qui semble s'être pas mal cherché et avoir fait un peu tout et n'importe quoi.

Exemple 116

Le monsieur que j'ai rencontré pourrait être la personne que nous cherchons pour le poste.

Car c'est un jeune homme original et plein d'idéal qui a multiplié les expériences diverses et semble vouloir sans cesse approfondir sa quête intérieure.

Le même entretien d'embauche peut mener à des comptes-rendus très différents en matière de description de profil des candidats, comptes-rendus qui justifieront ensuite des prises de décision opposées.

En fait, la question de la pertinence d'arguments à l'égard d'une conclusion est très complexe. Au minimum, pour qu'un argument soit pertinent, il faut qu'il puisse prétendre être une bonne raison (quoique peut-être pas forcément suffisante) en faveur de la conclusion, c'est-à-dire qu'il existe un schéma d'inférence susceptible de « garantir » (au sens de Toulmin) le passage de cet argument vers la conclusion¹³⁷. Mais, à la problématique aristotélicienne des modes de preuve spécifiques aux différents champs de savoir, s'ajoutent des considérations rhétoriques quant aux arguments qu'il est plus ou moins adéquat d'adresser à tel ou tel auditoire dans telles ou telles circonstances (étant donné ce qu'il sait, les contre-arguments qu'il peut faire valoir...), mais aussi des considérations dialectiques quant aux objectifs poursuivis par le dialogue, quant à l'« agenda des discussions » (de quoi a-t-on convenu de discuter ? qu'a-t-on déjà dit ? que restait-il à montrer ?) ou quant à ce que requièrent les règles de charge de preuve dans tel ou tel contexte institutionnel précis (qui peut rendre certains arguments irrecevables ou superflus)¹³⁸.

Nous ne pourrions pas ici préciser bien davantage ce qu'est « atteindre sa cible » – démontrer la conclusion qu'on prétendait démontrer, réfuter la thèse qu'on prétendait réfuter – ni ce que signifie développer des arguments « pertinents » en faveur d'une conclusion. Nous nous contenterons de rappeler qu'il s'agit là de consignes élémentaires qui se recommandent pour toute argumentation, et ce pour des raisons rhétoriques et dialectiques au moins autant que logiques.

Intéressons-nous maintenant à certains schémas d'inférence très fréquemment utilisés dans l'argumentation quotidienne et à leurs enjeux spécifiques.

A Schémas de généralisation et d'analogie

INDUCTION

L'induction est le raisonnement qui consiste à *inférer une loi générale d'une multitude de cas semblables*. Son schéma d'inférence est le suivant :

137. Un argument est pertinent s'il rend la conclusion plus vraisemblable (Douglas Walton, *Relevance in Argumentation*, Mahwah (New Jersey), Lawrence Erlbaum Associates, 2003, p. 20). Cela, notons-le, dépend donc aussi des autres prémisses disponibles, de sorte que la pertinence d'un argument est une notion dynamique qui peut évoluer au fur et à mesure du développement d'une argumentation. Un argument qui paraissait initialement non pertinent peut s'avérer ultérieurement pertinent lorsqu'il est mis en relation avec d'autres données, avec lesquelles il peut conjointement supporter la conclusion (Douglas Walton, *Informal Logic*, op. cit., pp. 80-81 ; *Relevance in Argumentation*, op. cit., pp. 65-66, 75-76).

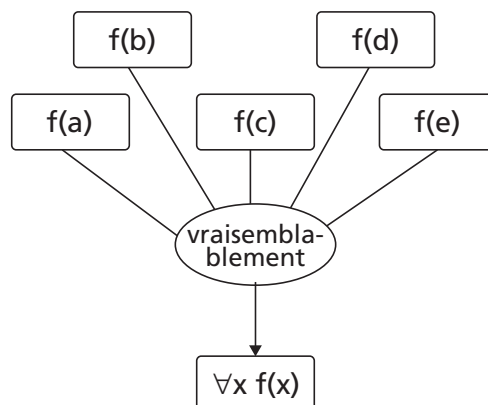
138. Pour Douglas Walton, identifier si un « coup » argumentatif est pertinent exige de s'intéresser au type de dialogue dans lequel il s'insère, à l'enjeu de ce dialogue, aux règles procédurales qui le régissent et à l'étape du dialogue à laquelle on est déjà parvenu (Douglas Walton, *Relevance in Argumentation*, op. cit., pp. 201-203 ; *Fundamentals of critical argumentation*, op. cit., pp. 184, 270-275 ; *Informal Logic*, op. cit., 2008, p. 90).



Argumentation

a possède la propriété F	$f(a)$
b possède la propriété F	$f(b)$
c possède la propriété F	$f(c)$
d possède la propriété F	$f(d)$
e possède la propriété F	$f(e)$
...	...
Donc tous les objets (de ce genre) possèdent la propriété F	$\forall x f(x)$

Il s'agit évidemment ici d'arguments convergents :



Comme on peut le vérifier avec les outils de la logique des prédicats, ce schéma n'est pas déductivement valide. Mais il est très souvent utilisé de manière parfaitement légitime. Ainsi, lorsque l'on a observé un grand nombre de merles noirs sans jamais en voir d'une autre couleur, on se sent autorisé à en tirer la conclusion que « Tous les merles sont noirs ». Les sciences empiriques font depuis toujours une large part à ce type d'inférences, qui sont globalement rationnelles ; la répétition de nombreux cas semblables est en effet une excellente raison de postuler une loi générale.

Exemple 117

Chaque fois que je mets de l'eau sur le feu, elle finit par bouillir.

Donc l'échauffement de l'eau finit toujours par entraîner son ébullition.

Que le schéma d'inférence ne soit pas valide l'expose toutefois à des usages illégitimes, lorsque les cas observés ne représentent pas correctement l'ensemble des cas du genre. Si ce schéma est utilisé alors même qu'il y avait de *bonnes raisons de penser que les cas observés n'étaient pas généralisables*, on peut alors parler de « *sophisme* ». Le travail du logicien consiste donc à préciser autant que possible les conditions dans lesquelles une inférence inductive peut être plus ou moins légitime.

Nous ne pouvons ici développer dans le détail cette question, qui a donné lieu à une littérature considérable, et notamment au développement d'outils formels liés au calcul des probabilités. Nous nous contenterons de présenter ci-dessous quelques enjeux relatifs aux limites de validité de l'induction.

Généralisation hâtive

Mis en évidence par les logiciens de Port-Royal, mais aussi longuement discuté par John Stuart Mill, le sophisme de généralisation hâtive consiste à tirer des lois générales d'une série *manifestement* limitée de cas particuliers :

Exemple 118

Les Grecs que je connais sont sympathiques.
Donc tous les Grecs sont sympathiques.

Exemple 119

Mon avocat n'a à peu près rien fait pour mon dossier et maintenant il me demande des honoraires énormes.
Les avocats sont vraiment des escrocs.

Échantillonnage biaisé

On parle plus spécifiquement de sophisme d'« échantillonnage biaisé » lorsque l'on produit une généralisation à partir de l'observation d'un échantillon de cas qui est *manifestement* non représentatif de la population globale :

Exemple 120

Sur 10 000 personnes interrogées par téléphone à leur domicile ce lundi entre 9 et 17 h, plus de la moitié s'est prononcée en faveur d'une augmentation des allocations de chômage et des pensions au risque d'une diminution des salaires.

Donc la majorité de la population est favorable à ce transfert des salaires vers les allocations.

L'échantillon de départ n'était *manifestement* pas représentatif de la population en ce qui concerne l'objet de l'investigation : en téléphonant au domicile des Belges un lundi entre 9 h et 17 h, on a plus de chances d'interroger des allocataires sociaux que des salariés.

Omission de restrictions

Une manière particulièrement nette de commettre un sophisme inductif (ou sophisme de généralisation) consiste à attribuer à un objet de manière générale et absolue une propriété qui ne lui revient que sous un certain aspect ou moyennant certaines restrictions. À ce type d'erreur de raisonnement déjà épinglée par Aristote, la tradition logique donnait l'appellation d'« *A dicto secundum quid ad dictum simpliciter* » (De ce qui est dit « selon quelque chose », c'est-à-dire sous un certain rapport, à ce qui est dit « simplement », c'est-à-dire sans plus faire mention de cette dimension relative) :

Exemple 121

Alexandre est fort au maniement de l'épée.
Donc Alexandre est fort.

D'autres exemples font plus clairement encore apparaître l'omission de restrictions quant aux circonstances de validité d'une affirmation :

Exemple 122

Mon ami m'a confié une arme lorsqu'il était encore sain d'esprit et me la redemande aujourd'hui qu'il a perdu la tête.

Or, on doit rendre ce qui nous a été confié.

Donc je dois rendre son arme à mon ami ¹³⁹.

139. Inspiré de Platon, *La République* (372 av. JC), 331e-332a.



On ne doit rendre ce qui nous a été confié que dans les circonstances normales. Mais, dans certaines circonstances particulières, cette règle ne vaut plus.

Exemple 123

Le professeur a conseillé à un étudiant malade de rentrer chez lui.

Donc il ne considère pas que l'assistance à son cours soit importante.

Le professeur n'a conseillé à l'étudiant de rentrer chez lui que parce qu'il était malade. Mais il ne l'aurait pas fait dans d'autres circonstances.

Exemple 124

La richesse se mesure au pouvoir d'achat et donc à la quantité d'argent disponible.

Donc un commerce qui fait sortir du pays plus d'argent qu'il n'y fait entrer appauvrit le pays¹⁴⁰.

En fait, la richesse ne se mesure à l'argent que dans la mesure où celui-ci permet d'acquérir des biens. Dès lors, importer des biens peut accroître la richesse d'un pays davantage que thésauriser l'argent pour lui-même.

À noter que c'est ce genre de sophisme d'omission de restrictions que frise l'argumentation suivante, formulée par certains juges minoritaires dans l'affaire Pinochet en Grande-Bretagne en 1998-1999 :

Exemple 125

Selon la législation britannique, les anciens chefs d'État bénéficient d'une immunité relative aux actes accomplis dans le cadre de leurs fonctions officielles.

Bien qu'il s'agisse de crimes odieux, les enlèvements, tortures ou assassinats d'opposants politiques bénéficient de cette immunité.

Car il appartient à chaque chef d'État de circonscrire la sphère de ses fonctions officielles.

Et Pinochet affirme que ces actes en faisaient partie.

L'immunité qui ne devait couvrir que certains actes liés à la gouvernance de l'État est ici étendue à l'ensemble des actes posés par Pinochet pendant cette période. Notons que ce passage de l'immunité restreinte à l'immunité universelle est en outre soumis à la libre appréciation de celui dont on cherche à définir les limites de l'immunité. Le problème dépasse donc ici la simple omission de restrictions, mais comporte en outre des aspects de circularité, voire de circularité vicieuse ou paradoxale.

Confusion des propriétés essentielles et accidentelles

Une autre forme de sophisme inductif identifiée par Aristote prend le nom de « *Fallacia accidentis* ». Ce sophisme consiste à prendre pour *essentielle* et inévitable une propriété d'un objet qui n'est qu'*accidentelle*, et donc à considérer que cette propriété lui revient naturellement et nécessairement alors qu'elle ne lui revient en fait qu'occasionnellement et dans certaines circonstances particulières :

Exemple 126

Consommé à forte dose, l'antimoine peut tuer ceux à qui on le prescrit.

Donc l'antimoine est mortifère et il faut se garder de le prescrire¹⁴¹.

140. Inspiré de John Stuart Mill, *Système de logique déductive et inductive* (1843), Paris, Felix Alcan, 1896, livre V, pp. 382-383 (sur Adam Smith et la théorie mercantile).

141. Inspiré de Antoine Arnauld et Pierre Nicole, *La logique ou l'art de penser* (1662), Paris, Presses Universitaires de France, 1965, p. 254.

Exemple 127

Les hommes sont puissants ou misérables.

Ce qui est différent par nature doit être traité différemment.

Donc les hommes doivent être traités différemment selon qu'ils sont puissants ou misérables.

Fausse extrapolation

Si, d'une manière générale, les sophismes inductifs commettent l'erreur d'extrapoler l'ensemble des cas encore inconnus à partir des seuls cas observés, on parle plus spécifiquement de « fausse extrapolation » lorsque l'on détermine des « données » inconnues à partir des données connues sur base du postulat (abusif) de la continuité parfaite de la série des données :

Exemple 128

En 1812, le taux d'abstention aux élections présidentielles américaines dans le New Hampshire était de 24,6 % ; en 1828, il était de 23,4 %.

Donc il devait se situer aux alentours de 20-25 % lors des élections intermédiaires.

L'histoire révèle que la conclusion est fausse : en 1824, 83,2 % des électeurs du New Hampshire s'étaient abstenus.

Exemple 129

Le bureau américain du recensement rapportait une moyenne de 3,54 personnes par famille en 1950 contre 3,66 en 1940.

Comme, chaque décennie, on a une diminution de 0,12 personnes par famille, la famille américaine moyenne devrait comporter 0,90 personne en 2170.

Ici, la conclusion est manifestement absurde puisque, jamais, une famille ne comportera moins d'un membre.

Tous ces mésusages flagrants du schéma d'inférence inductif attirent notre attention sur les limites de sa validité, lesquelles peuvent être explorées au moyen de quelques

Questions critiques¹⁴² :

- Les cas observés étaient-ils suffisamment nombreux pour pouvoir prétendre être représentatifs de l'ensemble des cas du genre ?
- Les cas observés étaient-ils typiques ?
- A-t-on de bonnes raisons de penser que les observations n'ont pas été faites dans des circonstances particulières qui rendraient problématique la généralisation ?
- A-t-on de bonnes raisons de penser que le groupe est uniforme ?

142. À ces questions critiques, Blair, Parr and Pinto (*Reasoning : a Practical guide, op. cit.*, pp. 159-161) ajoutent d'autres questions utiles pour évaluer l'information fournie dans un sondage, comme :

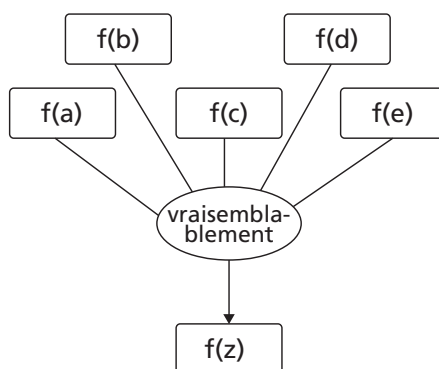
-toutes les informations de l'enquête (taille et méthode de constitution de l'échantillon, méthodes d'interrogation, marge d'erreur, ensemble des résultats obtenus...) sont-elles clairement fournies ?
-quelle est la marge d'erreur ? Les résultats annoncés restent-ils significatifs au-delà de la marge d'erreur ?
-quel est le commanditaire du sondage ? A-t-il pu orienter l'enquête pour servir ses intérêts ?



ANALOGIE

Proche de l'induction, dont il court-circuite l'étape de généralisation, le raisonnement par analogie consiste à *attribuer à un cas particulier les propriétés d'un autre cas particulier sur base de leurs ressemblances*. Son schéma général est le suivant :

a possède la propriété F	f(a)
b possède la propriété F	f(b)
c possède la propriété F	f(c)
d possède la propriété F	f(d)
e possède la propriété F	f(e)
...	...
Donc z (qui leur ressemble) possède la propriété F	f(z)



On suppose ici que z est du même genre que a, b, c, d, e. Cette similarité pourrait bien sûr être elle-même explicitée dans une prémisse.

Bien que ce schéma ne soit pas déductivement valide, il est souvent assez raisonnable de s'attendre à ce que des objets ou situations qui sont similaires à bien des égards présentent d'autres similarités :

Exemple 130

Dans le village d'à côté, la foudre s'est abattue sur le toit le plus élevé, à savoir celui du clocher de l'église du village.

Notre village présente une configuration similaire.

Donc c'est le clocher de l'église qui court le plus de risque de voir s'abattre la foudre.

Fausse analogie

Que le schéma d'inférence ne soit pas déductivement valide implique cependant que son usage n'est pas toujours légitime ; bien que similaires sur plusieurs aspects, les cas particuliers peuvent différer sur d'autres aspects qui sont précisément en jeu dans l'inférence :

Exemple 131

Un avocat peut consulter ses codes à chaque fois qu'il le croit nécessaire.

Et de même pour un médecin avec les livres de pathologie.

Donc les étudiants devraient pouvoir consulter leurs syllabus à l'examen.

En dépit de similitudes, on pourrait faire valoir un certain nombre de différences significatives entre la situation d'examen (où on évalue ce que chacun sait et ne sait pas) et la situation de pratique professionnelle (où il vaut mieux vérifier ce dont on n'est pas certain).

Dans *Lawier's logik* (1588), Abraham Fraunce intègre les fausses analogies parmi les sophismes. Pour notre part, nous réserverons la qualification de « sophisme » à des usages manifestement illégitimes du schéma d'inférence de l'analogie, c'est-à-dire à des usages qui négligent un certain nombre de questions critiques testant les limites de validité de ce schéma.

Pour dégager ces questions, nous partirons ici de quelques usages typiques de l'analogie.

L'*argument par l'exemple* consiste à s'appuyer sur un exemple parlant pour constituer implicitement une règle d'après laquelle il conviendra de juger une autre situation concrète. Insistons sur le fait que l'exemple, dans ce cas, ne sert pas seulement à illustrer une règle préalablement claire et admise, mais qu'il sert à suggérer (sans la formuler nettement) une *nouvelle règle* ¹⁴³ :

Exemple 132

Parce que l'on n'a pas osé mettre fin au régime de Saddam Hussein en 1990, il a fallu refaire la guerre à l'Irak en 2003.

Donc, aujourd'hui, il ne faut pas seulement repousser l'armée nord-coréenne dans ses frontières, mais la mettre hors d'état de nuire.

En droit, une forme particulièrement fréquente de cet argument, surtout dans une logique jurisprudentielle, réside dans l'*argument (rétrospectif)* ¹⁴⁴ du précédent :

Exemple 133

Monsieur X, qui avait demandé un permis d'urbanisme pour la construction d'un abri de jardin attenant à sa maison, a obtenu satisfaction.

Donc, Monsieur Y, qui, dans le même lotissement, demande aujourd'hui la permission de construire un abri de jardin similaire, doit aussi obtenir satisfaction.

Une autre variante intéressante de l'analogie au sens large est l'*argument a pari* ; il consiste à inférer que ce qui vaut explicitement pour un cas vaut aussi pour un autre cas similaire même si la règle ne le désignait pas explicitement. En cas de silence de la loi sur certains cas, les juristes sont souvent amenés à raisonner *a pari* :

Exemple 5

Comme le mentionne leur contrat de travail, tous les ouvriers de l'entreprise ont droit à une prime de licenciement équivalente à six mois de salaire.

Donc, bien que cela ne figure pas explicitement sur leur contrat de travail, les employés de l'entreprise y ont droit aussi.

Les arguments d'analogie n'étant pas déductivement valides, cette conséquence n'est pas nécessaire ; et on pourrait même ici, de manière tout à fait raisonnable, argumenter à l'inverse. On aurait alors un *argument a contrario* ¹⁴⁵ :

143. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., p. 471 ; p. 481.

144. Il convient de distinguer cet usage de l'argument du précédent d'un usage prospectif qui, arguant du fait qu'on pourra un jour se revendiquer du cas actuel comme d'un précédent, enjoint de prendre aujourd'hui une décision qui vaille aussi pour des cas futurs similaires. Nous y reviendrons dans les schémas d'inférence pratiques.

145. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., p. 325.



Exemple 134

Comme le mentionne leur contrat de travail, tous les ouvriers de l'entreprise ont droit à une prime de licenciement équivalente à six mois de salaire.

Donc, puisque cela ne figure pas explicitement sur leur contrat de travail, les employés de l'entreprise n'y ont pas droit.

Exemple 135

La Constitution, en son article 84, accorde explicitement au législateur le pouvoir d'interpréter authentiquement ses lois et confère explicitement (en son article 133) le même pouvoir au législateur des entités fédérées vis-à-vis de ses décrets.

Donc, puisqu'elle ne dit rien du pouvoir du Roi vis-à-vis de ses arrêtés royaux, il ne dispose pas du pouvoir d'interprétation authentique ¹⁴⁶.

L'*argument a fortiori* s'appuie généralement sur un argument *a pari*. Il énonce que ce qui vaut manifestement pour un cas vaut pour un cas similaire, et vaut même pour lui à plus forte raison dans la mesure où il présente des traits spécifiques qui en font un cas moins discutable encore de l'application de la règle ¹⁴⁷ :

Exemple 90

Le vol est illégal.

A fortiori le vol à main armée est-il illégal.

Exemple 91

L'État américain de Géorgie autorise les adultes de plus de 21 ans à porter une arme.

Donc *a fortiori* les autorise-t-il à détenir une arme.

Exemple 136

Si un meurtre est toujours un crime odieux,

que dira-t-on d'un parricide, sinon qu'il l'est plus encore ?

Autre variante de l'analogie, l'*argument de double hiérarchie* consiste à appuyer une hiérarchie contestée sur une hiérarchie admise. La supériorité d'une chose par rapport à une autre est fondée par la mention d'un rapport équivalent reconnu entre deux autres choses qui présentent des similitudes avec les premières ¹⁴⁸ :

Exemple 137

De même qu'aux cartes le Roi l'emporte sur la Reine et celle-ci sur le Valet,

l'homme doit, dans sa maison, commander à sa femme et celle-ci à leur enfant.

146. Inspiré de Paul Delnoy, *Éléments de méthodologie juridique*, Bruxelles, De Boeck et Larcier, 2008, § 33.3.

147. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., pp. 461-462.

148. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., p. 459. C'est à cette similitude de rapports – A est à B ce que C est à D – que, conformément à la tradition aristotélicienne, la *Nouvelle rhétorique* renvoie la notion d'analogie dans son sens le plus strict.

Dans la même perspective, l'*argument de symétrie* prétend fonder l'adhésion à une thèse sur l'adhésion à une autre thèse qui présente avec elle une analogie fondée sur des liens de symétrie ¹⁴⁹ :

Exemple 138

On ne peut reprocher à quelqu'un de nous avoir fait du mal contre son gré.

Dès lors, on ne doit pas non plus être reconnaissant envers qui nous a fait du bien contre son gré.

Exemple 139

Il serait absurde d'être triste de ce que nous ne vivions pas déjà il y a cent ans.

Donc il serait aussi absurde d'être triste de ce que nous ne vivons plus dans cent ans.

Avec les auteurs de *La nouvelle rhétorique* ou l'épistémologue David Hackett Fischer ¹⁵⁰, notons encore que les expressions métaphoriques comportent généralement des analogies, lesquelles peuvent s'avérer insidieuses si on les prend trop à la lettre. Ainsi en va-t-il des expressions d'« avant-garde », de « guerre froide », de « révolution industrielle », de « mère-patrie », de « Renaissance », etc. ou encore des formules comme « le gouvernement socialiste a été *renversé* par l'opposition libérale », « l'économie scandinave est *florissante* », etc.

Exemple 140

À partir du ^{xv}e siècle, la Renaissance donne à l'Europe un nouvel essor culturel et scientifique.

Donc, au cours des siècles précédents, l'Europe était en état de mort culturelle et scientifique.

Exemple 141

Cet homme est le seul soutien de sa femme et de ses enfants.

Envoyez-le en prison et c'est toute la famille qui s'écroule ¹⁵¹.

Toutes ces variantes de l'analogie montrent que, même si l'on détecte des différences significatives entre les deux cas particuliers que le raisonnement unit, on ne peut pas nécessairement parler de *sophisme* de fausse analogie. En fait, la validité d'un raisonnement par analogie est plutôt une question de degré ; plus les similitudes entre les deux situations sont évidentes, plus un argument d'analogie sera fort. C'est pourquoi celui qui allègue l'analogie s'efforcera de montrer qu'il s'agit de *plus qu'*une simple analogie, tandis que celui à qui elle est défavorable rappellera qu'il ne s'agit *que* d'une analogie ¹⁵². À chaque argument d'analogie peut en effet correspondre un argument de disanalogie qui s'oppose à lui ¹⁵³.

149. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., pp. 298-303. Les raisonnements proposés en exemple sont respectivement inspirés d'Aristote et de Montaigne.

150. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., p. 500. David Hackett Fischer, *Historian's fallacies*, op. cit., pp. 245-246.

151. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., p. 535.

152. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., p. 527.

153. Leo Groarke and Chris Tindale, *Good Reasoning Matters !*, op. cit., p. 284.



Exemple 142

Monsieur X, qui avait demandé un permis d'urbanisme pour la construction d'un abri de jardin attenant à sa maison, a obtenu satisfaction.

Monsieur Y, qui, dans le même lotissement, demande aujourd'hui la permission de construire un abri de jardin similaire, devrait aussi obtenir satisfaction.

Mais, contrairement à Monsieur X., Monsieur Y. n'envisage pas d'installer discrètement son abri de jardin au fonds de sa propriété, mais bien dans le parterre avant et donc à rue.

Donc il n'est pas certain que Monsieur Y. obtienne également le permis d'urbanisme.

Une manière de faire apparaître ces disanalogies consiste à noter qu'outre sa ressemblance avec un ou plusieurs autres cas qui présentent la propriété concernée, le cas nouveau s'apparente également à un ou plusieurs autres cas qui ne présentent pas cette propriété.

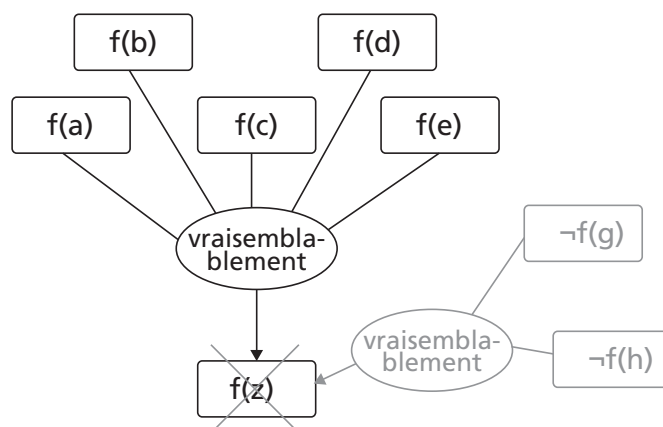
Exemple 143

Messieurs A., B. et C., ainsi que Mesdames D. et E., qui avaient demandé un permis d'urbanisme pour la construction d'un abri de jardin attenant à leur maison, ont obtenu satisfaction.

Monsieur Z., qui, dans le même lotissement, demande aujourd'hui la permission de construire un abri de jardin similaire, devrait aussi obtenir satisfaction.

Mais, toujours dans le même lotissement, Madame G. ainsi que Monsieur H. se sont vu refuser un permis d'urbanisme pour la construction d'abris de jardin similaires.

Donc il n'est pas certain que Monsieur Z obtienne également le permis d'urbanisme.



Dans tous les cas, il importe de reconnaître que ce raisonnement n'est pas déductivement valide et que sa validité rencontre donc des limites ¹⁵⁴, que peuvent mettre en évidence certaines

Questions critiques :

- Le nouveau cas est-il bien similaire aux anciens cas sur tous les aspects significatifs pour la propriété concernée ? A-t-on de bonnes raisons de penser qu'il n'y a pas, entre les cas, des différences significatives pour cette propriété ?
- A-t-on vérifié si le nouveau cas n'est pas également similaire à d'autres cas qui n'ont pas la propriété concernée ?

154. Dans la mesure où il reste à la merci d'arguments en sens inverse, l'argument d'analogie ne fait au fond que renverser la charge de la preuve (Douglas Walton, Chris Reed, Fabrizio Macagno, *Argumentation Schemes*, op. cit., pp. 82-83).

Un usage du raisonnement par analogie qui négligerait de poser ces questions pourrait être taxé de « sophisme ».

ANALOGIES ENTRE LES TOUTS ET LEURS PARTIES

La méréologie (théorie logique des tous et des parties) s'efforce de formuler des lois caractérisant les rapports de tous à leurs parties ou de collections à leurs membres. Ainsi, on concédera généralement que si un ensemble α est une partie d'un ensemble β et que cet ensemble β est une partie d'un ensemble γ , l'ensemble α est une partie de l'ensemble γ .

Certaines des lois méréologiques concernent les analogies que les tous pourraient entretenir avec leurs parties, donc l'éventualité que les propriétés d'un tout se reportent aussi sur ses parties ou que les propriétés de certains éléments se reportent sur les tous qu'ils composent ensemble. Ainsi, si toutes les briques d'un mur sont rouges, alors le mur qu'elles composent a aussi cette propriété.

Comme le montrent les contre-exemples recensés ci-dessous, les propriétés des tous ne se transmettent pas nécessairement à leurs parties, ni réciproquement. Il convient donc de préciser les conditions dans lesquelles l'application de ces principes de transposition est légitime et les conditions dans lesquelles elle ne l'est pas. C'est là un travail qu'a notamment initié le logicien polonais Stanislas Lesniewski et qu'ont plus récemment repris des auteurs comme Peter Simons. Dans les pages qui suivent, nous nous bornerons cependant à pointer du doigt quelques erreurs typiques pour attirer l'attention sur les questions critiques qu'il convient de poser.

Attribution illégitime de propriétés des parties au tout

Depuis l'époque moderne, on appelle « *Fallacia compositionis* »¹⁵⁵ un raisonnement qui consiste à attribuer à un tout des propriétés qui appartiennent à ses parties, mais qui ne lui sont pas nécessairement transmises :

Exemple 144

2 et 3 font 5.

2 est pair et 3 impair.

Donc 5 est pair et impair¹⁵⁶.

Dans cet exemple tiré d'Aristote, mais particulièrement peu convaincant, il s'agit d'attribuer au tout toutes les propriétés que possède chacune de ses parties. Le plus souvent, cependant, le raisonnement ne prétend attribuer au tout que les propriétés que ses parties possèdent toutes en commun :

Exemple 145

Tu connais toutes les lettres de ce mot.

Donc, tu connais ce mot¹⁵⁷.

155. Nous verrons que les Anciens dénommaient « *Fallacia compositionis* » un sophisme qui jouait essentiellement sur la composition des mots dans les phrases et relevait donc de la problématique de l'univocité du langage. Nous distinguons donc, pour notre part, la « *Fallacia compositionis* » méréologique et la « *Fallacia compositionis* » linguistique.

156. Tiré d'Aristote, *Organon*, 166a33.

157. Tiré d'Aristote, *Rhétorique*, 1401a29.



Exemple 146

Cette machine ne doit pas être très lourde.

En effet, elle n'est composée que de petites pièces très légères.

Exemple 147

Le sodium et le chlore sont toxiques.

Donc le chlorure de sodium (sel de cuisine) est toxique.

Une variante de la « *Fallacia compositionis* » méréologique consiste à attribuer à un *ensemble* ou une *classe* certaines des propriétés qui reviennent à ses *membres* ¹⁵⁸, mais qui ne lui sont pas nécessairement transmises :

Exemple 148

Tous les joueurs de cette équipe de football sont bons.

Donc cette équipe de football est bonne.

Exemple 149

Puisque tous les hommes sont mortels,

l'espèce humaine devrait bientôt s'éteindre.

Attribution illégitime de propriétés du tout aux parties

On dénomme « *Fallacia divisionis* » des raisonnements qui attribuent aux parties d'un tout des propriétés qui reviennent au tout, mais qui ne sont pas nécessairement transmises à ses parties :

Exemple 150

Cette feuille d'arbre est de couleur verte.

Les atomes qui la composent doivent donc être de la même couleur.

Une variante de la « *Fallacia divisionis* » consiste à attribuer aux *membres* d'un ensemble certaines des propriétés qui reviennent à l'*ensemble*, mais qui ne sont pas nécessairement transmises à ses membres :

Exemple 151

Les bisons sont en voie d'extinction.

Cet animal est un bison.

Donc cet animal risque de disparaître.

Exemple 152

La Belgique est un des pays les plus riches du monde.

Donc il n'y a pas de problème de pauvreté en Belgique.

158. Un ensemble est défini par une propriété, qui est la condition nécessaire et suffisante pour en être membre. Ainsi, l'ensemble – ou la classe – des chats regroupe tous les objets qui satisfont la propriété d'être chat. Bien qu'il soit un tout composé de briques, un mur ne se confond pas avec l'ensemble des objets qui satisfont le concept « brique » : il n'y a pas toutes les briques dans le mur et il y a autre chose que des briques dans le mur.

Exemple 153

La population indienne pâtit de son fort taux de natalité et de la surpopulation qui en résulte.

Donc chaque famille indienne pâtit de son grand nombre d'enfants ¹⁵⁹.

Qu'une propriété ne se transmette pas d'un tout à ses parties ou des parties au tout qu'elles composent ensemble, cela peut notamment tenir au fait qu'il s'agit de propriétés qui tiennent à l'organisation des parties entre elles (dans NaCl, les ions nocifs se neutralisent ; dans une équipe de football, de bons joueurs peuvent ne pas coopérer efficacement...). Cela peut aussi être dû au fait que le tout n'est pas du même ordre que ses parties et donc pas susceptible des mêmes propriétés qu'elles (être en voie d'extinction est une propriété des espèces et non des individus), auquel cas attribuer la propriété du tout aux parties ou des parties au tout constitue une « erreur de catégorie » ¹⁶⁰.

Les raisonnements d'analogies entre tous et parties doivent donc s'accompagner de

Questions critiques :

- Y a-t-il de bonnes raisons de penser que la propriété dont il est question est héréditaire au regard de l'agrégation en tous ou en ensembles ?
- La propriété en question peut-elle être attribuée au tout indépendamment de l'organisation des parties ?
- Le tout et les parties sont-ils du même ordre (et susceptibles des mêmes propriétés) ?

Sophisme du parieur

Variante très spécifique (et très répandue) des sophismes méréologiques, le sophisme du parieur, stigmatisé par Pierre Simon de Laplace, consiste à juger de la probabilité d'un événement particulier à partir de la probabilité de la série d'événements dans laquelle on l'insère ¹⁶¹ :

Exemple 154

La pièce de monnaie est tombée dix fois de suite sur face.

Donc la chance qu'elle tombe cette fois encore sur face est inférieure à 50 %.

Certes, la probabilité qu'une pièce de monnaie non truquée tombe onze fois de suite sur face est très faible ($1/2^{11}$), mais, comme le dirait le mathématicien Siméon Denis Poisson, la pièce de monnaie « n'a pas de mémoire ». Dès lors, les probabilités qui caractérisent le lancer suivant sont indépendantes des résultats précédents : même si la pièce est déjà tombée dix fois de suite sur face, on conserve, au 11e coup, une chance sur deux de tomber sur pile et une chance sur deux de tomber sur face.

Dans le cas des inférences entre probabilités d'événements singuliers et probabilités de séries d'événements, il est évidemment crucial de savoir si la probabilité individuelle d'un événement dépend ou non de celle des autres événements de la série dans laquelle il s'insère. Il convient donc de poser la

159. Inspiré de Raymond Boudon, *L'idéologie*, Paris, Fayard, 1986, pp. 11-15.

160. Douglas Walton and John Woods, *Fallacies : Selected Papers 1972-1982*, op. cit., p. 101.

161. J. Woods, A. Irvine, D. Walton (*Argument. Critical Thinking, Logic and the Fallacies*, op. cit., pp. 211-215) parlent de confusion entre les probabilités « avant » et « après » la série.



Question critique :

- Les événements de la série sont-ils indépendants les uns des autres ?

B Schémas causaux

Si, chaque fois qu'un événement se produit, un autre le suit immédiatement, nous avons assez spontanément tendance à penser que le premier est la cause de l'autre. Là aussi, il s'agit d'un principe d'inférence très largement (et très rationnellement) utilisé par les sciences empiriques. Cependant, comme l'a montré David Hume (1711-1776), ce raisonnement pose des problèmes analogues à ceux de l'induction. Il n'est pas nécessairement concluant et il y a donc des inférences abusives en matière d'identification de liens causaux. C'est pourquoi des logiciens et des épistémologues se sont attelés à distinguer les usages légitimes et les usages illégitimes de ces principes d'identification des causes. Nous nous limiterons ici à mettre en évidence quatre types d'erreurs de raisonnements sur les causes (en latin : *Non causa pro causa*), sur lesquels Aristote s'était déjà penché ¹⁶².

POST HOC ERGO PROPTER HOC

Ce type de sophismes consiste à confondre *précéder* et *causer* :

Exemple 155

Nous avons effectué notre danse rituelle et la pluie a suivi.
Donc, notre danse rituelle a causé la pluie.

Exemple 156

Depuis que Nicolas Sarkozy est au pouvoir, l'économie du pays est en crise.
Donc la crise actuelle est due à la mauvaise gestion de Sarkozy.

Exemple 157

Depuis qu'on a voté la loi de régularisation fiscale, on constate beaucoup plus de fraudes.

Donc la loi de régularisation fiscale a accru la fraude.

Dans ce dernier cas, il faut notamment faire attention au fait que la loi de régularisation fiscale permet, en diminuant les sanctions, de constater des cas de fraudes qui seraient passés inaperçus sans elle ¹⁶³.

CUM HOC ERGO PROPTER HOC

Ce type de sophismes consiste à surinterpréter ou à mésinterpréter en termes causaux une corrélation (un lien de covariance) entre deux phénomènes :

162. Notons toutefois avec Charles Hamblin (*Fallacies*, op. cit., pp. 78-80) qu'Aristote ne s'est intéressé à des exemples de sophismes causaux au sens propre que dans la *Rhétorique*. Les exemples qu'il traite dans les *Réfutations sophistiques* concernent plutôt les liens logiques de condition à conséquence.

163. Chris Tindale, *Fallacies and Argument Appraisal*, op. cit., p. 181.

Exemple 158

Dans plusieurs régions d'Europe du nord, il y a une très forte corrélation entre l'évolution du nombre de nids de cigognes et celui des naissances humaines.

Donc ce sont les cigognes qui apportent les bébés.

Exemple 159

Les hommes qui réussissent professionnellement portent souvent des vêtements coûteux.

Donc la meilleure manière d'assurer son succès professionnel est d'acheter des habits dispendieux.

Exemple 160

Les étudiants qui obtiennent des bonnes notes travaillent dur.

Donc, s'ils veulent que leurs étudiants travaillent dur, les enseignants doivent leur donner de bonnes notes.

Dans chacun de ces exemples, l'erreur consiste à donner de la corrélation une *interprétation causale inverse* de celle qui s'impose. Ce n'est pas l'accroissement de la population de cigognes qui a causé l'explosion démographique, mais l'accroissement des naissances qui a favorisé la construction d'immeubles chauffés et donc augmenté les possibilités de nidification pour les cigognes ; les gens peuvent porter des habits de luxe parce qu'ils réussissent professionnellement et non l'inverse ; les étudiants reçoivent de bonnes notes parce qu'ils travaillent dur et non l'inverse.

Dans d'autres cas, si l'on a tort d'établir un lien causal entre deux phénomènes covariants, c'est parce que la véritable explication de la corrélation réside en fait dans leur *dépendance causale commune à l'égard d'un même troisième* :

Exemple 161

Dans les années 1960 aux États-Unis, on pouvait observer une forte corrélation entre les appartenances religieuses et les disciplines de prédilection des enseignants universitaires : les Protestants occupaient l'essentiel des chaires en sciences exactes, alors qu'il y avait beaucoup plus de Catholiques et d'Israélites dans les sciences humaines.

Donc les convictions religieuses ont une influence sur les intérêts scientifiques ¹⁶⁴.

En fait, le développement des sciences humaines dans les Universités a tout simplement coïncidé après la seconde guerre mondiale avec le développement de la mobilité sociale et notamment l'accession de non-Protestants à des chaires universitaires.

Enfin, certaines corrélation sont purement *accidentelles* et ne peuvent recevoir aucune interprétation causale correcte :

Exemple 162

Il n'y a qu'en Inde que les vaches sont sacrées.

Or, le système des castes est la spécificité majeure de la société indienne.

Donc la vénération des vaches a pour origine le système des castes.

L'absence de corrélation entre deux phénomènes est généralement la preuve qu'ils sont indépendants ¹⁶⁵. Mais, en sens inverse, si elle permet de *suggérer* l'idée d'un lien causal, une corrélation

164. Inspiré de Raymond Boudon, *L'art de se persuader*, Paris, Fayard, Points essais, 1990, pp. 263-272.

165. J. Anthony Blair, Kate Parr, Robert Pinto, *Reasoning : a Practical guide*, op. cit., p. 204.



ne peut généralement pas à elle seule le *démontrer*¹⁶⁶ ; seules des connaissances d'arrière-plan permettent de trier entre corrélations accidentelles et corrélations causalement significatives.

Depuis des siècles, épistémologues et logiciens se penchent sur les critères permettant d'inférer correctement l'existence de liens causaux entre des phénomènes dont l'observation montre que l'un suit régulièrement l'autre ou que l'un évolue de la même façon que l'autre. Il n'est pas possible de faire ici état de l'ensemble des travaux réalisés dans ce domaine. Pour permettre une première investigation élémentaire, on se contentera de signaler les

Questions critiques :

- Le phénomène A est-il *toujours* suivi/accompagné du phénomène B ou A apparaît-il parfois sans B ?
- A-t-on pu écarter la possibilité qu'il existe d'autres phénomènes qui accompagnent systématiquement A et B, et qui pourraient constituer leur cause commune ?
- Dispose-t-on d'un cadre théorique (acceptable par ailleurs) permettant de rendre compte d'un lien causal entre A et B ?

Pour identifier si l'action d'une personne doit être considérée comme la cause d'un dommage subi par autrui, on procède souvent, en droit civil américain, à l'évaluation de ce qui se serait passé si cette action n'avait pas eu lieu ; c'est l'idée de la contre-épreuve (« *but test* ») : « Sans cette action, le dommage aurait-il eu lieu ? »¹⁶⁷. Pour utiliser correctement ce test, cependant, il faut comprendre que nous n'identifions pas « cause » à « condition nécessaire ». D'après John Mackie¹⁶⁸, nous tenons pour cause un élément nécessaire mais insuffisant d'une condition suffisante mais non nécessaire (Insufficient but Necessary part of a Unnecessary but Sufficient condition). Ainsi, nous dirons qu'un court-circuit a causé l'incendie parce qu'il fait partie d'un ensemble de conditions (présence de matériaux inflammables, présence d'oxygène...) qui ont conjointement provoqué l'incendie. Cet ensemble de conditions suffisait à provoquer l'incendie mais chacun de ses éléments était lui-même insuffisant quoique nécessaire. Par ailleurs, d'autres ensembles de conditions auraient eux aussi pu provoquer l'incendie (matériaux imbibés d'essence, ignition au moyen d'une allumette, présence d'oxygène...), de sorte que l'ensemble de conditions dont faisait partie le court-circuit était suffisant mais pas nécessaire pour l'incendie. Le court-circuit est donc une partie nécessaire mais pas suffisante d'un ensemble de conditions qui est lui-même suffisant mais pas nécessaire. Poser la question « Sans cette action, le dommage aurait-il eu lieu ? », c'est donc se demander si l'action a bien joué un rôle nécessaire dans un ensemble de conditions qui était lui-même suffisant (mais pas forcément nécessaire) pour le dommage. Et, dans cet ensemble de conditions, l'action n'était sans doute pas suffisante en elle-même, de sorte que les autres conditions nécessaires doivent aussi être considérées comme des causes du dommage. Élever un des facteurs causaux à titre de cause unique est en soi une erreur de raisonnement, voire un sophisme¹⁶⁹.

166. Douglas Walton and John Woods, *Fallacies : Selected Papers 1972-1982*, op. cit., pp. 129-130 ; Robert Pinto, "Post hoc ergo propter hoc", in H. Hansen and R.C. Pinto (eds.), *Fallacies : Classical and Contemporary Readings*, op. cit., pp. 307-308.

167. Richard Wright, "Causation in tort law", *California Law Review*, vol. 73, 1985, p. 1775.

168. John Mackie, *The Cement of the Universe : A Study of Causation*, Oxford, Oxford University Press, 1980.

169. J. Anthony Blair and Ralph Johnson, *Logical Self-Defense*, op. cit., p. 136.

ARGUMENT (ABDUCTIF) DE LA MEILLEURE EXPLICATION

Nous avons vu qu'une version particulière de l'inférence abductive est celle de l'*Argument de la meilleure explication* :

p cause q

(À défaut d'être la seule cause possible de q, p est la cause la plus probable de q)

q

Donc p

Et nous avons indiqué que de tels raisonnements ne sont légitimes que dans certaines limites, qu'il convient de préciser en posant certaines

Questions critiques :

- Le lien conditionnel entre p et q exprime-t-il une condition nécessaire et suffisante ou seulement une condition suffisante ?
- Si p n'est pas condition strictement nécessaire de q, est-il néanmoins vrai que p est le plus souvent vrai quand q est vrai ?
- A-t-on de bonnes raisons de penser que, dans le cas présent, il n'y a pas de meilleure explication que p à la vérité de q ?
- Le cas échéant, en quoi p serait-il une meilleure explication de q que la (ou les) autres explication(s) possible(s) ?

Une utilisation apparemment paradoxale de l'argument par la meilleure explication réside dans le *corax*, raisonnement qui doit son nom à un des fondateurs de la rhétorique ancienne. Il consiste à rejeter la meilleure explication apparente au nom du fait que sa grande vraisemblance permet de penser que tout a été précisément artificiellement construit pour la rendre vraisemblable :

Exemple 163

① La haine de mon client pour la victime était de notoriété publique ; ② sa présence très voyante sur le lieu du crime quelques heures avant qu'il soit commis, ③ son absence totale d'alibi au moment du meurtre, ④ son pardessus qui disparaît et que l'on retrouve peu après dans ses poubelles taché du sang de la victime, tout cela, qui désigne très clairement ⑤ mon client comme coupable, n'est-il pas un peu gros ?

Mon client est un homme très intelligent ; n'aurait-il pas agi plus discrètement s'il avait été l'assassin ?

Mon client n'est donc pas l'assassin, mais la victime d'une machination qui tente de faire croire qu'il l'est.

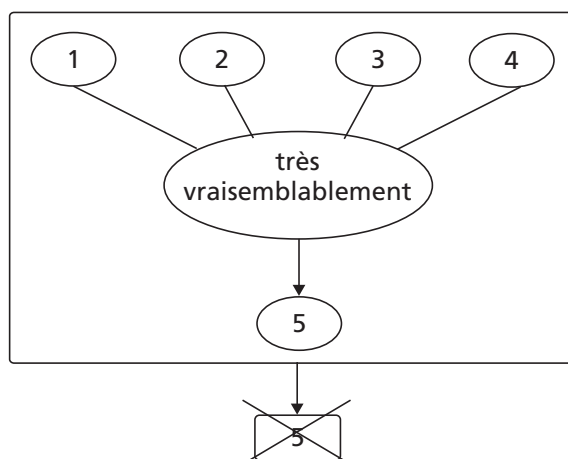
Exemple 164

L'IRA a proclamé une trêve et s'est engagée dans le processus de paix, qui est sur le point d'aboutir et d'accorder des avantages historiques aux catholiques d'Irlande du Nord.

L'attentat très meurtrier de ce matin, qui ressemble étrangement aux méthodes de l'IRA, met en péril ce processus de paix et discrédite complètement l'IRA.

Cela n'est-il pas l'indice que les milices protestantes radicales, qui ont tout intérêt à l'une et à l'autre de ces conséquences, sont les véritables responsables de cet attentat ?

Par extension, on appelle aussi « corax » tout raisonnement qui, arguant qu'une conclusion a pour elle une grande vraisemblance, plaide pour une conclusion opposée au nom du fait que d'autres êtres rationnels auront facilement pu anticiper la première conclusion :



Exemple 165

Belligérant A :

Le plus probable est que le débarquement aura lieu sur la côte atlantique : c'est la moins bien protégée.

Mais l'ennemi sait que c'est le plus probable et travaille sans doute sur une parade à ce débarquement.

Donc il faut débarquer ailleurs.

Une particularité des corax est qu'ils peuvent évidemment être répliqués à l'infini... :

Exemple 166

Belligérant B :

Le plus probable est que le débarquement aura lieu sur la côte atlantique : c'est la moins bien protégée.

L'ennemi sait que nous le savons et pense certainement que nous mettons au point une parade à cette attaque.

Il va dès lors préférer un débarquement-surprise à un endroit un peu moins évident, comme la Normandie.

Donc, c'est contre ce type d'attaque qu'il faut plancher.

etc.

PENTE SAVONNEUSE

Un autre raisonnement relatif aux raisonnements sur les causes est l'argument de la *pente glissante* ou *pente savonneuse*, qui est une sorte d'extrapolation reposant sur le postulat de la continuité d'un processus causal et de l'enchaînement nécessaire de ses étapes. Ce sophisme consiste alors à interpréter une action comme la première étape d'un processus qu'elle est supposée enclencher inévitablement, puis à évaluer les conséquences néfastes de cette action à l'aune des conséquences extrêmes du processus :

Exemple 167

Certes, il ne s'agit aujourd'hui que d'une petite affaire de racket dans le milieu scolaire.

Mais si nous ne donnons pas immédiatement un signe clair à ce jeune homme, ce seront bientôt les vols de sacs à main d'abord, à l'arrachage puis sous la menace d'une arme blanche, et de là on passera aux armes à feu pour braquer les épiciers ou les libraires, et pourquoi pas les grands magasins ou les fourgons...

Donc, ce qu'il nous faut juger aujourd'hui, ce n'est pas seulement le petit caïd à l'école, mais le grand délinquant potentiel qui se trouve en lui.

Dans la mesure où l'on n'a pas montré que le déroulement complet du processus est inévitable, il est clair que l'on n'a pas vraiment démontré ce que l'on voulait démontrer, à savoir que l'action initiale *entraînera nécessairement* des conséquences désastreuses ; on a seulement démontré que cette action *pourrait* les entraîner¹⁷⁰.

À l'inverse de la pente savonneuse, on trouve un argument que la tradition n'a pas spécifiquement envisagé, mais que nous suggérons d'appeler *marche triomphale*. Cet argument consiste à plaider en faveur d'un acte en le rendant solidaire des étapes postérieures d'un processus prétendument nécessaire qui aboutit, cette fois, à un formidable succès.

Exemple 168

Construire de nouvelles pistes d'atterrissage à l'aéroport de Bierset devrait permettre le développement des activités des compagnies aériennes et la création de 200 à 300 emplois supplémentaires.

Mais, au-delà de ces emplois, c'est une nouvelle dynamique qui se mettra en place, dynamique qui devra mener vers un nouvel essor de l'économie locale, provinciale et même régionale, essor qui pourra contribuer à une diminution drastique du chômage en Wallonie.

Donc il faut construire ces nouvelles pistes d'atterrissage.

On rapprochera de ces raisonnements de type « petites causes – grands effets » des raisonnements qui sont, cette fois, formulés après qu'un processus ait abouti à ses conséquences ultimes mais qui se fondent implicitement sur le même postulat erroné du caractère nécessaire de l'enchaînement des différentes étapes du processus pour conclure que le « premier pas » de ce processus en était la cause unique :

Exemple 169

Mordu par un singe apprivoisé, le roi Alexandre de Grèce mourut d'une infection sanguine en 1920.

Un plébiscite s'ensuivit et ramena Constantin, son père, au pouvoir.

Celui-ci mena une guerre très meurtrière contre la Turquie de Mustafa Kemal.

Winston Churchill de conclure avec un peu d'humour noir : Un quart de million d'hommes sont morts de cette morsure de singe.

Les arguments qui reposent ainsi sur l'hypothèse de la continuité d'un processus causal et de l'enchaînement nécessaire de ses étapes sont potentiellement abusifs. Leur usage doit dès lors être encadré par certaines

170. Douglas Walton, *Informal Logic*, op. cit., p. 319.



Questions critiques :

- Quelles sont toutes les étapes qui séparent le premier pas de la conséquence finale à l'aune de laquelle on l'évalue ?
- Quelle est, pour chacune, leur probabilité de réalisation si l'étape précédente est réalisée ? Quelles sont les conditions supplémentaires nécessaires à la réalisation de cette nouvelle étape ?
- Quelle est éventuellement, pour chacune, leur probabilité de réalisation même si l'étape précédente n'est pas réalisée ? Est-elle nettement inférieure à la probabilité de réalisation si l'étape précédente est réalisée ?
- A-t-on de bonnes raisons d'exclure l'existence de moyens spécifiques qui pourraient empêcher la réalisation de l'étape suivante ?

Nous verrons, avec l'*argument de précaution*, qu'envisager les conséquences à moyen ou long terme d'une action peut être parfaitement rationnel, mais à condition donc de ne pas faire abusivement l'hypothèse de l'inéluctabilité d'enchaînements causaux qui sont seulement possibles.

C Schémas pratiques

À côté des jugements *théoriques*, relatifs à la vérité de telle ou telle thèse, les prises de position *pratiques*, relatives à la légitimité de telle ou telle action dans telle ou telle situation, font elles aussi l'objet de raisonnements et d'argumentations. D'une manière générale, il est rationnel d'adapter son comportement aux fins que l'on poursuit. Et, entre deux stratégies qui permettent d'atteindre les mêmes objectifs, il est globalement rationnel de préférer celle qui implique le moins de sacrifices.

Certains logiciens se sont efforcés d'étudier les principes généraux de cette rationalité pratique. Dans les pages suivantes, nous nous contenterons cependant de présenter quelques schémas d'inférence pratiques très fréquemment utilisés en tâchant de préciser quelque peu les limites de leur validité.

ARGUMENT D'APRÈS LES RÈGLES

D'usage très fréquent, un schéma d'inférence pratique consiste à trouver argument en faveur d'une action dans le fait qu'elle est ce qui doit se faire ou qui se fait généralement dans la présente situation :

- Dans les circonstances C, l'action M est « la règle » / est « normale »
- Nous sommes dans les circonstances C
- Donc il faut accomplir l'action M

La validité de ce schéma est soumise à certaines réserves, que mettent en évidence les

Questions critiques :

- De quel type de « règle » ou de « norme » s'agit-il ? norme juridique ? norme morale ? norme statistique ? D'où vient cette « règle » et qu'est-ce qui la fonde ? Pourquoi faudrait-il la suivre ?
- A-t-on de bonnes raisons de penser qu'il n'y a pas d'exception à cette règle, ou que ces exceptions ne doivent pas être prises en compte ?

– A-t-on de bonnes raisons de penser qu’il n’y a pas d’autres règles avec lesquelles la règle en question peut entrer en conflit et éventuellement prévaloir sur elle ?

La première de ces questions critiques est évidemment cruciale. Lorsque l’on est confronté à un argument de ce type, il convient toujours de se demander pourquoi il faudrait suivre la règle qui prescrit ou recommande de faire M dans les circonstances C. Et poser cette question est d’autant plus important lorsque la règle évoquée est controversée¹⁷¹ ou que planent des incertitudes sur la nature de cette règle ou de cette norme.

Sur ce point, il importe de souligner une confusion qui affecte très fréquemment ce type d’arguments, à savoir la confusion entre normes prescriptives (règles juridiques ou morales) et normes descriptives (régularités statistiques). Profitant d’une confusion sémantique¹⁷² sur les notions de « norme » ou de « normal », on en vient à prendre ce qui est normal ou anormal au sens statistique (ce qui est fréquent ou rare) pour ce qui est normal ou anormal au sens juridique (légal ou illégal) ou moral (bon ou mauvais). On croit alors pouvoir inférer ce qu’il est souhaitable de faire à partir de ce qui se fait le plus souvent :

Exemple 170

L’hétérosexualité est normale et l’homosexualité condamnable.

Car toutes les études montrent que, dans leur grande majorité, les adultes belges sont hétérosexuels.

Exemple 171

Fumer du cannabis est devenu un comportement normal et légitime.

En effet, les enquêtes indiquent clairement que presque tous les jeunes le font.

Avec George Edward Moore, on qualifiera de *sophisme naturaliste* cet usage abusif de l’argument d’après les règles qui tient pour « souhaitable » ou même « obligatoire » ce qui n’est que « naturel » ou « normal » au sens statistique¹⁷³.

ARGUMENT D’APRÈS LES PRÉCÉDENTS

La conformité d’une action à certaines normes statistiques ne suffit pas à justifier sa légitimité si la légitimité de ces normes statistiques elles-mêmes n’est pas établie. Si, par contre, on dispose d’arguments indépendants pour justifier le comportement fréquent, il devient rationnel de justifier une action par analogie avec celui-ci.

Plus généralement, nous l’avons vu, une action peut être légitimée par analogie avec un ou plusieurs précédents (variante de l’argument de l’exemple) :

Exemple 133

Monsieur X, qui avait demandé un permis d’urbanisme pour la construction d’un abri de jardin attenant à sa maison, a obtenu satisfaction.

171. J. Anthony Blair and Ralph Johnson, *Logical Self-Defense*, op. cit., pp. 127-128.

172. À cet égard, on pourrait évidemment ranger ce problème parmi ceux qui relèvent des ambiguïtés du langage.

173. Dans la littérature anglophone, on trouve aussi les appellations « *bandwagon* » ou « *abandon the ship* » pour qualifier le raisonnement de celui qui légitime ses actions par ce que la plupart des autres font (Douglas Walton, Chris Reed, Fabrizio Macagno, *Argumentation Schemes*, op. cit., p. 123).



Donc, Monsieur Y, qui, dans le même lotissement, demande aujourd'hui la permission de construire un abri de jardin similaire, doit aussi obtenir satisfaction.

L'usage de l'argument du précédent se justifie notamment par un idéal de justice qui veut que deux cas semblables soient traités de manière semblable ¹⁷⁴.

Une fois encore, cependant, cet argument ne peut être utilisé que si le cas de référence bénéficiait lui-même d'une légitimation indépendante. Les anglophones appellent « *two wrongs (make a right)* » ¹⁷⁵ l'usage de l'argument du précédent pour revendiquer le droit de violer une norme (morale ou juridique) au nom du fait qu'il y a un précédent, c'est-à-dire qu'elle a déjà été violée par quelqu'un d'autre sans sanction.

ARGUMENT PAR LES CONSÉQUENCES

Une autre mode très général de raisonnement pratique consiste à justifier ou condamner une action par la prise en considération de ses conséquences :

L'action M mène à la conséquence C
Cette conséquence C est positive/négative
Donc il faut/ne faut pas accomplir l'action M

Ce schéma d'inférence n'est légitime que dans les limites de certaines réserves, qui transparaissent à travers certaines

Questions critiques :

- L'action M a-t-elle d'autres conséquences que C ? Le cas échéant, sont-elles positives ou négatives ?
- L'action M est-elle condition suffisante de C ? Sinon, avec quelle probabilité l'action M mènera-t-elle à C ?

La question de savoir si l'action M est condition suffisante de C est notamment cruciale dans l'évaluation de la légitimité d'un argument de type « marche triomphale » ou « pente savonneuse » (cf. *supra*). En effet, si une action ne peut pas à elle seule entraîner une conséquence, mais ne pourrait le faire que dans certaines circonstances particulières ou moyennant d'autres actions, il n'est évidemment pas rationnel d'attribuer à la première action elle-même tous les mérites ou tous les vices de cette conséquence potentielle :

Exemple 172

Il est très dangereux de fumer une cigarette.

On commence par fumer une cigarette puis on en fume tout un paquet ; ensuite on n'en a plus assez avec le tabac et on y ajoute de la marijuana puis on en veut toujours plus et on passe à la cocaïne ou même à l'héroïne et on finit en loque humaine.

Toutefois, même si une action ne suffit pas seule à entraîner une conséquence, il peut être légitime, quoique non déductivement valide, de plaider en sa faveur ou en sa défaveur dans la

174. Chris Tindale, *Fallacies and Argument Appraisal*, *op. cit.*, pp. 201-202.

175. *Ibid.*, p. 206 ; J. Anthony Blair and Ralph Johnson, *Logical Self-Defense*, *op. cit.*, pp. 122-123. On appelle parfois aussi "two wrongs" l'argument qui revendique le droit de violer une norme pour compenser un tort subi du fait que quelqu'un d'autre a violé une norme (Leo Groarke and Chris Tindale, *Good Reasoning Matters !*, *op. cit.*, p. 291). Dans ce cas, il s'agit plutôt d'une variante de l'argument du moyen en vue d'une fin noble.

mesure où cette action nous rapproche néanmoins de cette conséquence. Et c'est pourquoi, par exemple, un argument de la pente savonneuse peut parfois être justifié en vertu d'un *principe de précaution* : il n'est pas certain que l'action ou la décision déclenche un processus infernal, mais, en certaines matières, on peut être soucieux de ne pas prendre le moindre risque.

Exemple 173

Si nous tolérons le travail des enfants dans certains pays sous prétexte qu'il permet à leurs familles d'échapper à la misère, nous devons bientôt tolérer l'enrôlement militaire des mineurs ou la prostitution enfantine, dont vivent des milliers d'enfants, et finalement toute activité lucrative deviendra légitime.

Donc le travail des enfants n'est tolérable nulle part ¹⁷⁶.

Parfois, on fera valoir que l'action initiale pourrait favoriser les suivantes par le seul fait de constituer à leur égard un « précédent », c'est-à-dire que le fait même que la première action a été posée permettra ensuite de justifier les actions suivantes en se prévalant de la première (par analogie). La constitution d'un précédent peut ainsi être intégrée aux conséquences que l'on anticipe pour une action (conséquences que l'on peut vouloir éviter ou, au contraire, favoriser). Si l'on argumente en défaveur (ou éventuellement en faveur) d'une action au nom du fait qu'elle aurait pour conséquence la constitution d'un « précédent », on parle d'argument *prospectif*¹⁷⁷ du précédent :

Exemple 174

Madame, si j'autorise votre Pékinois à entrer dans mon restaurant, d'autres clients y introduiront leurs Bergers allemands, leurs Danois ou leurs Dobermans et il n'y aura plus de limite... Pourquoi pas un lama, une autruche ou un éléphant ?

Donc, ma réponse est non : votre chien n'est pas admis à l'intérieur.

Pour rappel, les arguments de type « petites causes – grands effets » restent faillibles et doivent s'assortir des

Questions critiques :

- Quelles sont toutes les étapes qui séparent le premier pas de la conséquence finale à l'aune de laquelle on l'évalue ?
- Quelle est, pour chacune, leur probabilité de réalisation si l'étape précédente est réalisée ? Quelles sont les conditions supplémentaires nécessaires à la réalisation de cette nouvelle étape ?
- Quelle est éventuellement, pour chacune, leur probabilité de réalisation même si l'étape précédente n'est pas réalisée ? Est-elle nettement inférieure à la probabilité de réalisation si l'étape précédente est réalisée ?
- A-t-on de bonnes raisons d'exclure l'existence de moyens spécifiques qui pourraient empêcher la réalisation de l'étape suivante ?

176. Inspiré de Frans Van Eemeren et Rob Grootendorst, *La nouvelle dialectique*, op. cit., p. 184.

177. par opposition à l'argument rétrospectif du précédent, qui fonctionne par analogie ; cf. *supra*. Sur l'argument prospectif du précédent, cf. Chris Tindale, *Fallacies and Argument Appraisal*, op. cit., p. 206 ; Leo Groarke and Chris Tindale, *Good Reasoning Matters !*, op. cit., p. 289.



ARGUMENT DU MOYEN EN VUE D'UNE FIN

Variante de l'argument par les conséquences, un raisonnement pratique peut justifier une action comme moyen d'atteindre certains objectifs :

L'agent A souhaite atteindre l'objectif O

L'action M mène à l'objectif O

Donc A doit accomplir l'action M

Exemple 175

Je veux me rendre rapidement à New York

Prendre un avion pour New York me permettrait d'atteindre cet objectif

Donc je dois prendre un avion pour New York

Ce raisonnement ne vaut évidemment que moyennant certaines réserves que peuvent faire apparaître une série de

Questions critiques :

- A-t-on de bonnes raisons de penser que l'agent A n'a pas d'autres objectifs, qui peuvent entrer en conflit avec l'objectif O et éventuellement prévaloir sur lui ?
- L'action M est-elle condition suffisante de l'objectif O ou faut-il en outre compter sur d'autres actions ou sur des circonstances favorables pour atteindre l'objectif O ? Est-il assez probable que ces actions complémentaires ou ces circonstances favorables se réaliseront ?
- L'action M est-elle condition nécessaire de l'objectif O, c'est-à-dire peut-on penser qu'il n'y a pas d'autres moyens que M pour atteindre l'objectif O ? S'il y en a, a-t-on de bonnes raisons de penser qu'ils ne seraient pas plus efficaces que M ?
- A-t-on vérifié que l'action M ne peut pas avoir d'autres conséquences, qui seraient tellement dommageables qu'il serait préférable de renoncer à accomplir M ?

ARGUMENT PAR LES VALEURS

Une variante de ce schéma, dite *argument par les valeurs*, met en avant des objectifs qui ne correspondraient pas seulement au souhait particulier de tel ou tel agent mais qui devraient être poursuivis pour leur conformité à certaines valeurs plus universelles :

L'objectif O est conforme à une valeur positive V

L'action M mène à l'objectif O

Donc il faut accomplir l'action M

Outre les questions qui valaient pour le schéma précédent, ce schéma suscite les

Questions critiques :

- A-t-on de bonnes raisons de penser qu'il n'y a pas d'autres valeurs positives qui entrent en conflit avec la valeur V et qui devraient éventuellement prévaloir sur elle ?
- A-t-on de bonnes raisons de penser que l'action M elle-même ne va pas à l'encontre de la valeur V ou d'une autre valeur positive supérieure ?

- A-t-on de bonnes raisons de penser que l'action M n'aura pas d'autres conséquences qui iraient à l'encontre de la valeur V ou d'une autre valeur positive ?

Justifier une action en ne tenant compte que de la valeur positive de l'objectif poursuivi sans envisager les effets collatéraux de cette action et leur éventuelle incompatibilité avec d'autres objectifs pourrait mener à des abus ou sophismes ¹⁷⁸ :

Exemple 176

Certes, j'ai tué mon père.

Mais il est clair qu'à force de les battre, il allait lui-même finir par avoir la peau de ma mère et de mes soeurs.

J'ai sans doute épargné ainsi plus de vies humaines que je n'en ai détruites.

Donc j'ai bien fait de tuer mon père.

Cet argument serait sophistique s'il apparaît que le tort causé par l'action est supérieur au bénéfice obtenu ou qu'un moyen meilleur de parvenir aux mêmes fins était envisageable.

ARGUMENT DU COÛT-BÉNÉFICE

Directement lié à l'argument des conséquences, un principe élémentaire de la rationalité économique consiste à réduire autant que possible le rapport coûts-bénéfices. C'est cela qu'expriment les deux schémas d'inférence suivants :

Les actions M et M' ont des conséquences égales

M représente un coût/sacrifice moindre que M'

Donc il faut faire M

Les actions M et M' représentent des coûts/sacrifices équivalents

M a des conséquences positives supérieures à M'

Donc il faut faire M

Ces schémas d'inférence ne valent évidemment que « toutes choses étant égales par ailleurs » (*ceteris paribus*). Et une fois encore des réserves sont possibles, qui apparaissent dans les

Questions critiques :

- Toutes les conséquences annexes des actions M et M' ont-elles été prises en compte ? Certaines de ces conséquences sont-elles plus souhaitables que d'autres ?
- Tous les coûts ou sacrifices annexes que représentent les actions M et M' ont-ils été pris en compte ? Certains de ces coûts ou sacrifices sont-ils plus lourds que d'autres ?
- Les actions M et M' elles-mêmes sont-elles équivalentes (du point de vue de leur conformité à différentes valeurs positives et négatives) ?

Sur ce schéma coût-bénéfice se greffent une série de raisonnements qui l'intègrent de diverses manières. Ainsi, l'*argument du décisif* consiste à attacher une importance (positive ou négative) privilégiée à l'action dont l'impact (positif ou négatif) est le plus grand ¹⁷⁹ :

178. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., p. 373.

179. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., p. 378.



Exemple 177

L'accusé X. a certes lui aussi frappé très violemment la victime, mais il semble que ce soit l'accusé Y. qui ait porté le coup fatidique.

C'est donc l'accusé Y. qui est le véritable auteur de ce meurtre.

Cet argument ne vaut que dans les limites des réserves énoncées plus haut.

On pourrait en effet peut-être faire valoir que le coup mortel n'a été fatidique que parce qu'il avait été précédé des autres coups, que ceux-ci ont été des conditions nécessaires de la mort et que le dernier coup n'était donc pas, à lui seul, une condition suffisante de la mort, de sorte que c'est la suite de coups qui fut fatidique. On pourrait aussi plaider le fait que les deux actes – porter des coups potentiellement mortels et porter des coups effectivement mortels – sont en eux-mêmes (indépendamment de leurs conséquences) moralement équivalents.

Dans la mesure où des sacrifices supplémentaires ne doivent en principe être consentis que pour obtenir des bénéfices supérieurs, l'*argument du sacrifice* consiste à plaider qu'une chose a d'autant plus de valeur qu'on a accepté plus de sacrifices pour l'avoir ou pour la conserver¹⁸⁰ :

Exemple 178

En renversant cet enfant trisomique, le conducteur ivre a pris la vie d'un enfant auquel sa mère s'était entièrement dévouée.

Il doit en être d'autant plus sévèrement sanctionné.

Exemple 179

Certes, la somme volée est modeste,

Mais elle représente, pour la victime, les économies de toute une vie.

Ce méfait mérite donc une sanction exemplaire.

On voit qu'on pourrait à l'inverse plaider le fait que l'acte – tuer sous l'influence de l'alcool, voler – a une valeur (négative) intrinsèque, qui n'est guère affectée par l'importance de ses conséquences du point de vue des victimes. C'est pourquoi, d'ailleurs, l'importance du dommage moral subi par les victimes peut éventuellement, au civil, accroître l'indemnisation exigée de l'auteur du délit sans pour autant influencer, au pénal, la sanction prévue par la loi.

Variante de l'argument du sacrifice, l'*argument du gaspillage* consiste à plaider en faveur de la poursuite d'un processus au nom du gaspillage que représenteraient les efforts consentis jusqu'à présent pour s'engager et se maintenir dans ce processus¹⁸¹ :

Exemple 180

Il nous faut rester dans la Communauté Européenne quelles que soient les contraintes que cela implique aujourd'hui pour notre souveraineté économique ou politique.

Rappelez-vous les efforts que nous avons accomplis pour y entrer.

Ils ne peuvent tout de même pas avoir été vains.

180. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., pp. 336-339.

181. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., p. 375. Notons qu'il y a évidemment un danger de circularité à évaluer l'opportunité d'une action d'après un calcul coût-bénéfice tout en évaluant les bénéfices d'après les coûts qui sont consentis pour les obtenir.

Exemple 181

Certes, ce film un vrai navet

Mais cette place de cinéma m'a coûté 5 € et j'ai déjà gâché près d'une heure de ma soirée à venir le voir.

Donc je ne vais pas tout perdre en quittant la salle maintenant.

L'idée qu'exprime cet argument est que revenir maintenant en arrière serait perdre tout le bénéfice des efforts consentis jusqu'à présent. Notons cependant que l'on pourrait à l'inverse se concentrer exclusivement sur les profits futurs et verser simplement ces efforts antérieurs parmi les « pertes sèches » :

Exemple 182

Certes, cette place de cinéma m'a coûté 5 € et j'ai déjà gâché près d'une heure de ma soirée à venir voir ce film.

Mais c'est un vrai navet

et je ne vais pas perdre une minute de plus à le regarder.

L'usage correct de l'argument du gaspillage doit en effet s'accompagner d'une

Question critique :

- Le calcul coûts-bénéfices pour l'avenir est-il bien effectué en laissant de côté les pertes/sacrifices précédent(e)s qui ne peuvent de toute façon pas être récupéré(e)s ?

PASSAGE D'UNE ARGUMENTATION THÉORIQUE À UNE ARGUMENTATION PRATIQUE

Aux enjeux propres à l'argument des conséquences, il convient d'ajouter une attention particulière à la distinction entre l'utilisation (légitime) de cet argument dans des raisonnements pratiques et son utilisation (illégitime) dans des raisonnements théoriques. Il est toujours rationnel d'envisager les conséquences d'une *action* avant de l'entreprendre, de même qu'il est rationnel de mettre en avant les conséquences d'une action au moment de la conseiller ou de la déconseiller à autrui. Il ne faut cependant pas confondre ce principe général de la rationalité pratique avec une argumentation – dite *ad consequentiam* – qui consiste à subordonner la question de la *vérité* d'une thèse à celle des conséquences pratiques de son affirmation :

Exemple 183

Si le juge d'instruction Connerotte est reconnu coupable de partialité et dessaisi de l'affaire, il y aura un soulèvement populaire.

Donc ce souper-spaghetti, auquel il a participé avec les parties civiles, n'est pas un motif légitime de suspicion de partialité.

Exemple 184

Si la capacité d'écoute est considérée comme un attribut typiquement féminin, une discrimination à l'embauche en défaveur des hommes pour tous les métiers d'écoute s'ensuivra.

Donc la capacité d'écoute n'est pas typiquement féminine.



Les raisons qui mènent à penser qu'une thèse est vraie ou fausse ne sont pas du même ordre¹⁸² que les considérations quant à ce qu'on pourrait gagner ou perdre à ce que leur vérité ou leur fausseté soit reconnue. Confondre les deux types de considération entraîne des sophismes. Plutôt que d'une erreur cognitive, il s'agit ici le plus souvent d'une erreur dialectique¹⁸³ consistant à passer subrepticement d'un contexte de discussion critique vers un contexte de délibération pratique voire de négociation (*dialogue shift*)¹⁸⁴.

Ainsi, le sophisme de menace¹⁸⁵, dit « *ad baculum* » (dirigé vers le bâton), consiste à persuader un opposant de renoncer à une thèse en soulignant les conséquences fâcheuses auxquelles lui-même s'exposerait si la vérité de cette thèse était reconnue :

Exemple 185

C'est à mon tour de jouer.

Après tout, c'est mon jeu et je le reprends quand je veux.

Exemple 186

Si votre commission parlementaire concluait à une responsabilité de notre pays dans le génocide rwandais, nos relations diplomatiques pourraient s'assombrir.

Donc les conclusions de votre commission blanchiront notre pays de ces allégations calomnieuses.

À l'opposé du précédent, on peut, comme le propose John Woods, appeler « *ad carotam* » le sophisme qui consisterait à vouloir convaincre quelqu'un de la vérité d'une thèse en soulignant les conséquences positives dont lui-même bénéficierait si la vérité de cette thèse était reconnue.

Exemple 187

Si ce test génétique établit que je suis bien le fils d'Elvis Presley et l'héritier de sa fortune, il va de soi que l'institut de génétique sera le premier à bénéficier de ma générosité.

Donc le test établira sans doute cette filiation.

Le raisonnement suivant, qui s'inspire du fameux « pari » de Blaise Pascal, serait un mixte des deux précédents :

Exemple 188

Si je ne crois pas en Dieu, selon qu'il existe ou n'existe pas, j'ai tort et beaucoup à perdre ou j'ai raison et pas grand-chose à gagner.

Si je crois en Dieu, selon qu'il existe ou n'existe pas, j'ai raison et beaucoup à gagner ou j'ai tort et pas grand-chose à perdre.

Donc, pour moi, Dieu existe.

Autre variante encore du sophisme pragmatique, le sophisme « *ad misericordiam* » consiste à vouloir convaincre un interlocuteur de la vérité ou de la fausseté d'une thèse

182. On voit qu'on touche ici à un problème plus général de « pertinence » et, en particulier, à une éventuelle confusion des jugements de vérité (ou jugement de faits) avec les jugements de valeur.

183. John Woods, « Appeal to force », in H. Hansen and R.C. Pinto (eds.), *Fallacies : Classical and Contemporary Readings*, op. cit., p. 250.

184. Douglas Walton, *The New Dialectic*, op. cit., pp. 23-24, 158, 176-177, 262 ; *Informal Logic*, op. cit., p. 128.

185. Une menace se distingue d'un avertissement en ceci que celui qui l'énonce a le pouvoir de faire advenir ou non la conséquence négative annoncée (Douglas Walton, *Informal Logic*, op. cit., pp. 121-122).

en faisant état de conséquences négatives affectant quelqu'un d'autre que lui et en implorant sa pitié :

Exemple 189

Si vous me mettez 9 pour votre cours, je devrai représenter l'examen et serai privé de vacances.

Donc mon examen valait au moins 10.

Exemple 190

Si cette société est convaincue de fraude fiscale, un redressement sévère lui sera imposé et entraînera à coup sûr sa faillite, renvoyant au chômage plusieurs centaines d'ouvriers peu qualifiés et mettant sur la paille autant de familles.

Donc cette société n'a pas fraudé le fisc.

Du point de vue de la vérité, seuls devraient être pris en compte d'éventuels arguments propres à établir que l'examen est effectivement satisfaisant ou qu'il n'y a effectivement pas eu fraude fiscale. Mais les arguments avancés ici ne sont pas de ce type.

Une fois encore, on voit bien la dimension dialectique du sophisme pragmatique : implorer la pitié de son interlocuteur est légitime dans le contexte d'une délibération pratique mais pas dans celui d'une discussion critique visant à établir la vérité d'une thèse. Dans un procès pénal, implorer la pitié du jury n'est pas légitime au moment d'établir le verdict de culpabilité, mais il le redevient lorsqu'il s'agit de définir la peine ¹⁸⁶.

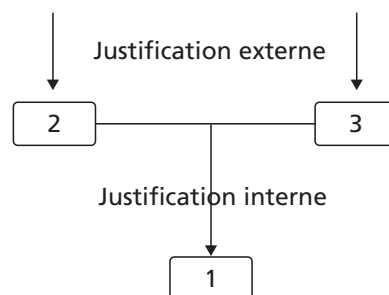
En plus de ses questions critiques propres, toute argumentation par les conséquences (mais aussi ses variantes du moyen en vue d'une fin ou du calcul coûts-bénéfices) doit donc se soumettre à l'importante

Question critique :

– S'agit-il bien de légitimer une action et non d'établir la vérité d'une thèse ?

D Fondement des prémisses

Avant même que le raisonnement tire des prémisses un certain nombre de conclusions par le moyen de tel ou tel schéma d'inférence, un élément important de la rationalité argumentative réside dans la validation de ces prémisses elles-mêmes. À la justification, interne au raisonnement, de la conclusion par les prémisses, s'ajoute en effet la question de la justification des prémisses, justification qui est quant à elle externe au raisonnement (quoiqu'éventuellement assurée par un autre raisonnement).



186. John, Woods, Andrew Irvine, Douglas Walton, *Argument. Critical Thinking, Logic and the Fallacies*, op. cit., p. 43 ; Chris Tindale, *Fallacies and Argument Appraisal*, op. cit., p. 116.



Les prémisses qui ne sont admises qu'à titre hypothétique et seulement « *for the sake of the argument* » ne doivent pas être justifiées, mais elles ne permettent que des conclusions hypothétiques. Les prémisses catégoriques (effectivement assumées) exigent une justification, même si, en pratique, l'orateur peut se dispenser de l'énoncer si son auditoire ne la lui demande pas¹⁸⁷. Dans une perspective dialectique, soulignons qu'une prémisses requiert d'autant plus de justification qu'elle est *problématique*, c'est-à-dire peu évidente et difficilement acceptable.

La justification d'une prémisses peut reposer dans le fait que cette prémisses constitue elle-même *la conclusion de raisonnements antérieurs*, auquel cas on a en fait un enchaînement d'inférences répondant éventuellement à des schémas argumentatifs différents et pouvant être étudiées de manière plus ou moins séparée.

Exemple 191

Notre système pénal est inefficace.

Car il n'empêche pas la récidive,

comme l'a encore montré le drame survenu hier dans le Gard.

L'argument en faveur de l'inefficacité du système pénal résulte lui-même d'un raisonnement par l'exemple faisant allusion à un cas récent de récidive.

Sous peine de régression à l'infini dans la chaîne des inférences, il faut aussi supposer que les prémisses de certains raisonnements ne sont pas elles-mêmes fondées sur des raisonnements préalables, mais *proviennent directement de l'observation*.

Exemple 192

J'ai vu que vous parliez à cet homme il y a quelques jours.

Donc il est faux que vous le rencontriez pour la première fois aujourd'hui.

La prémisses selon laquelle vous parliez à cet homme il y a quelques jours est elle-même justifiée par une observation directe (« J'ai vu que... »).

Mais les prémisses d'un raisonnement reposent très souvent aussi sur une certaine *source d'information jugée plus ou moins fiable*. Dans ce cas, il y a, de manière plus ou moins explicite, recours à un bref schéma argumentatif qui justifie qu'on tienne telle ou telle thèse pour vraie par le fait qu'elle provient de telle ou telle source. Et c'est ce type de schéma argumentatif qui fera ici l'objet de la critique logique.

INFORMATION PRISE À BONNE SOURCE

La forme la plus générale que revêt cette justification d'une prémisses par référence à sa source est la suivante :

A affirme que *p*

Donc *p*

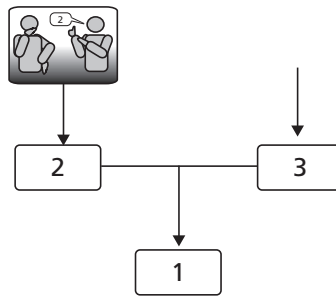
Exemple 193

① Je vais prendre mon parapluie.

Car le bulletin météorologique dit ② qu'il va pleuvoir.

③ Et je ne souhaite pas être mouillé.

187. J. Anthony Blair and Ralph Johnson, *Logical Self-Defense*, op. cit., pp. 76-78.



On reconnaît là ce qu'on appelle classiquement, de manière péjorative, l'« argument d'autorité » et que l'on dénonce traditionnellement comme sophisme pour la raison que *ce n'est pas forcément parce que telle ou telle source dit quelque chose que ce qu'elle dit est effectivement vrai*. Faire aveuglément confiance à une source, prendre « pour argent comptant » tout ce qu'elle affirme sans jamais le remettre en question ni interroger la manière dont elle-même se procure l'information, constituerait évidemment une soumission irrationnelle à l'« autorité » de cette source.

Exemple 108

Le Président Bush a dit que l'Iran fait partie de l'Axe du Mal.

Donc l'Iran fait partie de l'Axe du Mal.

Qu'il y ait un Axe du Bien et un Axe du Mal et que l'Iran fasse partie du second, ce sont des thèses qui méritent d'être interrogées. Mais c'est là ce que ce raisonnement interdit de faire en les rapportant aux déclarations du Président Bush, supposé faire autorité en la matière.

John Locke a désigné par l'expression d'« *ad verecundiam* » les argumentations qui s'adressent au respect, à la modestie, à la timidité (*verecundia*) de l'interlocuteur plutôt qu'à sa raison, à sa faculté de juger (*judicium*) ; il s'agit moins de donner à l'interlocuteur des raisons en faveur d'une thèse que de lui imposer de l'admettre par respect pour une « autorité » morale ou intellectuelle qu'il n'osera pas contester¹⁸⁸.

Parfois, le simple usage de termes pédants, de références ou de citations savantes, de symboles mathématiques, etc. peut être considéré comme sophistique lorsqu'il a pour seul but d'impressionner l'interlocuteur et de le maintenir en respect :

Exemple 194

Comme lorsque les fils d'Adam se disputèrent la tour de Babel, les conflits interethniques s'accroissent aujourd'hui de manière exponentielle.

188. Dans les mots de Locke, cet argument réside dans le fait de « citer les opinions de personnes qui, par leur esprit, par leur savoir, par l'éminence de leur rang, par leur puissance, ou par quelque autre raison, se sont fait un nom, et ont établi leur réputation sur l'estime commune avec une certaine espèce d'autorité. Lorsque les hommes sont élevés à quelque dignité, on croit qu'il ne sied pas bien à d'autres de les contredire en quoi que ce soit, et que c'est blesser la modestie de mettre en question l'autorité de ceux qui en sont déjà en possession. Lorsqu'un homme ne se rend pas promptement à des décisions d'auteurs approuvés que les autres embrassent avec soumission et avec respect, on est porté à le censurer comme un homme trop plein de vanité ; et l'on regarde comme l'effet d'une grande insolence qu'un homme ose établir un sentiment particulier et le soutenir contre le torrent de l'Antiquité, ou le mettre en opposition avec celui de quelque savant docteur, ou de quelque fameux écrivain. C'est pourquoi celui qui peut appuyer ses opinions sur une telle autorité, croit dès lors être en droit de prétendre à la victoire, et il est tout prêt à taxer d'impudence quiconque osera les attaquer » (John Locke, *Essais sur l'entendement humain* (1690), Livre IV, chap. XVII, § 19, Paris, Honoré Champion, 2004, pp. 934-935).



Or, c'est un des principes fondamentaux de la polémologie que là où la guerre s'annonce, l'avantage va au premier belligérant.

Donc il convient que nous déclenchions les hostilités sans plus d'atermoiements.

Mis en évidence par Isaac Watts¹⁸⁹, un type particulier d'argument d'autorité est l'« argument de foi » (*ad fidem*), qui exige l'acceptation de certaines prémisses au nom de la foi :

Exemple 195

La théorie évolutionniste de Darwin contredit plusieurs passages de la Bible.

Donc nous ne devons pas en tenir compte dans nos modèles environnementaux.

Autre variante de l'argument d'autorité, l'« argument d'ancienneté » (*ad antiquitatem*) consiste à exiger le respect pour une opinion, parce qu'elle est traditionnelle :

Exemple 196

De son propre aveu, ce jeune homme est paresseux.

Or, les Anciens ont toujours dit que la paresse est la mère de tous les vices.

Donc ce jeune homme s'apprête à une vie dépravée.

À l'inverse, l'« argument de nouveauté » (*ad novitatem*) exige d'accorder d'autant plus de crédit à une prémisse qu'elle est plus récemment admise :

Exemple 197

L'idée selon laquelle un bon régime commence par la réduction des sucres, des féculents et des graisses est aujourd'hui dépassée.

Dans le dernier numéro de cette revue, une nouvelle théorie affirme que ce sont plutôt les laitages et la viande qui font grossir.

Donc c'est la consommation des laitages et de la viande, non des sucres, des féculents et des graisses, qu'il faut réduire.

Autre variante encore de l'argument d'autorité, le « sophisme populiste » (*ad populum*) consiste à exiger que soit admise l'opinion du plus grand nombre :

Exemple 198

N'importe qui dans la rue vous dira que Sydney est la capitale de l'Australie.

Donc Sydney est la capitale de l'Australie.

Exemple 199

Bien sûr que Julien Lepers est très intelligent.

C'est bien connu.

Exemple 200

Selon un récent sondage, 81 % des Belges trouvent que les impôts belges sont trop élevés.

C'est bien la preuve qu'ils le sont.

189. Isaac Watts, *Logic. The right use of reason*, Londres, Clark and Hett, 1725.

Exemple 201

Il doit y avoir un Dieu

La croyance en un Dieu a caractérisé toutes les sociétés humaines à toutes les époques de l'histoire. Comment tous ces gens pourraient-ils avoir tort ?

On voit en quoi le schéma d'inférence de l'information prise à bonne source peut faire l'objet d'*usages abusifs et sophistiques*. Pour autant, on ne veut pas non plus considérer qu'il est toujours irrationnel d'appuyer ses prémisses sur ce que disent certaines sources d'information. Dans bien des cas où l'observation directe est impossible ou difficile, nous nous fondons sur ce qu'affirment certaines sources que nous jugeons fiables sur les sujets en question, et nous avons bien raison de le faire !

C'est par exemple le cas du *témoignage*, lorsque A a pu directement observer que *p* :

Exemple 202

Madame X. a vu l'accusé se disputer violemment avec la victime une heure avant le meurtre.

Donc l'accusé s'est violemment disputé avec la victime une heure avant le meurtre.

(Donc l'accusé connaissait l'accusé, avait un mobile de le tuer, était présent non loin de la scène de crime...).

C'est aussi le cas de l'*expertise*¹⁹⁰, lorsque A peut faire valoir des compétences particulières dans le champ du savoir dont relève l'information *p* :

Exemple 94

Le docteur X., médecin légiste, affirme que la mort est intervenue entre 20 h et 22 h.

Donc la mort est intervenue entre 20 h et 22 h.

(Or, vous êtes la seule personne à avoir pu approcher la victime pendant cette période.

Donc vous êtes le meurtrier.)

190. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., p. 413. Il s'agit évidemment de déterminer ce qu'est un authentique expert dans une matière et dans quels cas son avis peut raisonnablement servir de fondement à la prémisse d'un raisonnement. John Woods et Douglas Walton se sont penchés sur cette question et ont notamment dégagé les règles suivantes. Tout d'abord, on appelle « expert » quelqu'un qui a des compétences théoriques dans le domaine attestées (formellement par des diplômes et/ou informellement par la reconnaissance des pairs) et une capacité de prédiction statistiquement plus élevée que la moyenne dans ce domaine. Ensuite, l'avis d'expert ne doit être que le résumé d'une preuve directe dont ce dernier dispose ; c'est pourquoi, d'ailleurs, recourir à un expert est d'autant moins justifié que l'on a soi-même facilement accès à la preuve directe. En outre, l'avis de l'expert ne fait autorité que s'il est en accord avec l'avis d'autres experts éventuels et plus généralement s'il est compatible avec les autres informations disponibles. Par ailleurs, le témoignage d'un expert doit être repris dans son contexte, dans ses termes et dans sa totalité, en n'omettant pas de rappeler les éventuelles restrictions signalées par l'expert (John Woods et Douglas Walton, *Critique de l'argumentation, logique des sophismes ordinaires*, op. cit., pp. 41-51). Sous le nom de « standards Daubert », la Cour Suprême américaine puis le code américain en matière de preuve ont fixé des règles d'admissibilité des avis d'expert qui s'efforcent de désamorcer l'effet d'autorité pour retourner aux raisons dont dispose l'expert lui-même (John Woods, Andrew Irvine, Douglas Walton, *Argument. Critical Thinking, Logic and the Fallacies*, op. cit., pp. 241-242 ; Douglas Walton, *Informal Logic*, op. cit., p. 230). Notons que la loi reconnaît parfois, sur certains points spécifiques, un avis autorisé à des individus qui ne sont pas nécessairement des « experts » au sens qui vient d'être précisé. C'est le cas des « agents assermentés », dont certaines affirmations sont présumées vraies, à charge pour celui qui les conteste de prouver qu'elles ne le sont pas.



Exemple 203

Le garagiste m'a dit que les pannes à répétition de ma voiture étaient dues au mauvais fonctionnement de l'injection.

Or, je souhaite que ma voiture soit de nouveau opérationnelle et fiable.

Donc le remplacement du système d'injection s'impose.

On parle également d'autorité *de jure* ¹⁹¹ lorsque A est *statutairement habilité* à se prononcer sur *p* :

Exemple 204

L'arbitre dit que le tacle est fautif.

Donc le tacle est fautif.

(Donc l'équipe adverse bénéficie d'un coup-franc à l'endroit de la faute.)

Dans la mesure où le juge qui s'est prononcé sur une affaire était tout à la fois habilité à le faire et l'a fait en toute connaissance de cause (après avoir entendu les arguments des différentes parties), « l'autorité de la chose jugée » se situe en quelque sorte au croisement de l'autorité d'expertise et de l'autorité *de jure* :

Exemple 205

Comme l'indique son acquittement dans le procès qui y était relatif, mon client n'est pas impliqué dans l'affaire des titres volés.

(Donc il n'a pu commanditer l'assassinat d'André Cools pour éviter que ce dernier fasse des révélations quant à son implication dans cette affaire.)

Dans tous ces cas, on voit bien que, loin d'être irrationnelle, la confiance faite à la source de l'information se justifie par des bonnes raisons épistémologiques ou pragmatiques.

Si j'accepte l'*autorité du témoin ou de l'expert*, ce n'est pas par crédulité, mais parce que j'estime que leurs propos sont rationnels et fondés sur des preuves auxquelles je n'ai pas moi-même d'accès direct. En particulier, l'avis d'expert résume une argumentation scientifique qui devrait me convaincre si je disposais des compétences nécessaires à suivre son raisonnement.

De son côté, l'*autorité de jure* de l'arbitre se justifie plus pragmatiquement par le fait qu'il faut, pour le bien du jeu, confier à quelqu'un le rôle de trancher les conflits d'interprétation quant aux phases du jeu ; tous conviennent à l'avance qu'on se rangera à ce qu'en dit l'arbitre. Cette justification pragmatique peut toutefois entrer en tension avec l'exigence de justification logique, qui voudrait que soient soigneusement pesés tous les arguments en faveur de telle ou telle interprétation, en ce compris les témoignages des joueurs et aujourd'hui les ralentis de la phase de jeu captés par les caméras en bord de terrain. Ce serait donc une erreur – voire un sophisme ¹⁹² – que de confondre la vérité reposant sur cette autorité *de jure* avec la vérité pure et simple.

Quant à l'*autorité de la chose jugée*, elle repose sur des justifications tout à la fois pragmatiques et logiques : l'ordre social requiert qu'un juge tranche les conflits et que tous s'en tiennent ensuite à son jugement, mais en outre ce jugement intervient au terme d'un ensemble d'argumentations contradictoires dont il constitue en quelque sorte une conclusion

191. Douglas Walton and John Woods, *Fallacies : Selected Papers 1972-1982*, op. cit., pp. 21-22.

192. John Woods, Andrew Irvine, Douglas Walton, *Argument. Critical Thinking, Logic and the Fallacies*, op. cit., p. 251.

théorique qui peut alors être utilisée comme prémisse dans des raisonnements consécutifs¹⁹³.

Plutôt que de qualifier systématiquement de « sophisme » tout usage du schéma argumentatif de l'information prise à bonne source, l'évaluation logique d'un argument d'autorité doit donc s'efforcer de distinguer les limites rationnelles d'usage d'un tel schéma.

A affirme que *p*

(A est, sur ce point, une bonne source d'information)

Donc *p*

Le plus souvent, la seconde prémisse reste implicite, mais c'est évidemment sur elle que doit principalement porter l'interrogation critique. Au lieu de faire aveuglément confiance à une source d'information, il convient de s'interroger sur sa fiabilité et plus particulièrement sur les raisons qui fondent son affirmation présente. Lorsque tout le monde affirme que *p*, cela suggère qu'il y a sans doute de bonnes raisons de croire que *p*. Mais ce sont précisément ces raisons elles-mêmes et non l'opinion du plus grand nombre qui plaident en faveur de *p*¹⁹⁴. La maxime selon laquelle « La majorité a toujours raison », qui est pragmatiquement légitime dans la délibération pratique, est absurde du point de vue de la discussion critique. L'utiliser dans ce second contexte, c'est opérer un passage illicite d'un type de dialogue à l'autre (*dialogue shift*) et, dans cette perspective, confondre l'autorité *de jure* et l'autorité d'expertise.

Pour tester la légitimité de l'usage du schéma d'information prise à bonne source, il convient donc de poser quelques

Questions critiques :

- Qu'est-ce qui met A en position de savoir que *p* ? A dispose-t-il de bonnes raisons d'affirmer *p* ? S'il s'agit d'un témoin, était-il dans de bonnes conditions (physiques, environnementales) d'observation ? S'il s'agit d'un expert, quelles sont ses compétences exactes en la matière ?
- A est-il généralement fiable ? est-il fiable sur ce point ?
- Ce qu'affirme A coïncide-t-il avec ce que d'autres sources disent de *p* (y compris autres témoignages, avis d'experts) ?
- *p* est-il, par ailleurs, globalement plausible (compatible avec notre système de connaissances) ?

À ces questions critiques portant sur les présupposés implicites propres au schéma d'information prise à bonne source, il faut bien sûr, comme toujours, ajouter la question de savoir si la prémisse explicite (A affirme que *p*) est vraie :

- A a-t-il vraiment dit que *p* ? l'a-t-il bien affirmé dans les termes qu'on lui prête (est-il correctement cité) ? a-t-il par ailleurs nuancé son propos ?

193. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., pp. 76-77. Par ailleurs, il importe de noter que, si elle fait « autorité » dans d'autres affaires, la chose jugée n'est pas une vérité *absolument* incontestable ; une reprise du débat est souvent possible sous certaines conditions, comme l'apparition de *raisons* nouvelles de penser le contraire...

La question de l'autorité de la jurisprudence est, quant à elle, une tout autre question ; il n'y a pas d'authentique contrainte légale à suivre la jurisprudence (Paul Delnoy, *Éléments de méthodologie juridique*, op. cit., § 39, § 62).

194. J. Anthony Blair and Ralph Johnson, *Logical Self-Defense*, op. cit., pp. 177-178 ; Chris Tindale, *Fallacies and Argument Appraisal*, op. cit., p. 108.



Un argument d'autorité sera typiquement dit « sophistique » s'il vise à prémunir une prémisses de ces questions critiques ¹⁹⁵.

SUSPICION LÉGITIME

Parfois, plutôt que de bonnes raisons de se fier à une source d'information, il arrive au contraire qu'on dispose de bonnes raisons de s'en méfier. Un bref raisonnement justifie alors la mise à l'écart d'une information par le fait que sa source n'est pas fiable :

A affirme que p

(A n'est, en général ou sur ce point particulier, pas une source fiable d'information)

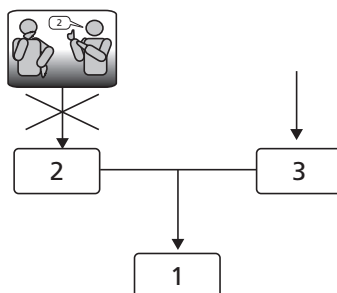
Donc on ne peut pas prendre p pour acquis

Exemple 206

① Je ne suis pas sûr que je vais prendre mon parapluie.

③ Je ne souhaite pas être mouillé.

Et le bulletin météorologique dit ② qu'il va pleuvoir,
mais (, au vu du succès de ces prédictions précédentes,) j'en doute sérieusement.



Souvent la seconde prémisses reste implicite ou est seulement suggérée par des critiques formulées à l'encontre de A en ce qui concerne sa compétence, sa moralité, son honnêteté, sa rationalité...

Exemple 207

Madame X., affabulatrice notoire, affirme avoir vu des extra-terrestres hier dans son jardin.
Donc il est douteux qu'il y ait eu des extra-terrestres hier dans son jardin.

On trouve ici la forme générale de raisonnements que l'on a traditionnellement qualifiés d'attaques personnelles (ou *ad hominem*) parce qu'ils sont moins dirigés contre la thèse adverse (pour démontrer qu'elle est fausse) que contre celui qui la soutient (pour le disqualifier dans la défense de cette thèse) ¹⁹⁶.

195. Chris Tindale, *Fallacies and Argument Appraisal*, op. cit., p. 132.

196. Certains auteurs distinguent les arguments *ad personam* des arguments *ad hominem* (cf. notamment Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., pp. 148-153). Les premiers – *ad personam* – consistent à disqualifier l'interlocuteur et recouvrent nos attaques personnelles injurieuses et circonstanciées. Les seconds – *ad hominem* – consistent plutôt à intégrer dans un raisonnement des arguments qui ne peuvent convaincre que l'interlocuteur ou le public particulier à qui on l'adresse. Ainsi, on s'appuiera sur des thèses que cet interlocuteur ou ce public admet comme vraies même si on sait qu'elles ne sont pas universellement admises et même si, éventuellement, on ne les admet pas soi-même. Parce qu'ils prennent appui sur des thèses, des assertions passées ou des comportements propres à un certain interlocuteur, nos arguments de rétorsion sont des arguments *ad hominem* en ce sens restreint.

Pour mieux distinguer les *usages légitimes* et les *usages sophistiques* de l'argument de suspicion, fournissons-en quelques exemples en distinguant par ailleurs plusieurs manières de disqualifier le défenseur d'une thèse.

Un premier type d'attaque personnelle, dite « *Ad hominem* injurieux (ou calomnieux) », consiste à mettre en cause la compétence ou la moralité de l'opposant.

Exemple 208

La théorie spinoziste de la substance est délirante.

Spinoza lui-même était une sorte d'original qui s'est totalement exclu de son propre entourage par ses idées excentriques.

Donc il convient de s'en tenir à la théorie traditionnelle selon laquelle il y a une multitude de substances.

Exemple 209

L'affirmation de Saddam Hussein selon laquelle l'Irak n'a pas d'armes de destruction massive est mensongère.

Car Saddam Hussein a déjà montré qu'il était capable des pires atrocités.

Donc une intervention s'impose pour détruire ces armes irakiennes.

Exemple 210

Si j'étais vous, je ne croirais pas ce type lorsqu'il prétend être soucieux du sort des immigrés clandestins.

Il a déjà fait de la prison.

Donc il ment et n'a que faire des immigrés clandestins.

Ces trois exemples sont manifestement problématiques. Que les idées de Spinoza soient originales ne prouve pas qu'elles sont fausses. Que Hussein soit un tyran sanguinaire jette certainement un certain discrédit sur ses propos, mais cela ne prouve pas que c'est systématiquement le contraire de ce qu'il dit qui est vrai. Que quelqu'un ait fait de la prison ne prouve pas qu'il ment toujours.

Notons que l'utilisation de termes péjoratifs en lieu et place de termes plus neutres peut suffire à disqualifier un opposant :

Exemple 211

Ce que dit Monsieur Kouchner de la gravité des événements au Darfour doit être pris avec de fameuses pincettes.

C'est un politicien (>< homme politique).

Donc il n'est pas vraiment urgent d'intervenir au Darfour.

Exemple 212

Toute cette affaire de viol présumé repose sur les témoignages d'un bouseux, de deux putes et de leur maquereau.

C'est un peu mince et pas très crédible.

Donc il faut classer l'affaire sans suite et relaxer mon client.

Dans tous ces exemples, une thèse est disqualifiée au travers de propos désobligeants à l'égard de son ou de ses défenseur(s). Insistons cependant sur le fait que le sophisme éventuel ne tient pas dans l'insulte elle-même, mais dans le fait qu'on entend, à travers elle, disqualifier les propos de la personne incriminée.



Un second type d'attaque personnelle, appelée « *Ad hominem* circonstanciel », consiste à jeter le discrédit sur l'opposant en soulignant les intérêts personnels que, dans les circonstances actuelles, il a dans l'affaire en question :

Exemple 213

Le témoignage de la voisine de palier de l'accusé selon lequel elle l'aurait vu se disputer violemment avec la victime peu avant l'heure du crime est faux.

Cette dame ne cherche qu'à se débarrasser d'un voisin bruyant.

Donc l'accusé n'a pas croisé la victime ce soir-là.

Exemple 214

La théorie hobbesienne de l'obligation absolue de soumission des sujets à leur souverain est sans fondement.

Hobbes ne cherchait qu'à plaire au pouvoir en place et à assurer ainsi sa propre réussite sociale.

Donc, même dans la société civile, il reste légitime d'utiliser les rapports de force pour défendre ses intérêts.

Exemple 215

Ne tiens pas compte des avis défavorables que te donne le professeur X. sur ton travail en cours.

Il a toujours été jaloux des étudiants brillants et il semble particulièrement mal vivre tes succès.

Donc tu peux publier ton travail tel quel.

Ici encore, les exemples sont problématiques. Le fait que les défenseurs des thèses contestées puissent tirer bénéfice de leur admission par d'autres jette sans doute une suspicion sur leurs motivations et amène à redoubler de prudence dans l'examen critique de leurs arguments. Mais cela ne prouve pas encore que leurs thèses sont fausses.

Connu dans la tradition sous l'appellation *tu quoque*, l'argument de « rétorsion » consiste à montrer que l'opposant n'est pas en accord avec ses propres principes. Cette contradiction qu'on dénonce chez l'opposant peut être :

a) *pragmatique* (l'opposant n'agit pas lui-même conformément aux principes qu'il défend) :

Exemple 216

La chasse n'est pas un crime.

Vous-même ne mangez-vous jamais du gibier ?

Donc on voit bien que les chasseurs n'ont rien à se reprocher.

Exemple 217

Il ne faut pas croire ce que dit le président du parti conservateur sur l'importance de préserver le rôle de la famille dans la société.

Car lui-même trompe sa femme.

Donc rien n'impose de conserver un statut juridique privilégié pour l'entité familiale.

Exemple 218

Les propos du chef de l'opposition sur la politique budgétaire du gouvernement sont des âneries.

La meilleure preuve, c'est que ses finances personnelles sont dans le rouge.

Donc le budget proposé par le gouvernement est irrécusable.

Une fois encore, les exemples sont problématiques. Qu'une personne ne conforme pas son propre comportement aux principes qu'elle énonce ne prouve pas que ces principes doivent être abandonnés.

b) *assertive* (l'opposant n'est pas constant dans ses affirmations) :

Exemple 219

Vous dites que vous avez passé la soirée chez vous, mais c'est faux.

Lors de votre premier interrogatoire, vous avez dit le contraire.

Donc vous devez nous communiquer l'autre lieu où vous avez passé la soirée.

Exemple 220

Vous affirmez que l'entrée dans le marché commun ne peut que doper l'économie de notre pays.

Vous n'avez pas toujours dit ça ; je peux vous montrer plusieurs interviews où vous affirmiez l'inverse.

Donc, faire le choix d'entrer dans le marché commun fait courir un risque sérieux à notre économie.

Qu'une personne ne soit pas constante dans ses affirmations indique qu'elle n'est pas fiable, mais cela n'est pas la preuve que ce qu'elle dit maintenant est faux. Elle peut avoir menti ou s'être trompée précédemment.

Notons que, si elle est généralement utilisée pour réfuter la thèse de l'opposant, la contradiction peut aussi être brandie en guise de simple avertissement et peser ainsi de manière préventive sur l'argumentation adverse ; pour éviter de se contredire, l'opposant est contraint d'admettre certaines thèses :

Exemple 221

Paul Janson, candidat libéral, s'adressant en 1877 au ministre belge de la justice issu du parti catholique :

« Certains curés promettent les peines de l'enfer à leurs paroissiens qui voteraient pour le parti libéral.

En tant que ministre de la justice, vous devez poursuivre tout qui fait pression par menace sur un électeur.

En tant que catholique, vous devez prendre cette menace très au sérieux.

Donc vous devez poursuivre ces curés ».

Ici, le ministre de la justice est menacé de contradiction s'il soutient à la fois être catholique et ne pas croire que les damnations de l'Enfer sont une menace sérieuse.

Si la plupart des exemples présentés ci-dessus semblent abusifs, il reste qu'il peut être parfaitement raisonnable d'user d'arguments de suspicion.

Ainsi en va-t-il notamment de certains *arguments de rétorsion*. Dénoncer une contradiction *assertive* dans les propos de son adversaire est un moyen très pertinent de montrer que certaines au moins des thèses qu'il a défendues sont intenable. Et, dans la mesure où chacun



est présumé adhérer aux présupposés théoriques de ses actes ¹⁹⁷, des contradictions *pragmatiques* peuvent également être gênantes pour celui que prétend affirmer la vérité d'une thèse :

Exemple 222

La thèse des philosophes sceptiques selon laquelle aucune certitude n'est possible est fausse.

Car les sceptiques la défendent eux-mêmes bec et ongles comme si elle était certaine.

Une *attaque personnelle circonstancielle* peut également, et de manière parfaitement rationnelle, inciter à prendre une déclaration avec circonspection et à la vérifier autant que possible par d'autres moyens. L'interdiction, en justice, de prendre en considération certains témoignages de parents proches, considérés *a priori* comme suspects de partialité, doit évidemment être rapportée à ce type d'attaques personnelles circonstanciennes raisonnables ¹⁹⁸.

L'*attaque personnelle* « injurieuse » elle-même est parfois légitime. La crédibilité d'une thèse peut, à juste titre, être affaiblie par la mention de l'incompétence de son défenseur :

Exemple 223

Monsieur X., vos projets, vos dessins et vos calculs pour la construction de ce pont m'intéressent beaucoup.

Mais vous n'êtes pas ingénieur civil.

Et, dès lors, je doute un peu de leur justesse.

Il peut même être légitime de mentionner l'appartenance d'un opposant à tel ou tel groupe d'opinions. Certes, en signalant que Monsieur X. est scientologue pour disqualifier son propos, on frôle clairement le sophisme d'attaque personnelle injurieuse, mais aussi la démagogie (sophisme *ad passiones populi*), puisque le jugement de *fait* risque de se doubler d'un jugement de *valeur* en vertu des connotations (positives ou négatives selon l'auditoire) qui affectent certains de ses termes. Néanmoins, apporter cette information peut parfois, de manière très rationnelle, fournir un éclairage critique sur le discours de Monsieur X. ¹⁹⁹. Se préoccuper de l'*ethos* et des qualités morales (*phronesis*, *arete*, *eunoia*,...) de l'orateur est particulièrement légitime dans un contexte de *délibération pratique*, où il est éminemment question de confiance envers celui qui propose une voie à suivre ²⁰⁰. Dans le contexte d'une *discussion critique*, attaquer personnellement le défenseur d'une thèse revient souvent à dénoncer un sophisme d'autorité dont lui-même se rend coupable, soit qu'il fasse valoir (explicitement ou implicitement) de faux titres, soit qu'il omette de mentionner certaines raisons de se défier de ses jugements.

Tous ces exemples permettent de mieux cerner les limites de validité des arguments de suspicion. Il y a, à cet égard, deux types d'enjeux qu'il convient de garder à l'œil.

197. David Hitchcock, "Is there an *argumentum ad hominem* fallacy ?", in H. Hansen and R.C. Pinto (eds.), *Reason Reclaimed*, op. cit., p. 190. Notons cependant qu'un alcoolique peut très légitimement affirmer que l'alcool est un fléau (John Woods, Andrew Irvine, Douglas Walton, *Argument. Critical Thinking, Logic and the Fallacies*, op. cit., p. 17).

198. Cf. notamment Art. 156 et 322 du Code d'instruction criminelle ; Art. 931, al. 2 du Code judiciaire.

199. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., pp. 432 et sq.

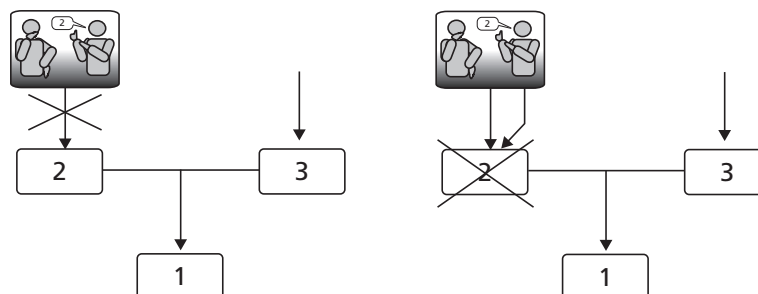
200. Alan Brinton, "The *ad hominem*", in H. Hansen and R.C. Pinto (eds.), *Fallacies : Classical and Contemporary Readings*, op. cit., pp. 200-201.

D'une part, l'investigation critique doit évidemment porter sur la *prémisse plus ou moins implicite qui questionne l'autorité de A*. Cette investigation peut être menée en posant certaines

Questions critiques :

- A est-il le seul à affirmer que p ? A-t-on de bonnes raisons de penser que d'autres sources (autres témoignages, avis d'experts, etc.) n'affirmeraient pas p ?
- A-t-on vérifié que A ne faisait pas valoir de bonnes raisons d'affirmer p ?
- Les critiques adressées à A sont-elles fondées ? sont-elles de nature à mettre en doute la fiabilité de A dans ce cas précis et sur cette affirmation précise ?
- Peut-on considérer que p n'est, par ailleurs, pas globalement plausible (compatible avec notre système de connaissance) ?

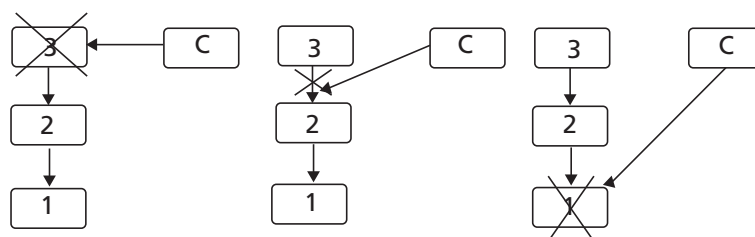
D'autre part, il importe de bien distinguer deux types de conclusions qu'on pourrait vouloir tirer du fait qu'une source d'information n'est pas fiable. Si, après investigation critique, il se confirme que la source d'information n'est pas fiable quant à l'information p , il est légitime de ne pas prendre p pour acquis et notamment de ne pas l'utiliser comme prémisse d'autres raisonnements. Mais il n'est pas pour autant légitime de conclure que p est faux et de tirer d'autres conséquences de la fausseté de p . Même si A est seul à affirmer que p et que A s'avère n'être pas fiable sur ce point, de sorte qu'on n'a aucune bonne raison de penser que p est vrai, on ne peut pas non plus penser que p est faux... à moins d'avoir, par ailleurs, de bonnes raisons de le faire. L'argument de suspicion légitime ne permet que de fonder un *doute quant à la véracité de p* , mais il est abusif de transformer ce doute en *certitude de la fausseté de p* . Seuls peuvent le faire de nouveaux arguments en faveur de la fausseté de p .



Tandis que le diagramme de gauche présente un argument de suspicion légitime, qui souligne le caractère *mal-fondé* d'une prémisse reposant sur l'autorité d'une personne non fiable, le diagramme de droite présente un sophisme *ad hominem*, qui prétend que, reposant sur l'autorité d'une personne non fiable, la prémisse est forcément *fausse*.

Pour rappel, il convient de distinguer deux types différents de contre-argumentations : les *contre-argumentations de sape* affaiblissent la thèse adverse en contestant tout ou partie des arguments avancés en sa faveur ; les *contre-argumentations de réfutation* proposent des arguments en faveur de la négation de la thèse adverse. Dans un débat où deux parties doivent prouver des thèses opposées, chacune doit en principe opposer à son adversaire non seulement des contre-arguments de sape mais aussi des contre-arguments de réfutation. Montrer qu'une source d'information sur laquelle un adversaire fonde ses raisonnements n'est pas fiable est un argument de sape, mais ce serait un sophisme que de prétendre en faire une réfutation.

Tandis que les deux diagrammes de gauche présentent des contre-arguments de sape, qui montrent que la conclusion (1) est *mal fondée* – parce que la prémisse sur laquelle elle



repose est fausse ou parce que cette prémisse n'entraîne pas cette conclusion – le diagramme de droite présente un contre-argument de réfutation, qui montre que la conclusion (1) est fausse.

PRÉSUMPTIONS

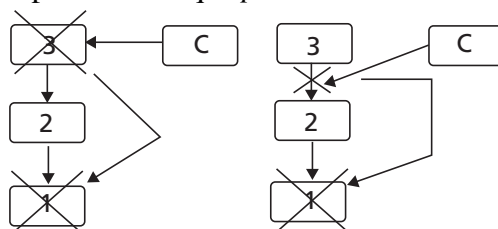
Ceci mène naturellement à une réflexion plus générale sur les rapports entre mise en doute de la vérité d'une thèse et preuve de sa fausseté. La confusion entre les deux entraîne régulièrement des raisonnements sophistiques traditionnellement connus sous le nom d'*Ad ignorantiam* :

Exemple 224

Dieu n'existe pas.

Car, inspirée par des espoirs et par des craintes, la croyance religieuse n'est fondée sur aucun fait ni aucune preuve scientifique.

D'une manière générale, il ne suffit pas de montrer qu'une thèse manque de justifications pour établir qu'elle est fausse. S'il n'y pas de bonne raison de penser que p , il n'est pour autant pas non plus certain que p est faux, à moins qu'on fasse valoir d'autres arguments pour le prouver. Et, en sens inverse, montrer qu'il n'y a pas de bonne raison de penser que p est faux ne suffit pas encore pour établir que p est vrai.



Le sophisme *ad ignorantiam* consiste à faire d'un contre-argument de sape un contre-argument de réfutation.

Exemple 225

Joe Mc Carthy au Sénat américain en 1950 à propos d'un employé du Département d'État de l'administration Truman :

« Cet homme est un communiste ;

Je n'en ai pas la preuve formelle, mais rien dans les fichiers de la CIA ne permet de le blanchir de ces soupçons ».

Au-delà d'une éventuelle confusion (*épistémologique*) entre manque d'évidence favorable et présence d'évidence défavorable, l'enjeu de l'argumentation *ad ignorantiam* est bien souvent aussi et surtout *dialectique*²⁰¹.

201. Douglas Walton and John Woods, *Fallacies : Selected Papers 1972-1982*, op. cit., pp. 161-167.

En principe, une thèse et sa négation (p et $\neg p$) sont sur un même pied en matière de charge de preuve : affirmer l'une ou l'autre exige des arguments et il ne suffit pas de montrer qu'on manque d'argument en faveur de p pour affirmer $\neg p$; il faut encore fournir des arguments en faveur de $\neg p$. Dans certains cas, cependant, une des deux thèses peut bénéficier de « présomptions » en sa faveur, c'est-à-dire que, pour certaines raisons que l'on va détailler, elle est présumée vraie sauf preuve du contraire.

Cela peut éventuellement être le cas si, en dépit de recherches poussées, on n'a pu trouver aucune évidence en faveur d'une thèse dans une base de connaissances très étendue qui aurait dû en principe contenir ce type d'évidences²⁰² :

Exemple 226

S'il y avait des yétis sur l'Himalaya, on en aurait déjà trouvé des traces tangibles.

Or, on n'a rien trouvé de très probant.

Donc il n'y a pas de yéti sur l'Himalaya.

Celui qui, malgré l'absence de preuves de l'existence de yétis, persisterait à affirmer qu'ils existent se verra légitimement prié de justifier sa thèse en expliquant notamment comment il se fait que cette thèse n'ait pas encore pu être établie malgré la fréquentation quotidienne de l'Himalaya par des sherpas et des alpinistes équipés d'outils d'observation de plus en plus élaborés.

C'est également le cas d'un certain nombre de présomptions prévues par la loi :

Exemple 227

Que je n'ai pas dépassé ce jour-là la limite de vitesse autorisée, je ne peux évidemment pas le prouver, mais je n'ai pas non plus à le faire.

Si vous ne prouvez pas que je roulais trop vite,
on considérera que je n'ai pas commis d'excès de vitesse.

Exemple 228

Monsieur X. était, à cette époque, le mari de Madame Y.

Donc il est le père des enfants qu'elle a eus pendant cette période.

Et il n'a pas à le prouver.

Si un autre homme revendique leur paternité, c'est lui qui devra établir que Monsieur X. prétend à tort être le père.

Lorsqu'une thèse p bénéficie d'une présomption en sa faveur, on voit qu'il devient légitime d'utiliser le schéma argumentatif du bénéfice de l'ignorance :

$\neg p$ n'est pas prouvé

Donc p

Pour distinguer entre les usages légitimes et illégitimes de ce schéma, il convient de poser un certain nombre de

Questions critiques :

– Outre les arguments en faveur de $\neg p$ qui ont été disqualifiés, est-on certain qu'il n'y a pas d'autres bonnes raisons de penser que $\neg p$?

202. Douglas Walton, *Informal Logic*, op. cit., p. 162 ; Leo Groarke and Chris Tindale, *Good Reasoning Matters !*, op. cit., p. 256.



– Y a-t-il de bonnes raisons de penser que p ?

– A défaut d'arguments en faveur de $\neg p$, y a-t-il une présomption en faveur de $\neg p$?

Toute cette réflexion (épistémo)logique sur les bonnes raisons de penser qu'une thèse est vraie ou fausse doit être replacée dans le cadre *dialectique* qui préside aux argumentations quotidiennes. Celles-ci, avons-nous montré dans le chapitre précédent, sont structurées par un jeu d'obligations dialectiques qui forment le *système de la « charge la preuve »*. En principe, dans un débat, un locuteur qui avance une thèse douteuse pour ses interlocuteurs a la charge de prouver cette thèse, c'est-à-dire qu'il doit fournir des arguments en sa faveur. Les interlocuteurs doivent alors contester les arguments avancés par le locuteur ou admettre sa thèse. S'ils veulent à leur tour convaincre le locuteur initial de la vérité d'une autre thèse, par exemple une thèse contraire à celle qu'il avait avancée, ils doivent à leur tour avancer des arguments en faveur de cette thèse contraire, arguments que le locuteur initial peut lui-même faire siens ou contester.

Il n'est, en principe, pas légitime de se dispenser de fournir des arguments en faveur de ce qu'on affirme en se contentant de renvoyer à ses interlocuteurs la charge de prouver que ce qu'on affirme est faux. Ce serait là commettre le sophisme connu sous le nom de « renversement de la charge de la preuve » :

Exemple 229

– J'affirme qu'il y a de la vie sur une autre planète que la Terre

– Pourquoi serait-ce vrai ?

– Pourquoi ne le serait-ce pas ?

Exemple 230

Tant que l'on ne m'aura pas prouvé qu'il n'y a pas eu un grand complot contre J.F. Kennedy,

je croirai qu'il y en a eu un.

Certaines circonstances peuvent cependant modifier les règles de base de ce jeu et dispenser une des parties de prouver ce qu'elle affirme en renvoyant à qui contesterait cette thèse la charge de prouver qu'elle est fausse. C'est typiquement le cas des situations où une thèse bénéficie d'une présomption en sa faveur. Les *présomptions* (ex. présomption d'innocence, présomption de paternité) ont typiquement pour *fonction de renverser la charge de la preuve*.

De telles présomptions se justifient par des raisons *pragmatiques* – pour préserver l'ordre social et se prémunir d'une multitude de contestations en tous genres, on considère que le mari d'une dame est le père de ses enfants, que le détenteur d'un bien n'a pas à prouver que ce bien lui appartient²⁰³... – mais aussi parfois *épistémologiques* : ainsi, il est parfois plus facile de prouver une thèse que sa négation, de sorte qu'on ne peut raisonnablement faire porter la charge de la preuve sur celui qui affirme la thèse négative :

Exemple 231

Évidemment, je ne peux pas te *prouver* que je ne t'ai jamais trompée.

203. On conçoit aisément que, par souci d'ordre social, la charge de la preuve, en cas de litige, repose généralement sur la partie qui souhaite voir modifier une situation de fait, même si cela revient à dispenser celui qui bénéficie de la situation actuelle de la charge de prouver qu'elle est légitime ; Jeremy Bentham qualifiait d'ailleurs cette exonération de « sophisme de la peur de l'innovation ».

Donc tu dois me croire...

... à moins, bien sûr, que tu aies toi-même des preuves du contraire.

EX CONCESSIS

Pour des raisons tout à la fois *rhétoriques* – pour convaincre un auditoire d’admettre une thèse nouvelle, il faut trouver des arguments parmi les thèses qu’il admet déjà – et *dialectiques* – l’obligation générale de démontrer tout ce qu’on affirme est, par économie, suspendue pour les thèses qui font déjà l’objet d’un consensus parmi les parties d’un débat ou qui sont concédées au locuteur par son auditoire –, il est aussi fréquent que la prémisse d’un raisonnement ne soit pas justifiée autrement qu’*ex concessis*, c’est-à-dire à partir de ce que les destinataires de l’argumentation admettent eux-mêmes tenir pour vrai. On appuie alors implicitement la prémisse sur une brève inférence répondant au schéma suivant :

A, à qui je m’adresse, admet que *p*

Donc je peux prendre *p* pour acquis

La validité d’une telle inférence est cependant conditionnée au fait que l’admission de *p* par A est bien *délibérée*. Si l’interlocuteur ou l’auditoire est contraint de donner son assentiment à *p* sans vraiment pouvoir rationnellement se prononcer sur son acceptabilité, l’inférence peut devenir sophistique. Or, c’est le cas de raisonnements qui prennent appui sur des *questions ou assertions complexes* qui exigent une prise de position simple et unique alors qu’elles comportent en fait des *présupposés ou sous-assertions contestables* :

Exemple

Avez-vous cessé de battre votre femme ?

Avez-vous déjà dépensé tout le butin du hold-up ?

Avoir tué votre grand-oncle ne fait-il pas de vous un homme riche ?

Regrettez-vous d’avoir empoisonné votre grand-oncle ?

Êtes-vous pour les Républicains et la prospérité économique ?

Philippe de Villiers est-il un facho de conservateur ?

Vos ventes ont-elles été dopées par votre publicité mensongère ?

Accepter de donner une réponse simple à la première question, que cette réponse soit « oui » ou « non », c’est admettre implicitement que l’on a battu sa femme. Ou encore, accepter de donner une réponse simple à la cinquième question, c’est admettre implicitement que la victoire des Républicains ira de pair avec la prospérité économique.

Ces questions complexes intégrant plusieurs questions en une, il faudrait rationnellement les décomposer en sous-questions et poser celles-ci dans un ordre tel qu’une réponse négative à l’une puisse dispenser de répondre aux suivantes. À défaut, toute réponse à la question complexe présuppose une réponse positive à certaines de ses sous-questions²⁰⁴.

À vrai dire, donner une réponse négative à chacune de ces questions complexes ne signifie pas nécessairement que l’on accepte la prémisse implicite. Une telle réponse négative est en effet ambiguë. Répondre « Non, je ne regrette pas d’avoir empoisonné mon grand-oncle » peut vouloir dire soit que « J’ai empoisonné mon grand-oncle et (que) je ne le regrette pas » (la négation ne porte que sur la seconde proposition de la conjonction et la première est donc bien implicitement

204. Douglas Walton, *Informal Logic*, op. cit., p. 52.



Argumentation

acceptée), soit que je nie l'ensemble de la proposition « J'ai empoisonné mon grand-oncle et je le regrette » (la négation porte alors sur la proposition conjonctive dans son ensemble et, en vertu des lois de De Morgan, elle porte donc au moins sur un des deux termes, peut-être sur les deux). La négation d'une des assertions multiples ci-dessus constituerait alors une ambiguïté syntaxique, puisque deux formalisations sont possibles : $p \wedge \neg q$ ou $\neg(p \wedge q)$. Dans la pratique, cependant, c'est généralement dans le premier sens qu'est comprise la proposition « Je ne regrette pas d'avoir empoisonné mon grand-oncle », de sorte qu'il y a bien ici acceptation involontaire d'une présupposition contestable, et donc sophisme.

Ci-dessous d'autres questions complexes pour lesquelles exiger des réponses simples pourrait engendrer un sophisme :

Quel était ce morceau de musique que vous jouiez si bruyamment à 2 heures du matin ?

Combien de temps vas-tu encore perdre à l'école plutôt que de gagner ta vie ?

Combien de temps allons-nous encore tolérer l'impérialisme américain ?

Quels étaient les vrais motifs de l'intervention américaine en Irak ?

Pour quelle part le refus français de soutenir les USA en Irak intervient-il dans l'arrestation du pilote d'Air France qui blaguait sur le terrorisme dans un aéroport américain ?

Pourquoi le pacifisme est-il moralement mauvais ?

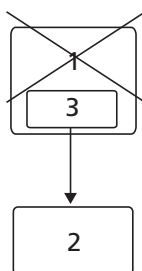
De telles questions complexes peuvent bien sûr être intégrées sous forme affirmative dans des raisonnements, qui constituent alors des sophismes d'« assertions complexes » :

Exemple 232

L'accusé affirme avec la plus grande virulence que ① il n'a pas encore dépensé l'argent du hold-up.

② Donc il sait où l'argent se trouve.

Contraint de dire si, oui ou non, il a déjà dépensé l'argent du hold-up, le pauvre accusé ne se voit même pas accorder la possibilité de contester la prémisse implicite que contient cette question, à savoir ③ qu'il a bien eu l'argent en mains. Et c'est de cette dernière affirmation que son adversaire tire la conclusion.



Exemple 233

Cet homme est guidé par l'illusion que l'argent fait le bonheur.

Et il travaille dur pour s'enrichir.

Donc il se dirige tout droit vers une grosse déception.

Ici, le seul mot d'« illusion », en lieu et place du mot plus neutre d'« idée », contient une prémisse implicite, à savoir que l'idée que l'argent fait le bonheur est précisément illusoire et donc fausse.

Si donc il est dangereux d'exiger de ses interlocuteurs qu'ils se prononcent en bloc sur des questions ou assertions complexes, il n'est pas pour autant systématiquement illégitime de le

faire. Tout dépend en fait de l'acceptabilité, pour ces interlocuteurs, des sous-assertions sous-jacentes à ces questions ou assertions complexes²⁰⁵. Au mari qui reconnaîtrait la violence conjugale et aurait demandé l'aide d'un psychothérapeute pour la combattre, ce dernier peut parfaitement et sans sophisme demander ultérieurement s'il a cessé de battre sa femme. Et à l'accusé qui serait en aveu pour le hold-up, on peut légitimement demander s'il en a déjà dépensé tout le butin. Distinguer les usages légitimes et sophistiques d'arguments *ex concessis* quand il s'agit de questions ou assertions complexes suppose donc de poser la

Question critique :

– L'interlocuteur a-t-il délibérément accepté les présupposés de la thèse concédée ?

Ce qui serait sophistique, ce serait une fois encore d'éviter l'investigation critique des prémisses sur lesquelles on fonde le reste du raisonnement. En forçant son interlocuteur ou son auditoire à accepter une thèse sans qu'il puisse la mettre en question, on se dispense soi-même d'un engagement (*commitment*) à l'égard de cette thèse et donc de la contrainte de devoir la justifier sur demande²⁰⁶.

CIRCULARITÉ

Déjà pointé par Aristote, le raisonnement circulaire, auquel la tradition a donné les noms de « *Circulus probandi* » ou de « *Petitio principii* » consiste à introduire subrepticement parmi les prémisses la thèse qu'il convient de démontrer ou une de ses conséquences. Or, si l'auditoire n'était pas prêt à admettre la conclusion sans preuve, c'est manifestement par un coup de force que l'on prétendrait lui faire concéder cette même thèse dans les prémisses.

Exemple 234

L'âme est immortelle.

Car elle vit éternellement.

Exemple 235

– C'est moi qui décide parce que je suis le chef.

– Et pourquoi serais-tu le chef ?

– Parce que je l'ai décidé.

Exemple 236

Un accusé au jury qui doit se prononcer sur sa culpabilité :

« Sachez que je mérite votre pitié plus qu'un châtiment.

Le châtiment revient, en effet, aux coupables ; la pitié à ceux qui font l'objet d'une accusation injuste. »²⁰⁷

205. Pour qu'une question soit qualifiée de « complexe », il ne faut donc pas seulement qu'elle soit « coercitive », c'est-à-dire qu'elle contienne une même présupposition implicite dans toutes les réponses qui peuvent lui être apportées ; il faut encore qu'elle soit « risquée » et « chargée », c'est-à-dire que cette présupposition implicite ne soit pas tautologique, mais au contraire problématique (John Woods and Douglas Walton, *Fallacies : Selected Papers 1972-1982*, op. cit., pp. 236, 245-246).

206. Chris Tindale, *Fallacies and Argument Appraisal*, op. cit., pp. 71-76.

207. Antiphon, cité par Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., p. 152.

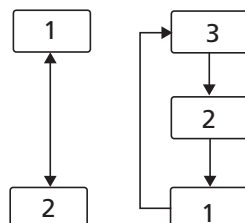


Exemple 237

Cet étudiant dit que je suis son professeur préféré et ça doit être la vérité.

Car un étudiant ne ment pas à son professeur préféré.

Dans chacun de ces raisonnements, une des prémisses présuppose déjà la vérité de la conclusion, laquelle est donc tout simplement démontrée à partir d'elle-même.



Un problème similaire se pose dans l'exemple suivant :

Exemple 238

Dieu a toutes les vertus.

Donc Dieu est bienveillant.

On pourrait considérer que, pour être certain que « Dieu a toutes les vertus », il faut déjà savoir qu'il a chacune d'entre elles, et, en particulier, savoir que « Dieu est bienveillant ».

Dans cette même perspective, l'empiriste John Stuart Mill a souligné une faiblesse des raisonnements qui tirent une conclusion singulière à partir de prémisses universelles elles-mêmes obtenues par induction (donc à partir de l'observation des cas singuliers) ; leur validité n'est en fait, selon lui, que le revers de leur caractère de pétition de principe :

Exemple 239

Tous les hommes sont mortels.

Socrate est un homme.

Donc Socrate est mortel.

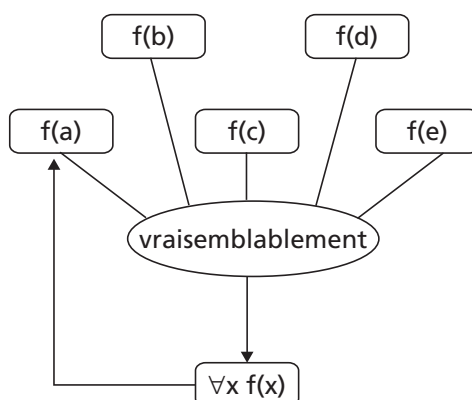
Exemple 240

Tous les restaurants de la rue du Marais appartiennent à la famille Rothschild.

Le « Jardin toscan » est un restaurant de la rue du Marais.

Donc il appartient à la famille Rothschild.

Le raisonnement prétend justifier l'énoncé particulier $f(a)$ par la loi générale $\forall x f(x)$, mais, si cette loi a été obtenue par induction, elle repose elle-même sur l'énoncé particulier.



Il faut noter que le problème de la circularité des raisonnements n'est pas une question de validité inférentielle ; $p \rightarrow p$ étant un schéma propositionnel valide, la validité déductive du raisonnement circulaire est évidemment garantie. Le problème est que les informations de départ ne sont pas entièrement explicitées et que, si elles l'étaient, elles revêtiraient un caractère aussi douteux que la conclusion que l'on prouve à partir d'elles. Le problème est *rhétorique* et *dialectique*, et il est lié à l'exigence de travailler *ex concessis* ; la pétition de principe pose problème parce que l'orateur présuppose erronément l'*adhésion* de l'auditoire à certaines thèses que ce dernier ne considère pas comme plus faciles à accepter que la conclusion elle-même.²⁰⁸

C'est d'ailleurs dans cette perspective que l'on peut répondre à John Stuart Mill. Certaines prémisses universelles ne reposent pas sur l'induction et l'on pourrait, par exemple, tirer la connaissance que « Tous les hommes sont mortels » des lois de la biologie ou la proposition que « Dieu a toutes les vertus » de la définition de Dieu. Dans ce cas, les raisonnements ci-dessus ne seraient pas circulaires. En outre, avec De Morgan, on pourra répondre que, même là où la prémisse universelle résulte d'une induction, le syllogisme peut faire progresser les connaissances de l'auditoire grâce à sa seconde prémisse, dont le rôle important consiste à qualifier le cas particulier et à le classer sous une catégorie générale. L'auditoire peut connaître la vérité d'une loi générale sans savoir qu'un de ses cas particuliers est vrai, tout simplement parce qu'il ignore qu'il s'agit d'un cas particulier de cette loi générale :

Exemple 241

- Contrairement aux poissons, les baleines ne pondent pas d'oeufs.
- Ben non, puisque ce sont des mammifères !

On comprend donc que la question de savoir si un raisonnement doit être considéré comme circulaire et taxé de « sophisme » dépend de ce que l'auditoire est prêt à concéder et ce dont il doit encore être convaincu. D'où l'importance de la

Question critique :

- Les prémisses sur lesquelles se fonde le raisonnement ont-elles, pour son auditoire, plus de vraisemblance que la conclusion qu'il prétend établir ?

E Exigences de clarté et d'univocité

Lorsqu'il s'agit de savoir quelles conséquences doivent ou peuvent être tirées de telles ou telles prémisses, un enjeu majeur réside évidemment dans la clarté même des informations fournies par ces prémisses. Et c'est pourquoi les logiciens ont de tout temps insisté sur l'importance d'une expression claire et univoque et, à l'inverse, sur les risques de confusions, voire de sophismes, que fait courir la présence d'ambiguïtés dans ce qui est énoncé.

La tradition scolastique de la fin de l'Antiquité (notamment Galien : 123-200), du Haut Moyen Âge (notamment Boèce : 480-524) ou du Bas Moyen Âge (notamment Buridan :

208. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., pp. 150-153 ; Chaïm Perelman, *Éléments d'une théorie de l'argumentation*, op. cit., pp. 27-28 ; Douglas Walton, "Petitio Principii and Argument Analysis", in A. Blair and R. Johnson (eds.), *Informal Logic : The First International Conference*, op. cit., pp. 41-42 ; Douglas Walton and John Woods, *Fallacies : Selected Papers 1972-1982*, op. cit., p. 266.



1300-1358) qualifiait d'ailleurs de « sophismes » toute une série d'énoncés « paradoxaux » dont, en raison de leur ambiguïté, on peut établir aussi bien la vérité que la fausseté²⁰⁹. Aristote lui-même considérait déjà qu'environ la moitié des problèmes logiques qu'il avait mis en évidence dans ses *Réfutations sophistiques* étaient exclusivement dus au langage ; dans certains passages²¹⁰, il allait même jusqu'à dire que *tous* les sophismes peuvent être ramenés à un problème de formulation de la conclusion à atteindre²¹¹ et donc à un problème de langage²¹². Aujourd'hui encore, il est des logiciens, tels Lawrence H. Powers²¹³, pour soutenir que raisonnements incorrects et sophismes reposent tous d'une manière ou d'une autre sur des ambiguïtés et des problèmes de langage. La plupart des traités sur les sophismes comportent en tout cas au moins un chapitre consacré aux sophismes d'« équivoque ».

Pour notre part, fidèles à la ligne que nous avons suivie jusqu'à présent, nous nous efforçons ici de distinguer entre les ambiguïtés elles-mêmes et certains de leurs *usages* proprement sophistiques, lesquels ont lieu lorsqu'un raisonnement joue d'une ambiguïté sans laisser apparaître la possibilité, voire la nécessité, de distinguer plusieurs sens d'une même expression.

Ce sophisme peut être le fait d'un locuteur qui *utilise sciemment* une expression dans deux sens différents au sein d'un même raisonnement pour donner aux prémisses ou à l'inférence des apparences d'acceptabilité (car si le sens des termes était constant tout au long du raisonnement, au moins une de ses prémisses serait très contestable²¹⁴). D'un point de vue dialectique, on peut voir, dans cet usage de termes ambigus ou vagues, une stratégie pour se défaire d'engagements (*commitments*) à l'égard de thèses précises et de l'obligation de justifier celles-ci sur demande²¹⁵.

Le sophisme peut aussi être dû à l'*interprétation abusive* des propos d'un interlocuteur pour en tirer des conclusions qui ne pouvaient découler de ce qu'il avait initialement voulu dire.

Divers facteurs sémantiques et pragmatiques peuvent être à l'origine d'ambiguïtés et nous renvoyons à la linguistique pour une étude plus approfondie de ces phénomènes. Ci-dessous, nous nous limiterons à en présenter quelques exemples régulièrement mis en exergue par les logiciens.

209. La réflexion scolastique envisage notamment la problématique des « (pré)suppositions » du langage. Ainsi, pour toute une tradition philosophique, le simple fait de parler d'un centaure et de lui attribuer des propriétés pré-suppose la reconnaissance implicite de son existence. De la proposition « Un centaure est un cheval dont le buste et la tête sont ceux d'un homme », on pourrait alors tout à la fois conclure qu'un centaure existe (puisque l'on en parle) et qu'il n'existe pas (puisque il n'y a pas de créature à corps de cheval et tête d'homme).

210. Aristote, *Organon*, 169a22-b17.

211. *Ibid.*, 168a19.

212. *Ibid.*, 167b35.

213. Lawrence Powers, "Equivocation", in H. Hansen and R.C. Pinto, *Fallacies, Classical and contemporary readings*, op. cit., pp. 287-301.

214. J. Anthony Blair and Ralph Johnson, *Logical Self-Defense*, op. cit., pp. 154-155 ; Chris Tindale, *Fallacies and Argument Appraisal*, op. cit., p. 59.

215. Chris Tindale, *Fallacies and Argument Appraisal*, op. cit., pp. 65-68.

AMBIGUÏTÉ LEXICALE

Il y a une ambiguïté sémantique d'origine lexicale lorsqu'un terme conceptuel du langage peut recevoir deux significations différentes. Seraient alors clairement sophistiques des raisonnements qui feraient fi de ces différences de signification :

Exemple 242

La rivière près de chez moi est mal en point.
En effet, elle ne sort presque jamais de son lit.

Exemple 243

Chaque homme doit donner une fin à sa vie.
La fin de la vie d'un homme, c'est la mort.
Chaque homme doit donc se donner la mort.

« fin » peut signifier l'objectif ou le terme. Dans la tradition logique, on parle parfois ici d'un « sophisme des quatre termes » pour dénoncer un raisonnement qui prend l'apparence d'un syllogisme mais contient en vérité quatre termes car un des trois termes a deux sens différents²¹⁶.

Exemple 244

Mourir est une bonne action.
Car une bonne action est ce qu'il faut faire.
Et il faut mourir²¹⁷.

« Il faut » renvoie tantôt à une obligation morale, tantôt à une nécessité naturelle²¹⁸.

Exemple 245

Dans une économie de marché, la rareté de l'argent entraîne une hausse des taux d'intérêt.
Donc, pour faire baisser les taux d'intérêt, il faut frapper davantage de monnaie²¹⁹.
« rareté de l'argent » signifie dans un sens « rareté du capital disponible pour l'emprunt » et dans l'autre « rareté de la monnaie physique ».

Exemple 246

– À cette soirée, les deux sœurs portaient la même robe.
– Elles devaient être fameusement serrées !
« même » peut signifier l'identité numérique (les deux sœurs portaient une seule et même robe) ou l'identité générique (elles portaient des robes d'un même genre).

Une manière particulièrement subtile de jouer sur les différents sens d'un terme consiste à évoquer son *étymologie* pour substituer un sens « primitif », jugé plus authentique, à son sens habituel, qui en est dérivé²²⁰ :

216. Chris Tindale, *Fallacies and Argument Appraisal*, op. cit., p. 53.

217. Inspiré d'Aristote, *Organon*, 165b35.

218. Nous avons vu que le sophisme naturaliste consiste précisément à confondre normes statistiques et normes prescriptives. Du fait qu'il joue sur différents sens du mot « normal », il pourrait être rangé parmi les équivocités sémantiques d'origine lexicale.

219. Inspiré de John Stuart Mill, *Système de logique déductive et inductive* (1843), op. cit., pp. 388-389.

220. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., p. 595.



Exemple 247

Les mots doux, les fleurs et les cadeaux offerts par mon client à sa collègue ne constituent pas du harcèlement sexuel.

En effet, rappelons-nous que « harceler » vient de l'ancien français « herseler » ou « herse », qui signifie l'action de soumettre un champ aux multiples pics de la herse.

Or, si les avances de mon client furent répétées, elles ne furent jamais piquantes, incisives ou blessantes.

Mis en évidence par Eubulide de Mégare, les *sorites* sont des raisonnements qui abusent d'une indétermination sémantique particulière, celle du caractère flou des limites quantitatives de certains termes conceptuels²²¹ :

Exemple 248

Si j'enlève un grain de sable à un tas de sable, il reste toujours un tas de sable.

Donc, si j'enlève un par un tous les grains de sable d'un tas de sable, il reste toujours un tas de sable.

Exemple 249

On ne peut pas dire que l'arrivée d'une seule personne transforme une assemblée en une foule.

Puisque toutes les personnes sont arrivées l'une après l'autre, il est faux de considérer que cette réunion altermondialiste a connu un succès de foule.

AMBIGUÏTÉ SYNTAXIQUE OU AMPHIBOLOGIE

Également étudiée par Aristote, l'amphibologie est un raisonnement qui abuse d'une ambiguïté sémantique d'origine syntaxique, c'est-à-dire liée à la construction grammaticale de la phrase :

Exemple 250

À la conférence de presse, Arafat écoutait Sharon qui répondait aux questions des journalistes et semblait n'avoir rien à dire.

Il a dû penser que Sharon parlait pour faire du vent.

Du fait de la construction, on peut avoir un doute quant au sujet du verbe « semblait ».

Exemple 251

Le poulet doit être mis au four déjà chaud.

Donc il faut disposer d'un second four pour pouvoir préchauffer le poulet avant de le mettre dans le four principal où il sera cuit.

Du fait de la construction, on peut douter de ce qui doit être déjà chaud au moment d'enfourner le poulet.

221. À noter qu'on appelle aussi « sorites » des raisonnements qui reposent sur des enchaînements de syllogismes, la conclusion d'un syllogisme intervenant comme prémisses du suivant. La seule similitude entre ces deux types de « sorites » est qu'ils procèdent tous deux par récursion, l'un sur le plan sémantique, l'autre sur le plan syntaxique.

Exemple 252

Tu n'as pas perdu tes cornes.

Donc tu as toujours des cornes.

La prémisses peut être comprise comme affirmant que tu as des cornes et que tu ne les as pas perdues ou comme affirmant que tu n'as pas perdu de cornes faute d'en avoir jamais eu.

Exemple 253

– Je crains que la mafia soit puissante et intègre la police.

– Donc tu crains que la police soit intègre ?

« Intègre » peut être un verbe dont le sujet est « la mafia » ou un adjectif qui qualifie « la police ».

Un problème particulier d'amphibologie est lié à l'ambiguïté que comportent, en français et dans d'autres langues, certains syntagmes nominaux dont le substantif principal est un verbe d'action substantivé et dont le complément d'objet est un individu ou un groupe d'individus qui pourrait être soit l'agent soit le patient de l'action. Le problème est donc de savoir si le génitif (le complément d'objet) du substantif d'action est « subjectif » (agent de l'action) ou « objectif » (patient de l'action) :

Exemple 254

Depuis une dizaine d'années, on constate une recrudescence des vols d'enfants dans les pays du tiers-monde.

Il convient donc de faire, dans les écoles de ces pays, des campagnes sur le respect de la propriété d'autrui.

Dans la prémisses, on parlait malheureusement de « vols » dont des enfants sont l'objet, c'est-à-dire de rapt d'enfants. La conclusion, cependant, résulte d'une interprétation où les enfants seraient les agents des vols.

Regroupement (de mots) illégitime

Dans la tradition, on appelle plus particulièrement « *Fallacia compositionis* » un type d'amphibologie qui consiste à jouer sur une ambiguïté quant à la manière dont les termes d'un énoncé doivent être regroupés. Pour distinguer ce type de sophismes d'un autre type (méréologique) plus récemment désigné par le même nom (cf. *supra*), nous parlerons ici de « *Fallacia compositionis* » linguistique.

Exemple 255

J'ai vu le voleur avec mes jumelles.

Donc il a sûrement aussi emporté mon appareil photo, qui était à côté de mes jumelles.

Un cas particulier d'ambiguïté de regroupement de mots concerne les propositions relatives, qui peuvent avoir fonction déterminative (elles sont nécessaires à préciser l'objet auquel elles se rapportent) ou explicative (elles apportent des informations supplémentaires sur l'objet auquel elles se rapportent). En français écrit, la différence se marque par la présence ou non d'une virgule avant la proposition relative. Dans la langue orale, des pauses et des changements d'intonation marquent normalement cette même différence, mais une ambiguïté peut éventuellement subsister. Transformer sciemment une relative déterminative en relative explicative (ou réciproquement) est un sophisme :



Exemple 256

Il vaut mieux éviter d'avoir affaire aux femmes(,) qui sont dépensières.

Marie est une femme.

Donc je la fuis comme la peste.

Ajouter une virgule (ou, à l'oral, une pause) dans la première prémisse modifie complètement son sens, puisqu'il ne s'agit plus seulement d'affirmer qu'il faut éviter les femmes dépensières mais carrément qu'il faut éviter toutes les femmes car elles sont dépensières. Seule cette seconde interprétation permet la suite du raisonnement.

Le message par lequel Isabelle de France aurait ordonné de tuer son mari²²², le roi Édouard II d'Angleterre, fournit un autre exemple de ce genre d'ambiguïté. Cette missive aurait été rédigée comme suit : *Eduardum occidere nolite timere bonum est*.

Selon la place de la virgule, on peut traduire ceci « ne craignez pas de tuer Édouard, c'est chose bonne » (*Eduardum occidere nolite timere, bonum est*) ou « ne tuez pas Édouard, craindre (cette action) est une bonne chose » (*Eduardum occidere nolite, timere bonum est*). Ici, l'éventuel sophisme reposerait dans le fait de contester être la commanditaire du meurtre en se réfugiant derrière une interprétation du message différente de celle qui était clairement suggérée à ses destinataires (qui, non seulement, connaissaient la haine d'Isabelle à l'égard de son époux, mais en outre ne pouvaient, d'après les principes de Grice, comprendre le message que comme leur intimant l'ordre de faire quelque chose plutôt que celui de laisser les choses en l'état).

C'est également pour éviter des problèmes de regroupement illégitime que, dans les mises en garde sur la formalisation de la première partie, nous recommandions, lorsqu'un énoncé est complexe, de déterminer précisément la hiérarchie de ses connecteurs. Ainsi, le raisonnement suivant :

Exemple 257

Le médecin mis en cause démissionnera de son poste de chef de service ou il reconnaîtra publiquement son erreur et il indemniser la victime.

Donc, si le médecin démissionne de son poste de service, la victime ne sera peut-être pas indemnisée.

est légitime si la prémisse a le sens $p \vee (q \wedge r)$, mais pas si elle a le sens $(p \vee q) \wedge r$. Dans le second cas, le raisonnement est alors sophistique.

AMBIGUÏTÉ RÉFÉRENTIELLE

Il y a ambiguïté référentielle lorsqu'un nom propre ou un pronom peut désigner deux individus ou deux objets différents. Certains raisonnements peuvent alors abuser d'une telle ambiguïté :

Exemple 258

Belgrade a été désignée capitale culturelle de l'Europe pour 2004.

Quel honneur pour cette petite bourgade de la région namuroise !

222. Selon une rumeur reprise notamment par Maurice Druon dans *Les rois maudits*.

Exemple 259

Caton est un contemporain de César et Pompée.

Donc, Caton n'a pas pu participer à la destruction de Carthage²²³.

Ici, « Caton » désigne tantôt Caton d'Utique, tantôt son arrière-grand-père, Caton l'Ancien.

C'est pour éviter des sophismes de ce type que, dans les mises en garde sur la formalisation de la première partie, nous recommandions de porter une attention particulière aux *références des pronoms*.

Nous avons notamment insisté sur le fait que, avant de formaliser la phrase « Il en est content », il faut rapporter chaque pronom à son référent et dès lors attribuer à cette phrase deux symboles différents selon qu'elle suit « Marc a une voiture française » ou « Jean a une voiture japonaise ». Faute de lever cette ambiguïté, le raisonnement suivant n'a qu'en apparence la forme valide $[(p \Leftrightarrow q) \wedge (r \Leftrightarrow q)] \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$:

Exemple 260

Marc continuera à travailler avec ce logiciel si et seulement s'il en est content.

Or, Jean continuera à travailler avec ce logiciel si et seulement s'il en est content.

Donc Marc continuera à travailler avec ce logiciel si et seulement Jean continue à travailler avec ce logiciel.

À rapprocher des ambiguïtés référentielles, on trouve les équivocités dues à l'usage des articles indéfinis, lesquels laissent précisément la référence indéterminée :

Exemple 261

À Crésus, qui hésitait à partir en guerre contre Cyrus, l'oracle de Delphes avait annoncé : « Si Crésus mène cette guerre, il détruira un grand empire ».

Encouragé par l'oracle, Crésus mena la guerre et la perdit, soumettant ainsi son puissant royaume au royaume de Perse.

Donc l'oracle avait raison : Crésus a détruit un grand empire.

Dans le même ordre d'idées, il faut être attentif à ce qui est *implicitement désigné* par certaines expressions. Le raisonnement suivant ne correspond qu'en apparence à la forme valide $(\neg p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg q \Rightarrow p)$:

Exemple 262

Le PDG recevra des consignes du conseil d'administration à moins qu'il ne vende la filiale de sa propre initiative.

Donc le PDG vendra d'initiative la filiale à moins qu'il ne reçoive des consignes du conseil d'administration²²⁴.

La formalisation proposée ci-dessus suppose en effet que les consignes sont les mêmes dans les deux cas. Or, il est probable que, dans la prémisse, les consignes du C.A. soient celles de vendre la filiale alors que, dans la conclusion, les consignes soient de ne pas la vendre.

223. Inspiré de Boèce, *Du syllogisme catégorique* (vers 515, commentaire des *Analytiques* d'Aristote).

224. Inspiré de W.V.O. Quine, *Méthodes de logique*, Paris, Armand Colin, 1972, pp. 56-57.



ACCENTUATION

Lorsque Aristote mit en évidence des sophismes d'accentuation, il pensait à des jeux de mots très simples liés à l'accentuation orthographique ; en grec ancien comme en français, des mots identiques peuvent changer de sens selon que l'on met ou non un accent sur une de leurs lettres (par ex. : « des », « dès », « dés »). Dans la logique moderne, cependant, le sophisme d'accentuation désigne plutôt l'exploitation abusive d'équivocités liées aux différentes manières possibles d'accentuer oralement les composantes d'une *phrase* :

Exemple 263

- Monsieur X. est un salaud. Il a même tabassé sa femme.
- Même sa femme ? Ça veut dire qu'il a tabassé beaucoup de gens ?
Si, dans la prémisses, l'accentuation était mise sur « tabassé », cela voulait dire que Monsieur X. avait causé beaucoup de tort à sa femme et qu'il l'avait même tabassée. Mais la conclusion suppose que l'on avait plutôt accentué « sa femme ».

Cette ambiguïté d'accentuation est plus généralement liée à un problème d'ambiguïté de « focus », c'est-à-dire d'indétermination de ce sur quoi on entend plus particulièrement faire porter l'attention :

Exemple 264

- Pourquoi jouiez-vous presque nu sur ce terrain de tennis ?
- Une pancarte demandait explicitement de ne jouer qu'avec des chaussures à semelle claire.
Sur quoi portait le « focus » de la restriction dans cette consigne ? Sur les chaussures elles-mêmes ? Ou sur la couleur de leurs semelles ?

Exemple 265

La constitution américaine stipule que tous les hommes furent créés égaux.
Mais elle ne dit rien des différences de statut qui sont apparues au cours de l'histoire des peuples.
Donc les inégalités de traitement ne sont pas anticonstitutionnelles.
Le mot « créé » a-t-il une telle importance dans le texte constitutionnel que l'on puisse l'accentuer et en faire le pivot de son argumentation ? N'omet-on pas là le sous-entendu que les hommes furent créés et *sont* égaux.

Exemple 266

- Tu es belle avec cette robe.
- Pas quand je mets autre chose ?
L'énonciateur de la prémisses n'entendait sans doute pas que la fin de la phrase soit ainsi accentuée. L'interprétation de son auditrice n'est toutefois pas totalement irrationnelle ; une maxime conversationnelle (Grice) veut en effet qu'on ne dise rien inutilement. Pourquoi, dès lors, ajouter « avec cette robe » si on veut simplement dire « Tu es belle » ?

Exemple 267

Selon l'armateur de ce navire, l'ébriété à bord est un motif de licenciement.
Le 12 mars, le capitaine a indiqué dans le carnet de bord du navire : « Le matelot Dupont était ivre aujourd'hui ».

Le 15 mars, le matelot Dupont a quant à lui inscrit : « Le capitaine était sobre aujourd'hui ».

Donc, si l'armateur licencie le matelot, il doit à plus forte raison licencier le capitaine.

En accentuant « aujourd'hui » dans la prémisse relative à la sobriété du capitaine, on ajoute un sous-entendu de contraste, qui permet alors l'inférence. Or, cette accentuation s'impose ici en vertu d'une maxime conversationnelle selon laquelle chacun s'efforce de ne fournir aux autres que des informations pertinentes. C'est pourquoi le message du matelot dans le carnet de bord est incomplet ou superflu si le capitaine avait été sobre pendant toute la semaine. Dès lors, l'armateur ne peut qu'être tenté d'accentuer le mot « aujourd'hui », d'y voir un sous-entendu de contraste et de tirer l'inférence.

FIGURES DE STYLE

Comme le suggèrent certains logiciens²²⁵, il convient d'envisager comme potentiellement équivoques les figures de style rhétoriques dans la mesure où elles laissent place à une interprétation littérale et à une interprétation figurée.

Ainsi, par exemple, l'*antiphrase* consiste à présenter une thèse en énonçant de manière ironique sa négation. Un raisonnement qui prendrait cette affirmation à la lettre serait dès lors sophistique :

Exemple 268

– Comme chacun sait, il suffit de claquer des doigts pour résoudre le problème de la faim dans le monde.

– Donc c'est vraiment une honte que personne n'ait encore posé ce geste si simple, qui sauverait la vie de millions de gens.

De même, le raisonnement suivant, qui néglige sciemment le caractère *métaphorique* d'un terme :

Exemple 269

Tous les témoignages convergent pour dire que cet ancien employé était un âne.

Or, si la loi prescrit de verser des indemnités de licenciement au personnel humain, elle ne dit rien sur la main d'oeuvre animale.

Donc la société n'était pas obligée de verser d'indemnité de licenciement à cet ancien employé.

C'est pour éviter les sophismes résultant d'ambiguïtés similaires à celles qui ont été présentées ici que Frege entendait construire un langage parfaitement univoque dont les symboles seraient débarrassés des connotations et sous-entendus qui encombrant les expressions de nos langues quotidiennes. Sans nécessairement rejoindre ce vœu, on doit, en logicien, au moins formuler l'exigence que toute inférence s'accompagne d'un questionnement critique sur le sens exact de ce qui était affirmé dans les prémisses... De ce sens dépendent évidemment les conclusions que l'on peut en tirer.

225. Cf. notamment David Hackett Fischer, *Historian's fallacies*, op. cit., pp. 268 et sq.



F Quelques violations typiques de la validité déductive

En ayant en tête ce problème des ambiguïtés, revenons enfin sur quelques « erreurs de raisonnement » typiques – et pour cette raison généralement reprises dans la liste des sophismes – que la logique formelle permet de détecter, sans toutefois pouvoir elle-même reconnaître dans quelles conditions ces inférences pourraient néanmoins s’avérer légitimes à défaut d’être déductivement valides.

VIOLATION DES SCHÉMAS D’INFÉRENCE STOÏCIENS

Affirmation du conséquent

Déjà épinglé par Aristote, le sophisme de l’*Affirmation du conséquent* consiste, nous l’avons vu, en l’application d’un faux frère du *Modus Ponens*, qui est quant à lui déductivement valide. Là où le *Modus Ponens* répond au schéma :

Exemple 42

Si Philippe est menuisier, alors il a au moins un outil	$p \Rightarrow q$
Or, Philippe est menuisier	p
Donc Philippe a au moins un outil	q

l’*Affirmation du conséquent* répond pour sa part au schéma :

Exemple 30

Si Philippe est menuisier, alors il a au moins un outil.	$p \Rightarrow q$
Or, Philippe a au moins un outil.	q
Donc Philippe est menuisier.	p

Bien sûr, ce second raisonnement ne trompe personne. Mais il n’en va pas de même pour l’exemple suivant, qui répond pourtant au même schéma d’inférence non déductivement valide :

Exemple 31

Si Philippe est soumis à l’impôt sur le revenu, alors il a au moins une rentrée financière.	
Or, Philippe a au moins une rentrée financière.	
Donc Philippe est soumis à l’impôt sur le revenu.	

Contrairement au biconditionnel, qui exprime le rapport d’une condition nécessaire et suffisante à sa conséquence, le conditionnel, avons-nous vu dans la première partie, exprime seulement le rapport d’une condition suffisante à sa conséquence. Or, en inférant de la conséquence à la condition, l’*Affirmation du conséquent* semble confondre les deux : être menuisier est une condition suffisante mais pas une condition nécessaire pour avoir un outil.

Dans la mesure où il est sans doute plus facile de repérer si une condition est suffisante ou si elle est nécessaire et suffisante lorsqu’on est familier du sujet sur lequel on raisonne, l’intuition détecte plus aisément la non-validité du raisonnement dans le cas du menuisier que dans

celui de l'impôt sur le revenu, parce que, le contenu même du raisonnement étant plus familier, on repère plus facilement un contre-exemple au premier raisonnement, c'est-à-dire un cas qui vérifie les prémisses sans pour autant rendre vraie la conclusion (un individu qui possède un outil sans être menuisier).

Quoique tout à fait correcte, cette explication de l'« erreur de raisonnement » propre à l'*Affirmation du conséquent* néglige en fait deux dimensions importantes du problème.

La première est que la confusion tient aussi très souvent à certaines ambiguïtés du langage. Il est en effet très fréquent que nous utilisions un simple « si... alors... » pour exprimer ce qui est en fait un lien biconditionnel : « Si tu n'as pas fini tes devoirs à 18 h, tu seras privé de télévision » sous-entend généralement aussi que « tu seras privé de télévision *seulement si* tu n'as pas fini tes devoirs à 18 h ». Or, lorsque la première prémisses exprime un lien biconditionnel (une condition tout à la fois nécessaire et suffisante), l'inférence qui va du conséquent à la condition est évidemment déductivement valide :

$$\begin{array}{l} p \Leftrightarrow q \\ \underline{q} \\ p \end{array}$$

Dans cette optique, on peut alors relire la « confusion » ayant mené au raisonnement incorrect concernant Philippe et l'impôt sur le revenu comme un problème d'interprétation biconditionnelle du « si... alors... » de la prémisse. Un enjeu de l'évaluation des raisonnements répondant au schéma d'*Affirmation du conséquent* consiste donc d'abord et avant tout à s'assurer du sens – biconditionnel ou conditionnel simple – qu'il convient de donner à l'expression conditionnelle (« si... alors... ») de la première prémisse.

À côté de cette dimension linguistique du problème, un second et très important enjeu relatif à l'usage de l'*Affirmation du conséquent* est que, comme le souligne Charles Sanders Peirce²²⁶, ce schéma correspond à un *schéma d'inférence faillible mais pas totalement irrationalnel*, celui de l'*abduction* (ou argument par les signes)²²⁷ :

p est condition suffisante de q
(À défaut d'être condition nécessaire de q, p est néanmoins généralement le cas quand q)
q
Donc très vraisemblablement p

La seconde « prémisse » est ici mise entre parenthèses, non seulement parce qu'elle est souvent laissée implicite, mais aussi parce qu'elle joue moins le rôle d'une prémisse que celui d'une « garantie » (assortie de réserves) de l'inférence abductive (faillible).

Exemple 92

Si Philippe est pompier, alors il a au moins un casque de pompier.

(Généralement ceux qui possèdent des casques de pompier sont des pompiers)

Or, Philippe a au moins un casque de pompier.

Donc Philippe est très vraisemblablement pompier.

Le raisonnement, on le voit, n'est pas déductivement valide (c'est encore et toujours une *Affirmation du conséquent*), mais, en vertu de sa garantie implicite, il est assez légitime.

226. Cf. sur ce point les commentaires de Douglas Walton (*Argument Structure*, op. cit., pp. 256-259).

227. Aristote rangeait l'argument par les signes parmi les arguments rhétoriques (Chris Tindale, *Fallacies and Argument Appraisal*, op. cit., p. 53).



Argumentation

Une version particulière de l'inférence abductive est l'*Argument de la meilleure explication* :

p cause q
 (À défaut d'être la seule cause possible de q, p est la cause la plus probable de q)
 q
 Donc p

Dans les exemples suivants, la « garantie » de l'abduction sera laissée implicite :

Exemple 270

S'il a plu récemment, alors le sol est humide.

Le sol est humide.

Donc il a plu récemment ²²⁸.

Exemple 271

Les hommes adultères circulent discrètement la nuit.

Cet homme circule discrètement la nuit.

Donc c'est un homme adultère ²²⁹.

Ici, la première prémisse est une affirmation universelle et, comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, elle a donc valeur de conditionnel généralisé.

Aristote, qui fournit ces deux exemples dans les *Topiques*, signale bien sûr qu'ils ne sont pas déductivement valides. Mais il ne les rejette pas entièrement pour autant. Ces raisonnements ont bien une légitimité dans certaines limites, qu'il convient de préciser en posant certaines

Questions critiques :

- Le lien conditionnel entre p et q exprime-t-il une condition nécessaire et suffisante ou seulement une condition suffisante ?
- Si p n'est pas condition strictement nécessaire de q, est-il néanmoins vrai que p est le plus souvent vrai quand q est vrai ?
- A-t-on de bonnes raisons de penser que, dans le cas présent, il n'y a pas de meilleure explication que p à la vérité de q ?
- Le cas échéant, en quoi p serait-il une meilleure explication de q que la (ou les) explication(s) alternative(s) ?

Négation de l'antécédent

Un autre faux frère du *Modus Ponens* (et du *Modus Tollens*), qui est lui aussi généralement taxé de sophisme, est le schéma non déductivement valide de la *Négation de l'antécédent* :

Exemple 43

Si Philippe est menuisier, alors il a au moins un outil.	$p \Rightarrow q$

Or, Philippe n'est pas menuisier.	$\neg p$

Donc Philippe n'a pas d'outil.	$\neg q$

228. Tiré d'Aristote, *Organon*, 167b6.

229. *Ibid.*, 167b10.

On peut répéter, à propos de ce schéma d'inférence, tout ce que l'on vient de dire de l'*Affirmation du conséquent*. Si le conditionnel « si... alors... » était interprété comme exprimant un biconditionnel, c'est-à-dire une condition nécessaire et suffisante plutôt que seulement suffisante, le raisonnement serait déductivement valide :

$$\begin{array}{l} p \Leftrightarrow q \\ \neg p \\ \hline \neg q \end{array}$$

Dans la mesure où le français utilise parfois un simple « si... alors... » pour exprimer un sens biconditionnel, cette interprétation est parfois légitime. Par ailleurs, même là où la condition n'est effectivement pas strictement nécessaire, elle peut néanmoins être liée au conséquent par un lien de grande probabilité, qui rend l'inférence abductive globalement raisonnable à défaut d'être déductivement valide.

Les questions critiques liées à l'usage de ce schéma (et qui explorent les limites de sa validité) sont donc identiques à celles du *Modus Ponens*.

Incompatibilité avec disjonction inclusive

Une autre « erreur de raisonnement » traditionnellement qualifiée de sophisme réside dans la confusion de la disjonction inclusive et de la disjonction exclusive et dans l'usage illégitime du schéma d'*Incompatibilité sous forme disjonctive* avec la disjonction inclusive :

Exemple 3

Le meurtrier a les cheveux ondulés ou porte une longue barbe.	$p \vee q$
Or, (on a pu établir qu') il porte des cheveux ondulés.	p
Donc le meurtrier ne porte pas de longue barbe.	$\neg q$

Ce raisonnement est bien sûr incorrect... pour autant que la disjonction exprimée dans la première prémisse ait valeur inclusive et non exclusive. Car le raisonnement serait valide si la disjonction initiale était exclusive. L'essentiel de l'enjeu logique relatif à l'usage du schéma d'inférence de l'*Incompatibilité sous forme disjonctive* tient donc dans l'interprétation de la prémisse, laquelle peut être mise en évidence par la

Question critique :

- La disjonction exprimée exclut-elle que les deux termes puissent être simultanément vrais ?

FAUSSE ALTERNATIVE ET CONFUSION DE LA CONTRARIÉTÉ ET DE LA CONTRADICTION

Pour rappel, deux propositions sont dites être les « contradictoires » l'une de l'autre si elles sont la négation l'une de l'autre et ne peuvent donc ni être vraies ni être fausses en même temps ; si l'une est vraie, l'autre est fausse et si l'une est fausse, l'autre est vraie. Ainsi, les propositions « Tous les chemins mènent à Rome » et « Certains chemins ne mènent pas à Rome » sont des contradictoires car si « Tous les chemins mènent à Rome » est une proposition vraie, « Certains chemins ne mènent pas à Rome » est une proposition fausse, et



réci­proque­ment ; et si « Tous les chemins mènent à Rome » est une proposition fausse, « Certains chemins ne mènent pas à Rome » est une proposition vraie, et réci­proque­ment.

Deux propositions sont dites être les « con­traires » l’une de l’autre si elles ne peuvent être vraies en même temps (elles sont incompatibles) mais qu’elles peuvent être fausses en même temps (elles ne couvrent pas tout le champ des possibles) ; dès lors, si l’une est vraie, l’autre est fausse, mais si l’une est fausse, on ne sait pas nécessairement que l’autre est vraie. Ainsi, les propositions « Tous les chemins mènent à Rome » et « Aucun chemin ne mène à Rome » sont des con­traires car si « Tous les chemins mènent à Rome » est une proposition vraie, « Aucun chemin ne mène à Rome » est une proposition fausse ; mais si « Tous les chemins mènent à Rome » est une proposition fausse, « Aucun chemin ne mène à Rome » peut éga­le­ment être une proposition fausse.

On considère alors comme sophistique un raisonnement qui confond contrariété et contradiction et, dès lors, infère erronément la vérité d’une proposition à partir de la fausseté d’une proposition contraire.

Exemple 272

Il est faux que tous les chemins mènent à Rome.

Donc aucun chemin ne mène à Rome.

Ce sophisme menace souvent la stratégie argumentative que l’on appelle « *argument d’opposition* » et qui consiste à clarifier, voire à simplifier une problématique en l’organisant autour d’un ou de plusieurs couples de notions opposées (fin/moyen, conséquence/cause, relatif/absolu, subjectif/objectif, multiplicité/unité, individuel/universel, particulier/général, théorie/pratique, etc.²³⁰) pour ensuite plaider en faveur d’un des termes plutôt que l’autre. En particulier, il s’agit souvent de faire tourner tout le débat autour d’une question dont on laisse penser qu’elle ne peut être tranchée que dans un sens ou dans le sens opposé²³¹ :

Exemple 273

Il est faux que les femmes conduisent mieux que les hommes.

Donc les hommes conduisent mieux que les femmes.

Exemple 274

Nous ne devons pas juger règles et devoirs d’après les mœurs et les usages ;

nous devons juger usages et mœurs d’après les devoirs et les règles.

Exemple 275

Ce n’est pas le gouvernement qui dicte son comportement au peuple.

Donc c’est le peuple qui dicte son comportement au gouvernement.

Tous ces raisonnements, on le voit, reposent sur la supposition incorrecte que, étant incompatibles – si l’une d’elles est vraie, l’autre doit être fausse –, les deux propositions épuisent

230. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., p. 562.

231. Le sophisme « *ad ignorantiam* » envisagé plus haut peut être vu comme une version dialectique de ce même problème.

le champ des possibles, en sorte que si l'une d'elles est fausse, l'autre doit être vraie. Est alors implicitement utilisé le schéma d'inférence de l'*Alternative* :

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg p \\ \hline q \end{array}$$

Exemple 276

De deux choses l'une : soit vous étiez chez vous ce soir-là, soit vous étiez en train d'assassiner la victime.

Or, nous savons que vous n'étiez pas chez vous ce soir-là.

Donc vous étiez en train d'assassiner la victime.

Quoique déductivement valide, ce raisonnement pose problème parce qu'il exclut d'emblée (dès la première prémisse) toute tierce possibilité²³². La *Logique* de Port-Royal désigne sous le terme de « sophisme du dénombrement imparfait des branches de l'alternative » cette erreur qui consiste à négliger certaines possibilités qui, si on les prenait en considération, rendraient non concluant le syllogisme disjonctif :

Exemple 277

Dans le conflit qui les oppose, soit c'est George Bush qui a raison, soit c'est Ben Laden.

Or, les crimes odieux que Ben Laden revendique sont la preuve qu'il a tort.

Donc Bush a raison.

Exemple 278

On a pu montrer que tu n'étais pas responsable de ton malheur.

C'est donc quelqu'un d'autre qui l'est.

Exemple 279

Il faut tolérer les discours racistes.

On ne peut tout de même pas faire taire tout le monde.

Dans ces trois cas, d'autres possibilités ont été omises : un conflit où tous les protagonistes ont tort ; une situation malheureuse dont personne n'est responsable ; une censure ciblée sur certains types de discours et pas sur d'autres...

Le schéma d'inférence de l'*Alternative* peut également faire l'objet d'une utilisation répétée dans l'*Argument par division*, qui consiste à écarter une à une toutes les alternatives à une thèse pour montrer que cette dernière reste la seule possible²³³ :

Exemple 280

Les malfaiteurs disposaient manifestement d'informations qui ne peuvent provenir que d'une complicité interne à la banque.

Or, ni le directeur de l'agence, ni le conseiller en placement, ni le chef-guichetier, ni le guichetier n'ont pu avoir des contacts avec les malfaiteurs avant le hold-up.

232. Notons qu'on peut parfois imposer une fausse alternative par une question complexe : « Etes-vous démocrate ou républicain ? », « L'accord intervenu ce week-end est-il bon ou le gouvernement doit-il tomber ? », « Napoléon III : homme d'état éclairé ou proto-fasciste ? ».

233. Chaïm Perelman et Lucie Olbrechts-Tyteca, *La nouvelle rhétorique*, op. cit., pp. 316 et sq.



C'est donc le stagiaire qui leur a livré ces informations.

Or, une fois encore, bien que le raisonnement soit formellement valide, il importe de s'assurer que l'on a bien été exhaustif dans la formulation des différentes possibilités envisagées au départ, sans quoi on s'expose au sophisme du « dénombrement imparfait des branches de l'alternative ».

Tout cela indique qu'au-delà de la question purement formelle de la validité déductive du schéma de l'*Alternative*, son usage doit faire l'objet de précautions qui imposent notamment de distinguer entre contradictoires et contraires. Ces précautions apparaissent au travers de

Questions critiques :

- Les hypothèses qui sont distinguées et présentées comme branches (incompatibles) d'une alternative sont-elles les seules envisageables ou d'autres possibilités encore peuvent-elles être envisagées ?

VIOLATION DES LOIS DE DE MORGAN

Les lois de De Morgan pour la logique des propositions (p. 53) énoncent que nier une *conjonction* de propositions, ce n'est pas nier chacune d'entre elles, mais nier l'une *ou* l'autre ; et que nier une *disjonction* de propositions, ce n'est pas nier l'une ou l'autre d'entre elles, mais les *nier toutes les deux* :

$$\neg (A \wedge B) \leftrightarrow \neg A \vee \neg B$$

$$\neg (A \vee B) \leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$$

Violier ces lois, c'est croire, par exemple, que la forme $\neg (A \wedge B)$ équivaut à la forme $\neg A \wedge \neg B$ et inférer dès lors la seconde de la première dans un raisonnement :

Exemple 281

- Que, dans ce pays, la loi soit la même pour tous et la justice parfaitement impartiale, cela est faux.
- Donc vous dites qu'il est faux que, dans ce pays, la loi soit la même pour tous et qu'il est faux que, dans ce pays, la justice soit parfaitement impartiale.

Le législateur n'est pas à l'abri de ce type d'erreur logique. Ainsi, la formulation maladroite de l'article 1 de la loi du 27 juin 1921 sur les A.S.B.L. a permis une série d'argumentations abusives du genre suivant :

Exemple 282

L'A.S.B.L. est une association « qui ne se livre pas à des opérations industrielles ou commerciales, ou qui ne cherche pas à procurer à ses membres un gain matériel » (art. 1 L. 27 juin 1921).

Or, notre secte, bien qu'elle procure à certains de ses membres un gain matériel, n'oeuvre ni dans le secteur industriel ni dans le secteur commercial.

Donc notre secte peut revendiquer le statut d'A.S.B.L.

Il semble que l'intention du législateur ait été en fait d'exclure du statut de l'A.S.B.L. les groupements qui se livrent à des opérations industrielles ou commerciales *ou* qui cherchent à procurer à leurs membres un gain matériel. Cependant, la négation de la disjonction de

ces conditions n'équivaut pas à la disjonction de leurs négations. C'est un « et » qui aurait dû figurer dans la loi de 1921 ; la loi a d'ailleurs été modifiée en ce sens en 2002 ²³⁴.

S'il est donc bien possible de trouver des exemples de violation franche des lois de De Morgan, il faut cependant rester conscient que, dans la plupart des cas, l'inférence de la négation de la conjonction à la conjonction des négations est moins erronée que fondée sur une certaine interprétation d'expressions ambiguës. Qui affirme qu'« Il est faux que la loi soit la même pour tous et la justice parfaitement impartiale » veut en effet le plus souvent dire que chacune des deux prétentions est fausse. Dans cette interprétation, l'affirmation équivaut à la conjonction des négations et l'inférence de l'exemple 281 n'est qu'une reformulation de la prémisse. L'inférence n'est incorrecte qu'à condition d'interpréter littéralement l'affirmation de départ comme « Il est faux que “la loi est la même pour tous et la justice parfaitement impartiale” » et de la formaliser $\neg(p \wedge q)$. Mais toute la question de la validité du raisonnement porte précisément sur la question de savoir comment il faut entendre et formaliser l'affirmation de départ. Les inférences faisant intervenir des expressions dans lesquelles une négation porte sur une conjonction (ou une disjonction) doivent donc être soumises à la

Question critique :

- Est-ce l'affirmation conjonctive (ou disjonctive) dans son ensemble qui est niée ou la négation doit-elle être interprétée comme portant sur chacun des termes ?

VIOLATION DES LOIS DE DISTRIBUTION DES QUANTIFICATEURS

Comme nous l'avons vu dans le second chapitre de la première partie, les quantificateurs logiques, qui expriment les expressions « Tous », « Aucun » ou « Quelques » de la langue française, ne se distribuent pas n'importe comment sur les connecteurs de la logique des propositions.

En particulier, le quantificateur « Tous » ($\forall x$) se distribue sans difficulté sur la conjonction ($\wedge$), mais pas sur la disjonction ($\vee$). Dire que « Tous les étudiants sont majeurs et vaccinés », cela équivaut à dire que « Tous les étudiants sont majeurs et tous les étudiants sont vaccinés ». En revanche, dire que « Tous les étudiants sont en situation de réussite ou en situation d'échec », cela n'équivaut pas à dire que « Tous les étudiants sont en situation de réussite ou tous les étudiants sont en situation d'échec ».

À l'inverse, le quantificateur « Quelques » ($\exists x$) se distribue sans difficulté sur la disjonction ($\vee$), mais pas sur la conjonction ($\wedge$). Dire que « Certains étudiants sont mineurs ou certains étudiants sont non vaccinés », cela équivaut à dire que « Certains étudiants sont mineurs ou non vaccinés ». Par contre, dire que « Certains étudiants sont mineurs et certains étudiants sont non vaccinés », cela n'équivaut pas à dire que « Certains étudiants sont mineurs et non vaccinés ».

En langage formel, les lois de distribution des quantificateurs énoncent que :

$$\forall x (P(x) \wedge Q(x)) \leftrightarrow (\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x))$$

$$\exists x (P(x) \vee Q(x)) \leftrightarrow (\exists x P(x) \vee \exists x Q(x))$$

234. Cf. Art. 1, al. 3, de la loi du 27 juin 1921 accordant la personnalité civile aux associations sans but lucratif et aux établissements d'utilité publique (*M.B.*, 1er juillet 1921) ; Art. 5 de la loi du 2 mai 2002 sur les associations sans but lucratif, les associations internationales sans but lucratif et les fondations (*M.B.*, 11 décembre 2002).



En revanche, $\exists x (P(x) \wedge Q(x))$ n'est pas équivalent à $(\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x))$. Le raisonnement suivant n'est donc pas déductivement valide :

Exemple 283

On trouve dans cette institution des toxicomanes et des délinquants.

Il s'y trouve donc des toxicomanes délinquants.

Et $\forall x (P(x) \vee Q(x))$ n'est pas équivalent à $(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x))$. Le premier n'implique pas le second, de sorte que le raisonnement suivant n'est pas valide :

Exemple 284

Dans cette école, tous sont garçon ou fille.

Donc, dans cette école, tous sont des garçons ou tous sont des filles.

Ces deux raisonnements, cependant, ont peu de chance de tromper qui que ce soit. Le problème risque surtout de se poser dans les cas où l'on peut hésiter entre deux interprétations d'un même énoncé : « Les âmes périssent avec les corps ou leur survivent » doit-il être compris comme affirmant que « Toutes les âmes périssent ou survivent, c'est-à-dire que certaines d'entre elles périssent tandis que les autres survivent » $\forall x (P(x) \vee S(x))$ ou bien que « Toutes les âmes périssent ou toutes survivent » $(\forall x P(x) \vee \forall x S(x))$? En montrant que ces deux énoncés ne sont pas équivalents et que l'inférence du premier au second n'est pas déductivement valide, la logique formelle souligne en fait la nécessité d'être attentif à l'interprétation que l'on peut donner à des énoncés quotidiens, d'où pourraient être tirés diverses conséquences, dont certaines seraient sophistiquées.

Sur ce point, signalons encore d'autres manières d'interpréter des énoncés similaires. Remarquons tout d'abord qu'en vertu de l'opposition nette entre « garçon » et « fille » ou entre « périr » et « survivre », les énoncés précédents devaient en fait être entendus comme faisant intervenir des disjonctions exclusives plutôt qu'inclusives, ce qui toutefois ne change rien à ce qui en était dit, à savoir que l'interprétation avec le quantificateur non distribué n'équivaut pas avec l'interprétation avec quantificateur distribué. Dans certains cas, toutefois, on peut en outre hésiter entre la disjonction inclusive et la disjonction exclusive. « En janvier prochain, tous les employés auront droit à une voiture de société ou à un bonus » peut non seulement donner lieu à l'interprétation distribuée (« Tous auront droit à une voiture de société ou tous auront droit à un bonus ») ou à l'interprétation non distribuée (« Tous auront quelque chose : certains auront une voiture de société, les autres un bonus »), mais en outre chacune de ces deux interprétations laisse aussi place à une compréhension disjonctive inclusive ou exclusive : dans le premier cas, on distinguera alors « Soit tous auront une voiture, soit tous auront un bonus » $(\forall x V(x) \vee \forall x B(x))$ de « Tous auront une voiture ou tous auront un bonus et il se peut même que tous aient les deux » $(\forall x V(x) \vee \forall x B(x))$; dans le second, on distinguera « Tous auront quelque chose : certains une voiture, les autres un bonus » $\forall x (V(x) \vee B(x))$ de « Tous auront quelque chose : certains une voiture, les autres un bonus et certains auront peut-être même les deux » $\forall x (V(x) \vee B(x))$. Pire encore : nous avons vu que la phrase « Tous ont droit à la propriété individuelle ou collective » se prête à une interprétation supplémentaire encore, à savoir celle qui dirait que chacun aura lui-même le droit de choisir s'il souhaite la propriété individuelle ou la propriété collective ou éventuellement même les deux. Dans ce cas, avoir droit à l'un ou à l'autre revient en fait à avoir systématiquement droit aux deux et, parce qu'il est dans la portée de l'expression « droit à », le « ou » prend en fait le sens d'une conjonction...

On voit donc que les inférences faisant intervenir des expressions qui combinent quantificateurs et connecteurs propositionnels doivent s'assortir d'une investigation détaillée du sens exprimé dans les prémisses et dans la conclusion. C'est ce que font ressortir les

Questions critiques :

- Est-ce l'affirmation conjonctive (ou disjonctive) dans son ensemble qui est quantifiée ou la quantification doit-elle être interprétée comme portant sur chacun des termes ?
- En cas de disjonction, s'agit-il d'une disjonction exclusive ou inclusive ? ou même d'une conjonction ?

INVERSION DE L'ORDRE DES QUANTIFICATEURS

Comme nous l'avons également vu dans le second chapitre de la première partie, l'ordre des quantificateurs d'un énoncé prédicatif n'est généralement pas indifférent. Ainsi, $\forall x \exists y P(x,y)$ et $\exists y \forall x P(x,y)$ ne sont pas équivalents. Dès lors, le raisonnement suivant n'est pas valide :

Exemple 285

Tout nombre naturel est tel qu'il y a au moins un nombre plus grand que lui.
Donc il y a un nombre plus grand que tous les nombres naturels.

Exemple 286

Tout le monde doit de l'argent à quelqu'un.
Donc il y a quelqu'un à qui tout le monde doit de l'argent.

Avant de qualifier de « sophisme » toute inférence qui suit un tel schéma, il importe cependant de souligner l'ambiguïté, en français, d'une expression telle que « Tout le monde doit de l'argent à quelqu'un ». Dans certains contextes, en effet, cette phrase peut être utilisée pour exprimer que tout le monde doit de l'argent à quelqu'un de particulier (dont on ne donne pas le nom mais qui est bien le créancier commun de tous), auquel cas la phrase devient alors équivalente à « Il y a quelqu'un à qui tous doivent de l'argent » et le « raisonnement » – plutôt une simple reformulation – devient parfaitement valide.

Ici encore, lorsqu'il s'agit de raisonner sur des propositions comportant plusieurs quantificateurs enchâssés, il convient de jeter un regard particulier sur l'interprétation qu'il convient de donner à de telles propositions, ce que permettent notamment de faire les

Questions critiques :

- L'individu/l'objet avec lesquels tous les individus/objets sont en relation est-il le même pour tous ou est-il différent d'un individu/objet à l'autre ?



Critique d'un raisonnement et contre-argumentation

Dans cet ouvrage, on s'est intéressé à une multitude d'aspects très divers (formels, linguistiques, topiques, rhétoriques, dialectiques...) des exigences rationnelles pesant sur les argumentations quotidiennes.

Cela veut dire qu'il est généralement possible d'évaluer un raisonnement à plusieurs niveaux et qu'une critique logique un peu fine suppose de combiner mais aussi d'ordonner ces différentes analyses pour, le cas échéant, en pointer prioritairement les défauts principaux avant de s'attacher aux aspects moins problématiques²³⁵.

Parce qu'elle doit mettre en œuvre un certain nombre de raisons de douter de tel ou tel pré-supposé du raisonnement analysé, la critique d'un raisonnement est elle-même généralement une démarche argumentative et elle doit donc, à son tour, se soumettre aux exigences logiques présentées ici²³⁶.

Par ailleurs, chaque auteur d'une argumentation doit se soumettre à l'obligation dialectique de répondre aux – voire d'anticiper les – objections adressées à l'encontre de ses arguments, à commencer par les objections les plus fortes²³⁷.

235. Ralph Johnson R., *The Rise of Informal Logic*, op. cit., p. 70 ; *Manifest Rationality*, op. cit., pp. 222, 241, 247.

236. Par exemple, accuser un adversaire de commettre un sophisme de l'homme de paille exige des arguments, qui peuvent à leur tour être soumis à des questions critiques (Chris Tindale, *Fallacies and Argument Appraisal*, op. cit., p. 26).

237. J.A. Blair and R. Johnson (eds.), *Conductive Argument*, op. cit., p. 60.



EXERCICES

Vous trouverez les corrigés de ces exercices dans la version numérique de l'ouvrage (NOTO).²³⁸

Exercices 1	Exercices sur la structure des raisonnements	241
Exercices 2	Exercices sur la logique des propositions	243
Exercices 3	Exercices sur la logique des prédicats	259
Exercices 4	Exercices sur l'argumentation	273

238. Les modalités d'accès à la version numérique sont indiquées au verso de la couverture.



Exercices sur la structure des raisonnements

Vous trouverez les corrigés de ces exercices dans la version numérique de l'ouvrage (NOTO).²³⁹

*Dégagez la structure des raisonnements suivants en présentant les rapports entre leurs prémisses et leur conclusion sous la forme d'un diagramme*²⁴⁰.

- a) ① Bien que je devrais prendre un peu de repos,
 ② je pense quand même qu'il est mieux de ne pas partir en vacances,
 ③ sinon je ne finirai pas ma thèse dans les temps.
- b) ① Mrs. Wilson exigeait que la totalité de son patrimoine aille à des œuvres.
 ② Donc sa fille n'héritera probablement rien de sa mère,
 ③ à moins que Mrs. Wilson ait exprimé une volonté ultérieure léguant une part du patrimoine à sa fille.
 ④ Mais Mrs. Wilson n'a pas exprimé de volonté ultérieure ;
 ⑤ aucun document de ce type n'a pu être trouvé en dépit d'une recherche approfondie dans ses effets personnels.
- c) – ① Il y a du sang sur le manteau de cet homme.
 ② Donc il était vraisemblablement impliqué lorsque la victime a été poignardée à mort.
 – ③ Non, son manteau a été taché quand il a abattu un poulet.
 – ④ Il n'a pas abattu de poulet ;
 ⑤ Son voisin témoigne qu'il n'en élève pas.
 – ⑥ Alors, son manteau a été taché par son nez qui saignait.
 – ⑦ Son nez n'a pas saigné ;
 ⑧ un médecin l'a examiné et certifie qu'il ne souffre d'aucune faiblesse.

239. Les modalités d'accès à la version numérique sont indiquées au verso de la couverture.

240. Raisonnements respectivement tirés de A.F. Snoeck Henkemans, « The analysis of dialogical elements in argumentative texts », in *Proceedings of the Fifth Conference of the International Society for the Study of Argumentation*, Amsterdam, Sic Sat, 1991, p. 367, et de James Freeman, *Argument Structure : Representation and Theory*, Dordrecht, Springer, 2011, pp. 25, 32-33 (à partir d'un argument de Quintilien), 215, 26-27.



Exercices

- d) ① Mrs. Jones s'est montré être une administratrice très compétente.
② Elle a plus d'expérience que n'importe lequel de ses rivaux dans la compétition pour la présidence
③ et elle est la candidate la plus combative.
④ Donc elle est sans doute la meilleure candidate pour concourir pour la présidence l'année prochaine,
⑤ à moins qu'elle ait commis une erreur de jeunesse ou
⑥ que les affaires prétendument douteuses de son mari aient mis en question son intégrité,
⑦ Mais une enquête rétrospective approfondie retournant à ses études universitaires indique qu'elle a toujours été irréprochable
⑧ et, comme même les médias l'admettent aujourd'hui, les allégations contre son mari sont des rumeurs, rien de plus.
- e) ① L'accusé est vraisemblablement coupable d'avoir cambriolé la banque.
② En effet, il devait payer ses dettes de jeu.
③ Des témoins sous serment attestent qu'il avait parlé de voler de l'argent.
④ Il possédait un pistolet et un masque de ski.
⑤ Il savait, par un ami, que la banque était souvent déserte en début d'après-midi.
⑥ La plupart des billets volés ont été trouvés dans son garage.
⑦ Certes, des témoins attestent que l'accusé était ailleurs au moment du cambriolage,
⑧ mais il apparaît qu'ils ont récemment reçu de l'argent de l'accusé.

Exercices 2



Exercices sur la logique des propositions

Vous trouverez les corrigés de ces exercices dans la version numérique de l'ouvrage (NOTO).²⁴¹

Introduction	244
Logique ancienne : Mégariques et Stoïciens	244
Logique contemporaine	245

241. Les modalités d'accès à la version numérique sont indiquées au verso de la couverture.



Introduction

VALIDITÉ DÉDUCTIVE

Lorsque nous parlerons de « validité » dans les exercices relatifs à cette première partie de l'ouvrage, il s'agira toujours de validité formelle et déductive.

1. *Lesquelles de ces affirmations sont-elles exactes ?*
 - a) Il y a des raisonnements valides dont les conclusions sont vraies.
 - b) Il y a des raisonnements valides dont les conclusions sont fausses.
 - c) Il y a des raisonnements non-valides dont les conclusions sont vraies.
 - d) Il y a des raisonnements non-valides dont les conclusions sont fausses.
 - e) Tous les raisonnements valides dont les prémisses sont vraies mènent à une conclusion vraie.
 - f) Tous les raisonnements valides dont les prémisses sont fausses mènent à une conclusion fausse.
 - g) Tous les raisonnements non valides dont les prémisses sont vraies mènent à une conclusion fausse.
 - h) Tous les raisonnements qui mènent de prémisses vraies à une conclusion vraie sont valides.
 - i) Tous les raisonnements qui mènent de prémisses vraies à une conclusion fausse sont non valides.

A

Logique ancienne : Mégariques et Stoïciens

PROPOSITIONS ET SCHÉMAS D'INFÉRENCE PROPOSITIONNELS

2. *Parmi ces expressions, lesquelles sont des propositions simples, lesquelles sont des propositions complexes et lesquelles sont des raisonnements ?*
 - a) Donne-moi ce livre
 - b) Le chien de ma voisine est un épagneul
 - c) Cet étudiant a réussi tous ses examens, et est dès lors admis dans l'année supérieure
 - d) Depuis 1968, il est interdit d'interdire
 - e) Jean est paresseux mais intelligent
 - f) Il neigeait sur Paris le 25 décembre 2008
 - g) Le prochain Président des États-Unis sera soit un républicain soit un démocrate
 - h) La somme des angles d'un triangle est égale à deux droits
 - i) S'il fait chaud à Noël, il gèlera à Pâques (Noël au balcon, Pâques au tison)
 - j) As-tu vu la vache aux yeux bleus ?
 - k) Cet homme est mon grand-père, car il est le frère de ma mère
 - l) Vert est ou

LES SCHÉMAS D'INFÉRENCE STOÏCIENS

3. Reformulez les propositions suivantes en utilisant les termes « condition nécessaire » et/ou « condition suffisante » :

Exemple : « Qui vole un œuf vole un bœuf »

Devient « Voler un œuf est une condition suffisante pour voler un bœuf »

- a) Il n'y a pas de réussite sans travail
- b) Le travail mène nécessairement à la réussite
- c) Il ne faut pas nécessairement travailler pour réussir
- d) Il ne suffit pas de travailler pour réussir
- e) Être aimé suppose d'être aimable
- f) On ne peut être aimable si l'on n'est pas aimé
- g) Ce n'est pas parce que l'on est aimable que l'on est aimé
- h) Qu'on soit aimé n'implique pas nécessairement qu'on soit aimable
- i) Nous ne sortirons d'ici que sous la contrainte
- j) « La chance ne sourit qu'aux esprits bien préparés » (Louis Pasteur)

B Logique contemporaine

LES CONNECTEURS VÉRIFONCTIONNELS

4. Dressez la table de vérité des 16 connecteurs vérifonctionnels binaires, puis, dans la mesure du possible, trouvez pour chacun d'eux une tournure du langage quotidien, éventuellement complexe, qui exprime ce lien logique.
5. Étant donné ce que vous savez de la valeur de vérité des propositions simples qui les composent, lesquels de ces énoncés complexes sont-ils (vérifonctionnellement) vrais ?
- a) Soit les poules ont des dents soit une semaine comporte quatre jeudis.
 - b) Madrid est en Afrique ou est la capitale du Royaume Uni.
 - c) La scie est un outil, mais la pie n'en est pas un.
 - d) Paris est la capitale de la France si 3 est un nombre pair et 4 un nombre premier.
6. Lesquels de ces énoncés complexes sont-ils (vérifonctionnellement) vrais ?
- a) Si Socrate vit toujours, l'homme est immortel.
 - b) Aristote n'est pas le maître de Platon, qui est au contraire le maître d'Aristote.
 - c) Il est faux qu'Aristote et Socrate soient des disciples de Platon.
 - d) Ni Aristote ni Socrate ne sont disciples de Platon.
 - e) Aristote a conçu le célèbre « mythe de la caverne » si et seulement si il est l'auteur du dialogue *La République*.

Pour information : Socrate fut le maître de Platon, qui fut lui-même le maître d'Aristote. *La République*, qui contient le « mythe de la caverne », est un dialogue de Platon.



Exercices

7. Classez les propositions complexes suivantes de la plus probablement vraie à la moins probablement vraie :
- a) Si l'âme est d'essence divine, elle est éternelle.
 - b) L'âme est éternelle et d'essence divine.
 - c) L'âme est éternelle, qu'elle soit ou non d'essence divine.
 - d) Qu'elle soit ou non d'essence divine, l'âme est ou n'est pas éternelle.
 - e) Qu'elle soit ou non d'essence divine, l'âme est et n'est pas éternelle.
8. Classez les propositions complexes suivantes de la plus probablement vraie à la moins probablement vraie :
- a) L'informatique facilite la comptabilité ou la gestion
 - b) L'informatique facilite la comptabilité mais aussi la gestion
 - c) L'informatique facilite la comptabilité et facilite ou non la gestion
 - d) L'informatique facilite la comptabilité si et seulement si elle la complique

LA FORMALISATION : PASSAGE DU LANGAGE ORDINAIRE AU LANGAGE LOGIQUE

9. Dans la liste ci-dessous, repérez les expressions de langage symbolique mal formées :
- a) r
 - b) $\neg p$
 - c) $\vee p$
 - d) $p \neg q$
 - e) $p q$
 - f) $p \vee \neg q$
 - g) $p \vee r q$
 - h) $p \vee r \wedge q$
 - i) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$
 - j) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$
 - k) $p \wedge (q \Leftrightarrow$
10. Formalisez les phrases de l'exercice 3 sur les conditions nécessaires et suffisantes.
11. Avec p : « Nietzsche a raison » et q : « Dieu est mort », exprimez en français les formules suivantes :
- a) $p \Rightarrow q$
 - b) $q \Rightarrow p$
 - c) $\neg p \Rightarrow \neg q$
 - d) $\neg q \Rightarrow \neg p$
- Nous verrons que ces formules sont logiquement équivalentes deux à deux. En vous aidant de leur expression en français, pouvez-vous identifier les deux paires de formules logiquement équivalentes (c'est-à-dire vraies dans les mêmes conditions) ?
12. Traduisez en langage logique :
- a) Monsieur X. est bête et méchant.
 - b) Il est faux que Monsieur X. soit bête et méchant.

- c) Monsieur X. est bête, mais il n'est pas méchant.
- d) Monsieur X. n'est ni bête ni méchant.
- e) Monsieur X. est bête et méchant, mais il a droit à la liberté et à la sûreté de sa personne.
- f) Ou bien Monsieur X. ment et il est bon comédien, ou bien il ne sait rien.
- g) Je me rendrai à la réception à condition que Monsieur X. n'y soit pas.
- h) Je ne me rendrai pas à la réception à moins que Monsieur X. y soit.
- i) Les militants du parti n'attendent pas des idées mais des projets bien ficelés.
- j) Si j'étais francophone, je ne rejetterais pas la circulaire.
- k) Je conteste que je rejetterais forcément la circulaire si j'étais francophone.
- l) Les étudiants qui ont choisi l'orientation « philosophie des sciences » prendront soit le cours de physique, soit le cours de mathématique, soit les deux.
- m) L'examen n'aura pas lieu un dimanche ou un jour férié, ni avant 8h ou après 20h.
- n) J'ai passé un examen sans stresser.
- o) Bien que j'aie déjà réussi plusieurs examens, je n'ai pas encore réussi ma session.
- p) La compagnie n'interviendra que si l'assuré est à l'étranger.
- q) La compagnie interviendra si l'assuré est à l'étranger et seulement dans ce cas.
- r) La compagnie interviendra même si l'assuré est à l'étranger.
- s) Monsieur X. ne falsifie pas sa déclaration de revenus sans s'exposer à un redressement fiscal voire risquer une amende.
- t) Pour que vous puissiez prétendre être le père de l'enfant de cette dame, il est nécessaire que vous ayez signé avec elle une reconnaissance de paternité à moins que vous ne soyez son mari.

13. Avec p : « Le débiteur est riche », q : « Le débiteur est insolvable », r : « Le créancier rentre dans ses frais », s : « Le créancier rembourse les dettes que lui-même a contractées », t : « Le créancier fait faillite », formalisez :

- a) « Loin d'être riche, le débiteur est insolvable »
- b) « Le débiteur n'est pas riche, mais pas non plus insolvable »
- c) « Si le débiteur est riche, il n'est pas insolvable, et réciproquement »
- d) « Le créancier ne rentrera pas dans ses frais et fera faillite si le débiteur est insolvable »
- e) « Si le débiteur est riche et que le créancier rentre dans ses frais, ce dernier remboursera les dettes qu'il a lui-même contractées »
- f) « Il faut que le débiteur soit riche pour que le créancier rentre dans ses frais »
- g) « Selon que le débiteur est riche ou insolvable, le créancier rentrera ou non dans ses frais »
- h) « Qu'il rentre ou non dans ses frais, le créancier remboursera les dettes que lui-même a contractées »
- i) « Il n'y a pas de faillite de créancier sans débiteur insolvable »
- j) « La richesse du débiteur ne garantit pas pour autant le remboursement des dettes contractées par le créancier »
- k) « Si le débiteur est insolvable, alors le créancier fera faillite s'il rembourse les dettes que lui-même a contractées »
- l) « Une faillite du créancier l'empêcherait de rembourser ses propres dettes »
- m) « Si le créancier ne rentre pas dans ses frais, alors ou bien il ne rembourse pas ses propres dettes ou bien il fait faillite (mais pas les deux) »
- n) « S'il rentre dans ses frais, le créancier remboursera ses propres dettes sans faire faillite »

Avec les mêmes p , q , r , s et t , exprimez en français les formules suivantes :

- o) $p \vee q$



Exercices

- p) $r \Leftrightarrow \neg q$
- q) $\neg t \Rightarrow r$
- r) $r \wedge \neg s$
- s) $(p \Rightarrow r) \wedge \neg(q \Rightarrow t)$
- t) $(s \vee \neg s) \Rightarrow t$
- u) $(p \wedge r) \vee t$

TABLES DE VÉRITÉ

- 14.** a) En prenant pour p : « La garde de l'enfant est retirée aux parents » et pour q : « On désigne pour l'enfant un tuteur extérieur à la famille », distinguez $\neg(p \vee q)$ et $\neg p \vee q$ en les formulant verbalement. Dans quels cas les deux formules ont-elles même valeur de vérité ?
- b) Y a-t-il des circonstances dans lesquelles les formules $\neg(p \vee q)$, $\neg p \vee q$, $p \vee \neg q$ et $\neg p \vee \neg q$ se révèlent toutes vraies ? Énoncez ces circonstances ²⁴¹.
- 15.** Formalisez l'énoncé suivant : « L'entreprise emploie de la main d'œuvre non déclarée et exerce une concurrence déloyale si et seulement si elle emploie de la main d'œuvre non déclarée ou fait sauter ses amendes lorsqu'elle est contrôlée », puis déterminez la valeur de vérité de cet énoncé dans les cas suivants :
- a) l'entreprise emploie de la main d'œuvre non déclarée et elle exerce une concurrence déloyale, mais elle n'est pas contrôlée et elle ne fait pas sauter ses amendes ;
 - b) l'entreprise exerce une concurrence déloyale et elle est contrôlée, mais elle n'emploie pas de main d'œuvre non déclarée et elle ne fait pas sauter ses amendes.
- 16.** Le tableau suivant communique trois informations sur les huit planètes du système solaire ²⁴² :

Planète	Composition	Nombre de satellites naturels connus	Période de révolution (en jours terrestres)
Mercure	tellurique	0	88 jours
Venus	tellurique	0	225 jours
La Terre	tellurique	1	365 jours
Mars	tellurique	2	687 jours
Jupiter	gazeuse	63	4335 jours
Saturne	gazeuse	60	10758 jours
Uranus	gazeuse	27	30708 jours
Neptune	gazeuse	13	60225 jours

Formalisez les propositions complexes suivantes puis déterminez leur valeur de vérité à partir des informations fournies dans le précédent tableau :

- a) Si Mars comporte plus de 10 satellites naturels, la Terre aussi

241. D'après W. V. O. Quine, *Méthodes de logique*, Paris, Armand Colin, 1972, p. 24.

242. Inspiré de Thierry Lucas, *Initiation à la logique formelle*, Bruxelles, De Boeck, 2007, pp. 107-109.

- b) Si la Terre comporte plus de 10 satellites naturels, Mars aussi
- c) Mercure ou Venus a une période de révolution de plus d'un an terrestre
- d) Saturne comporte plus de 10 satellites naturels si et seulement si sa période de révolution est longue de plus de dix ans terrestres
- e) Neptune est tellurique ou comporte plus de 10 satellites naturels ; en outre, sa période de révolution est longue de plus de dix ans terrestres
- f) Si Mars est soit gazeuse soit tellurique, alors la Terre comporte plus de 10 satellites naturels ou sa période de révolution est longue de plus de dix ans
- g) Ni Saturne ni Jupiter ne sont des planètes telluriques à moins qu'Uranus le soit également
- h) Il faut que Mercure soit tellurique pour qu'elle comporte plus de 10 satellites naturels
- i) Il suffit que Mercure soit tellurique pour qu'elle comporte plus de 10 satellites naturels

17. *Formalisez les propositions complexes suivantes et indiquez pour quelles planètes elles sont vraies et pour quelles planètes elles sont fausses (on suppose que ces phrases sont prononcées par un habitant de chacune des planètes) :*

- a) Ma planète est gazeuse, mais comporte plus de 50 satellites naturels.
- b) Ma planète est tellurique sans satellite naturel.
- c) Si ma planète est tellurique, sa période de révolution est longue de plus d'un an terrestre.
- d) Soit ma planète est gazeuse, soit elle est tellurique.
- e) Une seule de ces deux choses est vraie : soit ma planète ne comporte pas de satellite naturel soit sa période de révolution est longue de moins de 10 ans terrestres.
- f) Ma planète comporte un ou plusieurs satellites naturels si et seulement si elle est gazeuse
- g) Si ma planète comporte plus de cinquante satellites naturels et que sa période de révolution est longue de plus de 10 ans terrestres, alors elle est gazeuse
- h) Si ma planète est gazeuse, elle comporte plus de cinquante satellites naturels et sa période de révolution est longue de plus de 10 ans terrestres
- i) Ma planète est tellurique ou comporte plus de cinquante satellites naturels si et seulement si elle comporte plus de cinquante satellites naturels et sa période de révolution est inférieure à 10 ans terrestres.

18. *Après avoir exposé tour à tour leurs thèses sur le rôle de la logique en science, Aristote, Bolzano et Carnap tirent les conclusions suivantes²⁴³ :*

Aristote : Ma thèse est fausse si et seulement si une et une seule des deux vôtres est vraie

Bolzano : Si ma thèse est vraie, l'un de vous au moins défend également une thèse vraie

Carnap : Nos trois thèses sont incompatibles

En prenant « a », « b » et « c » pour les thèses de ces trois philosophes et

« A », « B » et « C » pour leurs conclusions suite à la discussion,

construisez la table de vérité de ces conclusions et répondez aux questions suivantes en précisant chaque fois le(s) numéro(s) de la ou des ligne(s) du tableau dont vous tirez votre réponse :

243. Inspiré de Stephen Kleene, *Logique mathématique*, Paris, Armand Colin, 1971, p. 75.



Exercices

- a) si les trois thèses philosophiques sont vraies, qui tire une conclusion erronée ?
- b) si les trois thèses philosophiques sont fausses, qui tire une conclusion erronée ?
- c) si la thèse d'Aristote est fausse, qui tire toujours une conclusion vraie ?
- d) si les trois philosophes tirent une conclusion correcte, qui défend forcément une thèse fausse ?
- e) qui tire forcément une conclusion correcte s'il défend une thèse fausse ?
- f) qui tire forcément une conclusion correcte si les conclusions des deux autres sont erronées ?
- g) si on suppose que les meilleurs philosophes sont aussi les meilleurs logiciens (c'est-à-dire que celui qui défend des thèses philosophiques exactes tire aussi de bonnes conclusions et que celui qui défend des thèses fausses tire aussi de mauvaises conclusions), qui sont les bons philosophes ?

TAUTOLOGIES

- 19.** *En niant une tautologie, obtient-on nécessairement une contradiction ? Et qu'obtient-on en niant une proposition complexe qui n'est ni tautologique ni contradictoire ?*
- 20.** *Identifiez les formules valides et les formules inconsistantes parmi les formules suivantes. À chaque fois, essayez de poser un verdict avant de le vérifier au moyen des tables de vérité. Vous verrez que l'intuition est parfois trompeuse.*
- a) $[(p \Rightarrow q) \wedge \neg p] \Rightarrow \neg q$
 - b) $[(p \Leftrightarrow q) \wedge q] \Rightarrow p$
 - c) $[(p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$
 - d) $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$
 - e) $[p \vee (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$
 - f) $[(p \wedge q) \Rightarrow r] \Leftrightarrow [(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)]$
 - g) $\{[(\neg p \wedge \neg q) \Rightarrow r] \wedge [(p \vee q) \Rightarrow s]\} \Rightarrow (r \vee s)$
 - h) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$
 - i) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$
 - j) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$
 - k) $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
 - l) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg p \Rightarrow \neg q)$
 - m) $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow p] \Rightarrow p$
 - n) $(\neg p \vee q) \wedge (p \wedge \neg q)$
 - o) $(p \wedge q) \Rightarrow (q \vee r)$
 - p) $(p \wedge \neg p) \vee (q \wedge \neg q)$
 - q) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(q \Rightarrow m) \Rightarrow (p \Rightarrow m)]$
 - r) $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
 - s) $\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
 - t) $(p \Leftrightarrow q) \vee (p \Leftrightarrow \neg q)$
 - u) $(p \Leftrightarrow q) \vee (q \Leftrightarrow r) \vee (p \Leftrightarrow r)$
 - v) $(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)$
- 21.** *Évaluez la validité déductive des schémas de raisonnement suivants par les tableaux de vérité :*

- a) $\neg(p \wedge r)$
Donc $\neg r$
- b) $p \Rightarrow (q \vee r)$
Or $\neg(q \wedge r)$
Donc $\neg p$
- c) $(p \wedge r) \Rightarrow q$
Or $q \Rightarrow (p \wedge q)$
Donc $p \Leftrightarrow q$
- d) $q \Rightarrow p$
Or $r \Rightarrow s$
Et $\neg q \wedge r$
Donc $p \vee s$

22. *Formalisez les raisonnements suivants puis vérifiez leur validité déductive par la méthode des tableaux de vérité :*

- a) Si le contrat n'est pas signé ou les conditions de l'accord pas respectées, les deux parties sont déliées de tout engagement.
Or, les conditions de l'accord sont respectées.
Et le contrat est signé.
Les deux parties ne sont donc pas déliées de tout engagement.
- b) Que votre inondation soit causée par des eaux montantes ou des eaux descendantes, notre assurance « dégât des eaux » intervient.
Donc si votre inondation est causée par des eaux montantes, notre assurance « dégât des eaux » intervient.
- c) Si les époux étaient mariés sous le régime de la séparation des biens et si une disposition testamentaire particulière en faveur de la veuve n'avait pas été actée, les enfants sont les principaux héritiers du défunt.
Or, les enfants ne sont pas les principaux héritiers du défunt.
Donc, les époux n'étaient pas mariés sous le régime de la séparation des biens ou alors une disposition testamentaire particulière en faveur de la veuve avait été actée.
- d) Si vous avez deux enfants à charge et que vos revenus nets n'excèdent pas le montant de 10.000 € par an, vous entrez dans les conditions d'admission dans les habitats sociaux.
Donc, si vous n'entrez pas dans les conditions d'admission dans les habitats sociaux, c'est que vous n'avez pas deux enfants à charge ou que vos revenus nets excèdent le montant de 10.000 € par an.
- e) Israël ne cessera pas ses bombardements si le Hezbollah ne cesse pas ses tirs de roquettes.
Or, une de ces deux choses au moins est sûre : le Hezbollah cessera ses tirs de roquettes ou Israël ne cessera pas ses bombardements.
Donc Israël cessera ses bombardements si et seulement si le Hezbollah cesse ses tirs de roquettes.
- f) La philosophie analytique a été profondément modifiée par Wittgenstein ou par Quine, au moins l'un des deux.



Exercices

Or, si Wittgenstein ou Ryle ont profondément modifié la philosophie analytique, alors Quine l'a fait aussi.

Et si Quine ou Ryle ont profondément modifié la philosophie analytique, alors Wittgenstein l'a fait aussi.

Donc Wittgenstein et Quine ont profondément modifié la philosophie analytique.

g) À la soirée des Enfoirés pour les Restos du Cœur :

Si Vanessa Paradis est présente, c'est qu'elle est accompagnée de Leforestier ou de Souchon.

Leforestier n'est jamais là en même temps que Garou.

Garou et Souchon ne viennent pas ensemble sans que Cabrel se joigne à eux.

Si Cabrel est invité, Mauranne ne vient pas.

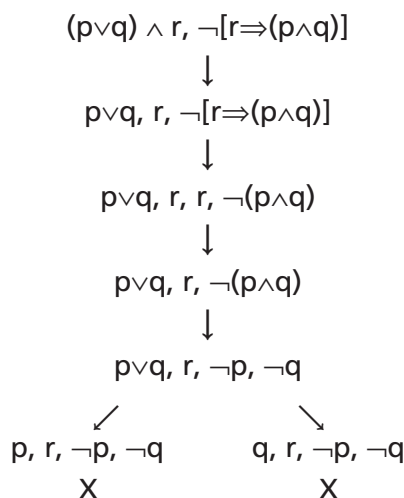
Or, cette année, Mauranne et Garou étaient aux Enfoirés.

Donc Vanessa Paradis n'était pas présente.

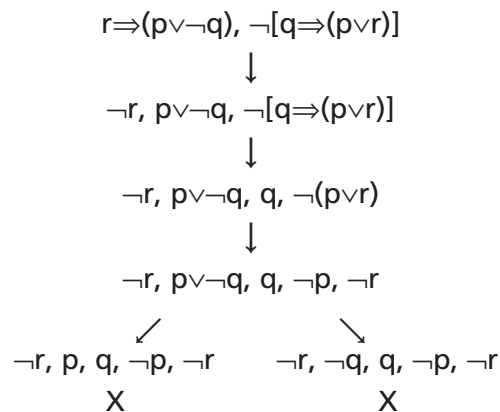
- 23.** Avec : p : « L'attentat de Madrid a été perpétré par Al-Qaida »,
 q : L'attentat de Madrid a été perpétré par l'ETA » et
 r : « Il y a des connexions entre Al-Qaida et l'ETA »,
 exprimez en français les raisonnements qui sont symbolisés dans les formules suivantes, puis étudiez leur validité par les tables de vérité :
- a) $\{(p \vee q) \wedge [q \Leftrightarrow (p \wedge r)]\} \Rightarrow (q \vee \neg r)$
 b) $\{(p \vee q) \wedge [(p \wedge q) \Rightarrow r]\} \Rightarrow r$

TABLEAUX SÉMANTIQUES

- 24.** Le tableau sémantique suivant conclut à tort à la validité de $[(p \vee q) \wedge r] \Rightarrow [r \Rightarrow (p \wedge q)]$, et ce parce qu'une de ses étapes est incorrecte. Repérez cette erreur et indiquez quel aurait dû être à cette étape le développement correct du tableau.



- 25.** Le tableau sémantique suivant établit à tort la validité de $[r \Rightarrow (p \vee \neg q)] \Rightarrow [q \Rightarrow (p \vee r)]$, et ce parce qu'une de ses étapes est incorrecte. Repérez cette erreur et indiquez quel aurait dû être à partir de cette étape le développement correct du tableau.



26-27-28-29. Reprenez les exercices 20, 21, 22 et 23 en vous appuyant sur les tableaux sémantiques. Dans bien des cas, cette méthode est plus rapide que celle des tables de vérité.

30. Formalisez le raisonnement suivant dans le langage symbolique des propositions, puis étudiez sa validité par la méthode des tableaux sémantiques :

Si les étudiants ne jugent pas le cours intéressant ou s'ils ne réussissent pas massivement l'examen, alors le professeur de logique n'est pas heureux.

Par ailleurs, on ne peut avoir à la fois des étudiants qui jugent le cours intéressant, un taux de réussite élevé à l'examen et un professeur de logique triste.

Donc le professeur de logique est heureux si et seulement si les étudiants jugent le cours intéressant et réussissent massivement l'examen.

31. Avec : p : « Vous avez deux enfants à charge »,
 q : « Vos revenus nets excèdent le montant de 10.000 € par an »
 r : « Vous êtes déchargé de tout impôt sur le revenu »
 s : « Vous entrez dans les conditions d'admission dans les habitats sociaux »,
 exprimez en français les raisonnements qui sont symbolisés dans les formules suivantes puis vérifiez leur validité par la méthode des tableaux sémantiques :

- $\{[(p \wedge \neg q) \Rightarrow r] \wedge (r \Rightarrow s)\} \Rightarrow [\neg s \Rightarrow (\neg p \vee q)]$
- $\{[(p \wedge \neg q) \Rightarrow (r \vee s)] \wedge (p \wedge q)\} \Rightarrow (\neg r \wedge \neg s)$
- $\{[s \Leftrightarrow (p \wedge \neg q)] \wedge (r \Rightarrow \neg q) \wedge (r \wedge \neg s)\} \Rightarrow (\neg q \wedge \neg p)$

32. Formalisez les trois énoncés suivants dans le calcul des propositions et montrez par un tableau sémantique qu'on peut inférer l'un d'entre eux des deux autres par un raisonnement valide :

L'homme est libre si et seulement il échappe au déterminisme de la nature ou s'autodétermine.

L'homme est libre et s'autodétermine seulement s'il échappe au déterminisme de la nature.

L'homme n'est pas libre s'il s'autodétermine.

ÉQUIVALENCE ET IMPLICATION

33. Déterminez quels sont les rapports de conséquence logique entre les formules des séries suivantes :



Exercices

- a) $p \wedge q$ $p \vee q$ $p \vee q$ $p \Rightarrow q$ $p \Leftrightarrow q$
b) $\neg(p \wedge q)$ $\neg p \wedge q$ $p \wedge \neg q$ $\neg p \wedge \neg q$
c) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$

34-35. Pour les exercices 7 et 8, montrez que les formules les plus probables sont des conséquences logiques des formules les moins probables.

36. Les tautologies sont-elles toutes logiquement équivalentes entre elles ?

37. Montrez que l'on peut trouver, parmi les quatre formules de l'exercice 11, deux couples de formules logiquement équivalentes.

38. Au(x)quel(s) des énoncés suivants l'énoncé « Pour être scientifique, une théorie doit être réfutable » est-il équivalent ?

- a) Si une théorie est scientifique, elle est réfutable.
- b) Si une théorie est réfutable, elle est scientifique.
- c) La réfutabilité d'une théorie est une condition nécessaire de sa scientificité.
- d) Une théorie est scientifique seulement si elle est réfutable.
- e) Si une théorie n'est pas réfutable, elle n'est pas scientifique.
- f) Il suffit qu'une théorie soit réfutable pour être scientifique.

39. Les paires de propositions suivantes sont-elles logiquement équivalentes ?

- a) Il suffit que la conscience soit essentiellement subjective pour que ce ne soit pas une propriété de la matière cérébrale.

Que la conscience soit une propriété de la matière cérébrale est incompatible avec le fait qu'elle soit essentiellement subjective.

- b) Si l'homme a été créé par Dieu le sixième jour, il ne descend ni du singe ni de l'australopithèque.

Si l'homme a été créé par Dieu le sixième jour, il ne descend pas du singe et si l'homme a été créé par Dieu le sixième jour, il ne descend pas non plus de l'australopithèque.

- c) Si l'homme est un produit de l'évolution darwinienne des espèces, il descend du singe ou de l'australopithèque.

L'homme descend du singe s'il est un produit de l'évolution darwinienne des espèces ou il descend de l'australopithèque s'il est un produit de l'évolution darwinienne des espèces.

- d) Il est faux que l'homme échappe aux conflits d'intérêt et aux rapports de force dès qu'il vit en société.

L'homme vit en société, mais il reste soumis aux conflits d'intérêt ou aux rapports de force.

40. La formule v de l'exercice 20 étant valide, on pourrait la lire comme énonçant que deux propositions p et q quelconques sont toujours liées par un conditionnel vrai, et cela même si elles n'ont aucun rapport de sens. C'est là en fait un des « paradoxes » du conditionnel matériel, lequel, contrairement au « si... alors... » français, se borne à exprimer un rapport vérifonctionnel entre propositions. En reformulant en français les formules valides r , s , t et u de ce même exercice, faites apparaître d'autres « paradoxes » du conditionnel matériel.

41. Démontrez la transitivité de l'implication de manière économique en utilisant la méthode des tableaux sémantiques.

TRANSFORMATIONS PAR ÉQUIVALENCE ET SCHÉMAS NORMAUX

- 42.** Énoncez en français les propositions qui sont équivalentes aux propositions suivantes en vertu des lois de De Morgan :
- Le coupable est un homme ou une femme.
 - Cet homme est sans foi ni loi.
 - On ne peut pas être et avoir été.
- 43.** Reprenez l'exercice 39 et faites apparaître les équivalences par des transformations conformes aux règles d'équivalence.
- 44.** Mettez les schémas suivants successivement sous forme normale disjonctive, sous forme normale disjonctive développée, sous forme normale conjonctive et sous forme normale conjonctive développée :
- $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
 - $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \Rightarrow \neg q)$
- 45.** Cherchez à obtenir, en utilisant uniquement la conjonction et la négation, un composé de p , q et r qui sera vrai chaque fois où exactement deux des propositions simples seront vraies, et faux dans les autres cas.
- Faites ensuite de même en utilisant seulement la disjonction et la négation ²⁴⁴.
- 46.** Par la méthode des formes normales disjonctives développées, étudiez la validité des formules a), n) et o) de l'exercice 20.
- 47.** Montrez que la prémisse et la conclusion du raisonnement d) de l'exercice 22 correspondent à une même forme normale disjonctive.
- 48.** Par la méthode des formes normales disjonctives développées, vérifiez la validité du raisonnement f) de l'exercice 22.
- 49.** Formalisez le raisonnement suivant, qui est librement inspiré des prémisses du fameux « pari » de Pascal :
- Si Dieu existe, selon que j'y crois ou que je n'y crois pas, j'irai au Paradis ou en Enfer ; et s'il n'existe pas, que je croie ou non en son existence, je ne serai ni au Paradis ni en Enfer.
- Il ne se peut pas qu'à la fois j'aie au Paradis et en Enfer.
- Puis montrez, par la méthode des schémas normaux disjonctifs développés, que ces prémisses se ramènent à quatre situations possibles, dont une seule me voit au Paradis, à savoir celle où Dieu existe et où je crois en lui.
- 50.** Par la méthode de résolution, obtenez la conclusion du raisonnement g) de l'exercice 22 à partir de ses prémisses.
- 51.** Par la méthode de résolution, identifiez la conclusion qui résulte des propositions suivantes :

244. D'après W. V. O. Quine, *Méthodes de logique*, op. cit., p. 28.



- a) S'il est vrai qu'il y a du mouvement dans l'Univers et que chaque mouvement a une cause, alors, si la régression dans la chaîne des causes doit avoir une fin, il y a un premier moteur immobile.
Or, il y a du mouvement dans l'Univers.
Et, s'il y a un premier moteur immobile, il est faux que chaque mouvement a une cause.
- b) Si Dieu est parfait, il est à la fois bon et omnipotent.
Il ne se peut pas que Dieu soit bon et omnipotent et qu'il ait créé ce monde de souffrances.

SCHÉMAS D'INFÉRENCE ET DÉDUCTION NATURELLE

- 52. *Construisez un raisonnement personnel plausible et conforme aux schémas d'inférence suivants :*
 - a) Modus ponens
 - b) Modus tollens
 - c) Incompatibilité
 - d) Alternative
 - e) Dilemme
 - f) Affirmation du conséquent (raisonnement incorrect)
 - g) Négation de l'antécédent (raisonnement incorrect)
- 53. *Formalisez les raisonnements suivants puis vérifiez leur validité par conformité aux schémas d'inférence stoïciens :*
 - a) Il n'y a pas de réussite sans travail.
Or, tu travailles.
Donc tu réussiras.
 - b) Le travail mène nécessairement à la réussite.
Or, tu travailles.
Donc tu réussiras.
 - c) On ne peut être aimable si l'on n'est pas aimé
Or, je suis aimable.
Donc je suis aimé.
 - d) Nous ne sortirons d'ici que sous la contrainte.
Or, on n'exerce sur nous aucune contrainte.
Donc nous ne sortirons pas.
 - e) « La chance ne sourit qu'aux esprits bien préparés » (Louis Pasteur)
Or, je suis bien préparé.
Donc, la chance va me sourire.
 - f) Il ne peut avoir tué la vieille dame sans être terriblement mal à l'aise aujourd'hui.
Or, il est manifestement très mal à l'aise aujourd'hui.
Donc il a tué la vieille dame.
 - g) Il faut et il suffit que le Roi ait signé le décret pour qu'il entre en vigueur.
Or, le décret est entré en vigueur.
Donc le Roi a signé le décret.

h) Soit la loi sur les écotaxes est votée soit les écolos quittent le gouvernement.

Or, les écolos restent au gouvernement.

Donc la loi sur les écotaxes est votée.

i) On ne peut être et avoir été.

Or, je suis.

Donc je n'ai pas été.

j) J'ai des certitudes ou des doutes.

Si j'ai des certitudes, je pense.

Si j'ai des doutes, je pense.

Donc, à coup sûr, je pense.

54. *Par la méthode de la déduction naturelle, démontrez la validité des formules suivantes :*

a) $p \Rightarrow p$ (identité)

b) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$ (transformation de l'implication en conjonction)

c) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$ (contraposition)

d) $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$ (loi de De Morgan)

e) $[p \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow r]$ (importation du conditionnel)

55. *En utilisant la méthode de déduction naturelle, redémontrez la transitivité de l'implication (établie par les tableaux sémantiques à l'exercice 41).*

56. *En utilisant la méthode de déduction naturelle, redémontrez la validité du raisonnement b) de l'exercice 22.*

57. *Formalisez les raisonnements suivants et démontrez leur validité par la méthode de déduction naturelle :*

a) Si Dieu n'existe pas, la vie terrestre est absurde.

Si l'âme ne survit pas au corps, la vie terrestre est absurde.

Mais la vie terrestre n'est pas absurde.

Donc il est faux que Dieu n'existe pas ou que l'âme ne survit pas au corps.

b) L'ego cogitans est l'unique substance si et seulement si le monde est un pur produit de la conscience.

Or, les objets du monde n'ont aucune réalité si le monde est un pur produit de la conscience.

Par ailleurs, si je suis un cerveau dans une cuve à sensations, alors mes perceptions sont des hallucinations et les objets du monde n'ont aucune réalité.

Donc, si l'ego cogitans est l'unique substance ou si je suis un cerveau dans une cuve à sensations, les objets du monde n'ont aucune réalité.

c) Le sens du mot « jeu » réside dans sa définition ou dans son usage.

Or, si le mot « jeu » désigne un concept flou, son sens ne réside pas dans sa définition.

Donc le mot « jeu » ne désigne pas un concept flou ou son sens réside dans son usage.



DÉFINITION AXIOMATIQUE DES CONNECTEURS

- 58.** *Qu'est-ce qui traduit dans la méthode axiomatique le fameux syllogisme hypothétique du Modus Ponens du calcul des propositions ?*
- a) la règle de la substitution
 - b) la règle du détachement
 - c) l'axiome $p \Rightarrow (\neg p \Rightarrow q)$
 - d) l'axiome $(\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p$
- 59.** *Démontrez les propositions suivantes au moyen de la méthode axiomatique :*
- a) $(\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow (\neg p \Rightarrow q)$
 - b) $[(\neg p \Rightarrow q) \Rightarrow p] \Rightarrow [(\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p]$
 - c) que $[(\neg p \Rightarrow q) \Rightarrow p]$ implique toutes les conséquences de l'axiome 3
 - d) $(\neg\neg p \Rightarrow \neg p) \Rightarrow (\neg\neg p \Rightarrow \neg p)$
 - e) $(p \Rightarrow p) \Rightarrow [(\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p]$



Exercices sur la logique des prédicats

Vous trouverez les corrigés de ces exercices dans la version numérique de l'ouvrage (NOTO).²⁴⁵

Logique ancienne : Aristote et la Scolastique	260
Logique contemporaine	263

245. Les modalités d'accès à la version numérique sont indiquées au verso de la couverture.



A Logique ancienne : Aristote et la Scolastique

TERMES ET TYPES DE PRÉDICATION

- 60.** De quel type de jugement (A, E, I ou O) relèvent les énoncés suivants
- a) Il n'y a pas de rose sans épines.
 - b) Seuls les actes explicitement interdits par la loi sont répréhensibles.
 - c) Toute vérité n'est pas bonne à dire.
 - d) Il y a des vérités dérangeantes.
 - e) Le vrai peut quelquefois n'être pas vraisemblable. (Boileau)
 - f) Le vrai seul est aimable. (Boileau)
 - g) Il n'y a point de plaisir qui ne perde à être connu. (Marivaux)
 - h) Les rois n'ont pas de cœur.

CARRÉ LOGIQUE ET INFÉRENCES IMMÉDIATES

- 61.** Convertir les propositions suivantes :
- a) Tous les receleurs sont complices de vol
 - b) Aucun mineur n'est majeur
 - c) Certains fils de bonnes familles sont délinquants
 - d) Certains juristes ne sont pas avocats
- 62.** Obvertir les propositions suivantes :
- a) Tous les conseillers juridiques sont prévoyants
 - b) Les sentiments ne sont jamais éternels
 - c) Certains produits d'entretien sont dangereux
- 63.** À quel type de proposition correspond la contradictoire de la contraire de la superalterne de la contradictoire d'une proposition de type A ?
- 64.** Pour les jugements suivants, indiquez
- de quel type de jugement (A, E, I ou O) il relève ;
 - sa contradictoire ;
 - sa contraire ou sa subcontraire ;
 - sa subalterne ou sa superalterne ;
 - son obverse ;
 - (le cas échéant), sa converse ;
- Précisez quelle est la valeur de vérité de chacune de ces propositions si la proposition de départ est vraie et si elle est fausse :
- a) aucune substance n'est immatérielle
 - b) Il y a des tristesses sans motif
- (Si certaines conditions d'existence sont requises, on supposera que ces conditions sont satisfaites)

- 65.** « Il faut être médecin pour être psychiatre ».
 Parmi les propositions suivantes :
 a) Beaucoup de psychiatres sont médecins
 b) Aucun psychiatre n'est médecin
 c) Personne n'est psychiatre et non-médecin
 d) Il est des psychiatres qui ne sont pas médecins
 e) Certains médecins sont psychiatres
 Quelle est sa contradictoire ?
 sa subalterne ?
 sa contraire ?
 son équivalente par obversion ?
 sa conséquence par conversion ?
- 66.** Construisez le carré logique dont un des sommets est la proposition suivante : « Les rapports humains sont toujours aliénants ».
- 67.** Construisez le carré logique relatif au lieu.

SYLLOGISMES CATÉGORIQUES

Pour rappel :

Liste des syllogismes valides	quasi-valides	Figures
<i>Barbara, Celarent, Darii, Ferio</i>	<i>Barbari, Celaro</i>	Première : S-P
<i>Cesare, Camestres, Festino, Baroco,</i>	<i>Camestros, Cesaro</i>	Deuxième : P-P
<i>Disamis, Datisi, Bocardo, Ferison,</i>	<i>Darapti, Felapton</i>	Troisième : S-S
<i>Camenes, Dimaris, Fresison</i>	<i>Camenos, Bramatip, Fesapo</i>	Quatrième : P-S

- 68.** À partir des voyelles de « Disamis », construisez un exemple de syllogisme valide qui corresponde à cette forme. À partir des consonnes, montrez qu'il se ramène à un syllogisme valide de la première figure.
- 69.** À partir des voyelles de « Baroco », construisez un exemple de syllogisme valide qui corresponde à cette forme. À partir des consonnes, montrez qu'il se ramène à un syllogisme valide de la première figure.
- 70.** Démontrez que le syllogisme de la première figure en « Darii » peut être ramené au syllogisme de la première figure en « Celarent ».
 Suggestion : démontrez par l'absurde qu'un syllogisme en *Darii* peut être ramené au syllogisme en *Camestres* (seconde figure), puis ramenez ce dernier à la forme en *Celarent*.
- 71.** Construisez un exemple de syllogisme en « Fesapo ». Précisez quelle condition d'existence doit être remplie pour que ce syllogisme soit valide.
 Montrez comment on peut ramener ce syllogisme quasi-valide à un syllogisme valide de la 1^{re} figure. Montrez que la condition d'existence dont il a été question ci-dessus est identique à la condition qui doit être remplie pour que l'on puisse déduire la validité du syllogisme en *Fesapo* de la validité du syllogisme de la 1^{re} figure auquel on le ramène.



Exercices

- 72.** *Construisez un exemple de syllogisme de première figure de la forme « Celarent ». Construisez ensuite le syllogisme « Camestres » correspondant, puis déterminez la figure de celui-ci.*
- 73.** *À quel type de syllogisme répond le raisonnement quasi-valide suivant ?*
Aucune réalité sensible n'est immortelle
Toutes les âmes sont immortelles
Donc certaines âmes ne sont pas des réalités sensibles
Identifiez ensuite le syllogisme valide auquel il se rattache et montrez comment on peut ramener ce dernier à un syllogisme valide de la première figure par les règles de la syllogistique classique.
En comparant le raisonnement quasi-valide de départ avec le syllogisme valide auquel il se rattache, précisez pourquoi on doit considérer qu'il est seulement quasi-valide.

LE TRAITEMENT ENSEMBLISTE : LES DIAGRAMMES DE VENN

- 74.** *Énoncez la règle des contraires. Montrez, par les diagrammes de Venn, que cette règle ne peut être appliquée que si certaines conditions d'existence sont satisfaites.*
- 75.** *Quelle prémisse cachée permet de passer de « Aucun triangle n'a quatre côtés » à « Certains triangles n'ont pas quatre côtés » conformément à la règle des subalternes ? Expliquez votre réponse en utilisant les diagrammes de Venn.*
- 76.** *En représentant sur des diagrammes de Venn les jugements A, E, I et O qui lient les concepts « Félin » (sujet) et « Granivore » (prédicat), déterminez quels sont ceux qui découlent du jugement « Il n'y a pas de granivore ». Déterminez ensuite quels sont ceux qui sont incompatibles avec ce jugement.*
- 77.** *Déterminez au moyen de diagrammes quelle conclusion syllogistique, si elle existe, suit de chacun des couples de prémisses suivantes. Le cas échéant, précisez quelle condition d'existence il faut poser pour obtenir la conclusion.*
a) Tout ceux qui trahissent sont des lâches ; aucun homme juste ne trahit
b) Aucun homme n'est irremplaçable ; les femmes ne sont pas des hommes
c) Aucun dauphin n'est ovipare ; tous les poissons sont ovipares
d) Rien de ce que tu as écrit ne m'est indifférent ; certains textes de ce recueil me sont indifférents
e) Être majeur est une condition suffisante pour être pénalement responsable. Être majeur est une condition nécessaire pour avoir le droit de vote.
- 78.** *Par les diagrammes de Venn, étudiez la validité des raisonnements suivants. Le cas échéant, précisez quelle prémisse d'existence serait nécessaire pour les rendre valides.*
a) Seuls les jugements désintéressés sont des jugements libres.
Tout jugement rationnel est un jugement libre.
Donc certains jugements rationnels sont désintéressés.
b) Seuls les actes explicitement interdits par la loi sont répréhensibles.
Certains détournements d'argent ne sont pas explicitement interdits par la loi
Donc certains détournements d'argent ne sont pas répréhensibles.

- c) Nul n'est dispensé de voter à moins qu'il soit mineur.
Les députés sont toujours majeurs.
Donc aucun député n'est dispensé de voter.
- d) Qui est déchu de ses droits civiques n'est pas éligible.
Certains criminels ne sont pas déchus de leurs droits civiques.
Donc certains criminels sont éligibles.
- e) Seuls les énoncés logiques sont tautologiques.
Or, aucun énoncé logique n'est tiré de l'expérience.
Donc certains énoncés tautologiques ne sont pas tirés de l'expérience.
- 79.** Complétez les syllogismes suivants de manière à ce qu'ils soient valides. Vérifiez leur validité au moyen d'un diagramme de Venn ²⁴⁵.
- a) Tous les aliénés sont déments.
....
Donc, tous les fous sont déments.
- b)
Tous les crimes sont notifiés dans le casier judiciaire.
Donc certaines infractions à la loi ne sont pas des crimes.
- c) ...
Certains hommes ne sont pas justes
Donc certains hommes ne sont pas généreux
- 80.** Quelles conclusions peut-on tirer des prémisses « Nul philosophe n'est à la fois solipsiste et réaliste » et « Parmi les solipsistes, on trouve des philosophes » ?
- 81.** Qu'ajouter comme prémisses pour que « Il n'y a pas de philosophe qui ne soit ni solipsiste ni réaliste » et « Aucun solipsiste n'est philosophe » impliquent « Certains philosophes sont réalistes » ?

B Logique contemporaine

FONCTIONS PROPOSITIONNELLES, QUANTIFICATEURS ET RELATIONS

- 82.** Soulignez la (ou les) variable(s) libre(s) dans les énoncés suivants :
- a) $f(x) \wedge \forall x g(x,y)$
b) $\exists x [f(x,y) \vee \forall y g(x,y)] \wedge f(x)$
c) $f(x) \wedge \forall x [g(x,y) \Rightarrow \exists y h(y,x)]$
d) $\forall x \{f(x,y) \wedge [\exists y g(y,x) \Rightarrow h(x,y)]\}$
- 83.** Lesquelles de ces expressions de la logique symbolique sont-elles bien formées (dans le cadre de la logique des prédicats du premier ordre) et susceptibles de représenter des propositions (vraies ou fausses) ?
- a) $\exists x (f(y) \Rightarrow g(x))$
b) $\forall x (f \Rightarrow g(x))$

245. Inspiré de Thierry Lucas, *Initiation à la logique formelle*, Bruxelles, De Boeck, 2007, p. 152.



Exercices

- c) $q \vee (\forall x g(x) \wedge p)$
- d) $\exists p (p \Rightarrow f(x))$
- e) $\forall x (f(x) \Rightarrow g(y))$
- f) $p \wedge (\exists x f(x) \vee r)$
- g) $\exists x (f(x) \Rightarrow \forall g(y))$

LA FORMALISATION : PASSAGE DU LANGAGE ORDINAIRE AU LANGAGE LOGIQUE

- 84.** Pour chacune des deux propositions suivantes, donnez sa formalisation en langage symbolique ainsi que celle de sa contradictoire, de sa contraire (ou subcontraire) et de sa subalterne (ou superalterne)
- a) Le vrai seul est aimable
 - b) Le vrai peut quelquefois n'être pas vraisemblable
- 85.** Par des exemples en français, montrez que les formules suivantes ne sont pas équivalentes :
- $\forall x \exists y a(x,y)$
 - $\exists y \forall x a(x,y)$
 - $\forall y \exists x a(x,y)$
 - $\exists x \forall y a(x,y)$
- 86.** Formalisez en langage symbolique les propositions suivantes :
- a) N'est pas admis à l'audience n'importe quel juriste.
 - b) Aucun juriste n'est admis à l'audience.
 - c) Je refuse de me prononcer sur n'importe quelle décision.
 - d) Je refuse de me prononcer sur quelque décision que ce soit.
 - e) Tout condamné à mort est soit gracié soit exécuté.
 - f) Si aucun des suspects n'est inculpé, alors certains inculpés ne sont pas suspects.
 - g) Certains de ceux qui apprécient les cours de psychologie et de sociologie n'apprécient ni le cours de logique ni celui de droit romain, mais tous ceux qui apprécient le cours de psychologie ou celui de droit pénal apprécient à la fois les cours de logique et de droit romain.
 - h) S'il y a une taxe à laquelle tous les citoyens sont soumis, alors tous les citoyens sont soumis à au moins une taxe.
 - i) Il y a des gens qui parlent à tout le monde de ceux dont on leur parle.
 - j) S'il y a un accusé que tous les accusés ont dénoncé, alors il y a un accusé qui s'est dénoncé lui-même.
 - k) Chacun admire ceux qu'admirent ceux qu'il admire.
 - l) Si tous les chevaux sont des animaux, alors toutes les têtes de chevaux sont des têtes d'animaux.
- 87.** Formalisez « Il y a des philosophes qui ne sont ni spiritualistes ni matérialistes », puis identifiez sa contradictoire en langue formelle et dans le langage ordinaire.
- 88.** Avec $a(x,y)$ pour « x aime y » et $p(x,y)$ pour « x fait peur à y », formalisez les énoncés suivants :
- a) Certains aiment tout le monde.

- b) Ils se font tous peur les uns aux autres.
 c) Certains aiment ceux à qui ils font peur.
 d) Certains aiment ceux qui leur font peur.
 e) Nous avons tous quelqu'un que nous aimons en dépit du fait qu'il nous fait peur.
 f) Ceux qui ont peur d'eux-mêmes ne s'aiment pas et, au fond, tout le monde a peur de soi-même.
 g) On connaît des cas d'amour réciproque, mais pas des cas de crainte réciproque.
 h) Aimer quelqu'un suppose de ne pas le craindre.
 i) Il y a quelqu'un qui fait peur à tout le monde et qui a peur de tout le monde.
- 89.** Dans l'univers des hommes et avec $d(x,y)$ signifiant « x doit de l'argent à y », transposez en français de manière tout à la fois univoque et élégante les formules suivantes :
- a) $\exists x \forall y d(x,y)$
 b) $\exists y \forall x d(x,y)$
 c) $\forall x \exists y d(y,x)$
 d) $\forall y \exists x d(y,x)$
 e) $\neg \exists x d(x,x) \wedge [\forall x \forall y d(x,y) \Rightarrow \neg d(y,x)]$
 f) $\exists x \exists y (d(x,y) \wedge d(y,x)) \wedge \exists x d(x,x)$
 g) $\forall x \forall y \{d(x,y) \Rightarrow [\forall z (d(y,z) \Rightarrow d(x,z))]\}$
- 90.** Dans l'univers des philosophes et avec $p(x,y)$ signifiant « x est le maître à penser de y », transposez en français de manière tout à la fois univoque et élégante les formules suivantes :
- a) $\exists x \forall y p(x,y)$
 b) $\forall x \exists y p(y,x)$
 c) $\neg \exists x \exists y (p(x,y) \wedge p(y,x)) \wedge \neg \exists x p(x,x)$
 d) $\forall x \forall y \forall z [p(x,y) \Rightarrow ((p(y,z) \Rightarrow p(x,z)))]$
- 91.** Avec : p : « Les caisses de l'état sont vides » ; q : « Le gouvernement démissionne » ;
 $f(x)$: « x paie ses impôts » ; $g(x,y)$: « x se méfie de y » ;
 traduisez en français les formules suivantes :
- a) $p \wedge \neg q$
 b) $\forall x f(x) \Rightarrow \neg p$
 c) $q \Leftrightarrow \neg \exists x f(x)$
 d) $\exists x \neg f(x) \Rightarrow \forall x \forall y g(x,y)$
- 92.** Avec : p : « La société fait des pertes » ; q : « La société licencie du personnel » ;
 $f(x)$: « x travaille efficacement » ; $g(x,y)$: « x obéit à y » ;
 traduisez en français les formules suivantes :
- Attention : certaines de ces formules ne sont pas susceptibles de représenter des propositions et sont donc intraduisibles en français. Lorsque vous repérez une de ces formules, indiquez simplement si elle est mal formée ou s'il s'agit d'une phrase ouverte.
- a) $\neg \forall x f(x) \Rightarrow (p \wedge q)$
 b) $q \Rightarrow \exists x \neg f(x)$



Exercices

- c) $p \vee \exists x f(x) \neg q$
- d) $\neg \exists x \neg f(x) \Leftrightarrow \exists y \forall x g(x,y)$
- e) $\forall x \exists y g(x,y)$
- f) $\exists x (\forall y g(x,y) \wedge f(x))$
- g) $\exists x (f(x) \Rightarrow g(x,y))$

93. Traduisez le raisonnement suivant dans la langue formelle des prédicats :

Certains flattent ceux qui les méprisent

Ils se méprisent tous les uns les autres

Donc certains flattent tout le monde

94. Soit la formule $p(a,b) \wedge \exists x \forall y p(x,y)$. Donnez deux interprétations différentes de cette formule, dont l'une sera un modèle de la formule et l'autre non.

95. L'ordre des continents en fonction de leur superficie est le suivant :

Asie, Afrique, Amérique du Nord, Amérique du Sud, Europe, Océanie

Actuellement, l'ordre des continents en fonction de leur population est le suivant :

Asie, Afrique, Europe, Amérique du Sud, Amérique du Nord, Océanie

En 1900, l'ordre des continents en fonction de leur population était le suivant :

Asie, Europe, Afrique, Amérique du Nord, Amérique du Sud, Océanie

Formalisez les propositions suivantes et précisez pour chacune d'elles si une interprétation conforme à la réalité géographique actuelle la rend vraie ou fausse. Même question concernant la réalité géographique de 1900.

- a) L'Asie est le continent le plus peuplé.
- b) L'Amérique du Sud est plus peuplée que l'Amérique du Nord et pourtant elle a une superficie moindre.
- c) L'Afrique est plus peuplée que tous les continents qui ont une superficie inférieure à la sienne.
- d) Il y a des continents qui sont plus peuplés que l'Europe tout en ayant une superficie plus petite.
- e) Il y a des continents qui sont plus grands que l'Europe tout en étant moins peuplés.
- f) Il y a un continent qui est à la fois plus petit et moins peuplé que tous les autres.
- g) L'ordre des continents en fonction de leur superficie est le même que l'ordre des continents en fonction de leur population.

TABLEAUX SÉMANTIQUES

96. Cherchez les fautes commises dans les preuves d'inconsistance suivantes. Indiquez ensuite quel aurait dû être le développement correct du tableau.

a) $\exists y \exists x p(x,y) \wedge \forall x \neg p(x,x)$

$$\begin{array}{c}
 \exists y \exists x p(x,y), \forall x \neg p(x,x) \\
 \downarrow \\
 \exists x p(x,a), \forall x \neg p(x,x) \\
 \downarrow \\
 p(a,a), \forall x \neg p(x,x) \\
 \downarrow \\
 \forall x \neg p(x,x), p(a,a), \neg p(a,a) \\
 \text{X}
 \end{array}$$

b) $\exists x \exists y p(x,y) \wedge \exists x \exists y \neg p(x,y)$

$$\begin{array}{c}
 \exists x \exists y p(x,y), \exists x \exists y \neg p(x,y) \\
 \downarrow \\
 \exists y p(a,y), \exists x \exists y \neg p(x,y) \\
 \downarrow \\
 \exists y p(a,y), \exists y \neg p(a,y) \\
 \downarrow \\
 p(a,b), \exists y \neg p(a,y) \\
 \downarrow \\
 p(a,b), \neg p(a,b) \\
 \text{X}
 \end{array}$$

c) $\neg[\forall x \exists y (p(x) \vee r(x,y)) \Rightarrow (\forall x p(x) \wedge \forall x \exists y r(x,y))]$

$$\begin{array}{c}
 \forall x \exists y (p(x) \vee r(x,y)), \neg(\forall x p(x) \wedge \forall x \exists y r(x,y)) \\
 \downarrow \\
 \forall x \exists y (p(x) \vee r(x,y)), \neg \forall x p(x), \neg \forall x \exists y r(x,y) \\
 \downarrow \\
 \forall x \exists y (p(x) \vee r(x,y)), \neg \forall x \exists y r(x,y), \neg p(a) \\
 \downarrow \\
 \exists y (p(a) \vee r(a,y)), \neg \forall x \exists y r(x,y), \neg p(a) \\
 \downarrow \\
 p(a) \vee r(a,b), \neg \forall x \exists y r(x,y), \neg p(a) \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 \begin{array}{cc}
 \exists x \forall y \neg r(x,y), p(a), \neg p(a) & \neg \forall x \exists y r(x,y), r(a,b), \neg p(a) \\
 \text{X} & \downarrow \\
 & r(a,b), \neg p(a), \neg \exists y r(a,y) \\
 & \downarrow \\
 & r(a,b), \neg p(a), \neg r(a,b) \\
 & \text{X}
 \end{array}
 \end{array}$$



Exercices

97. Étudiez la validité des formules suivantes par la méthode des tableaux sémantiques :

- a) $\forall y [\forall x p(x) \Rightarrow p(y)]$
- b) $\forall y [p(y) \Rightarrow \forall x p(x)]$
- c) $\exists y [\forall x p(x) \Rightarrow p(y)]$
- d) $\exists y [p(y) \Rightarrow \forall x p(x)]$
- e) $\forall x (p(x) \wedge q(x)) \Leftrightarrow (\forall x p(x) \wedge \forall x q(x))$
- f) $\exists x (p(x) \vee q(x)) \Leftrightarrow (\exists x p(x) \vee \exists x q(x))$
- g) $\exists x (p(x) \wedge q(x)) \Rightarrow (\exists x p(x) \wedge \exists x q(x))$
- h) $(\exists x p(x) \wedge \exists x q(x)) \Rightarrow \exists x (p(x) \wedge q(x))$
- i) $\forall x (p(x) \vee q(x)) \Rightarrow (\forall x p(x) \vee \forall x q(x))$
- j) $(\forall x p(x) \vee \forall x q(x)) \Rightarrow \forall x (p(x) \vee q(x))$
- k) $\exists x \forall y r(x, y) \vee \exists x \exists y \neg r(x, y)$
- l) $\forall x p(x) \Leftrightarrow [\forall x (p(x) \vee q(x)) \wedge \forall x (p(x) \vee \neg q(x))]$
- m) $\exists x p(x) \Leftrightarrow [\exists x (p(x) \vee q(x)) \wedge \exists x (p(x) \vee \neg q(x))]$

98. Traduisez le raisonnement suivant dans le calcul des propositions puis dans le calcul des prédicats et montrez que seule cette seconde analyse (plus détaillée) en fait apparaître la validité. Démontrez la validité de ce raisonnement au moyen d'un tableau sémantique.

Jean ne sera heureux que s'il part aux Bahamas

Jean a du temps libre, mais pas d'argent

Il faut de l'argent pour partir aux Bahamas

Donc, Jean ne sera pas heureux

99. Prouvez grâce à la méthode des tableaux que l'antisymétrie d'une relation implique l'irréflexivité

Rappel : un terme dyadique est antisymétrique s'il satisfait $\forall x \forall y (p(x, y) \Rightarrow \neg p(y, x))$

un terme dyadique est irréflexif s'il satisfait $\forall x \neg p(x, x)$

100. Démontrez à l'aide de la méthode des tableaux sémantiques que les propositions de type A et O sont contradictoires.

Suggestion : montrez qu'une proposition de type A implique la négation de la proposition de type O correspondante et réciproquement.

101. Montrez par la méthode des tableaux sémantiques que, si l'on ajoute la « condition d'existence » adéquate, les propositions A et E sont contraires, c'est-à-dire qu'elles ne peuvent être vraies en même temps. Montrez que l'ajout de la « condition d'existence » est nécessaire pour obtenir le résultat.

102. Démontrez la règle des subalternes par la méthode des tableaux sémantiques. Montrez que cette règle n'est valide que si l'on pose une condition d'existence.

103. Démontrez par les tableaux sémantiques que les syllogismes en Ferio sont valides.

104. Reprenez les raisonnements a, b et d proposés dans l'exercice 78 du paragraphe relatif au traitement ensembliste (diagramme de Venn) et étudiez leur validité au moyen des tableaux sémantiques.

105. Formalisez les raisonnements suivants en logique symbolique des prédicats puis étudiez leur validité en utilisant la méthode des tableaux sémantiques :

- a) Il y a un philosophe qui ne commente les idées de personne.
Donc aucun philosophe ne voit ses idées commentées par tous les philosophes
- b) Certains aiment ceux qui leur font du mal
Ils se font tous du mal les uns aux autres
Donc certains aiment tout le monde
- c) Chacun admire ceux qu'admirent ceux qu'il admire.
Personne ne s'admire soi-même.
Donc il n'y a pas d'admiration réciproque
- d) Tout a une cause
Donc, il y a une cause universelle
- e) Il n'y a pas deux êtres tels que l'un soit identique à l'autre sans que cet autre soit identique au premier.
Or, la relation d'identité est transitive.
Et tout être est au moins identique à quelque chose.
Donc il n'y a pas d'être qui ne soit pas identique à lui-même.

106. Montrez par les tableaux sémantiques que les trois couples suivants sont constitués d'énoncés incompatibles. (Ces énoncés ont été formalisés dans l'exercice 88)

- a) Certains aiment ceux à qui ils font peur.
Ceux qui ont peur d'eux-mêmes ne s'aiment pas et, au fond, tout le monde à peur de soi-même.
- b) Il y a toujours des gens qu'on aime malgré qu'ils nous fassent peur. (Nous avons tous quelqu'un que nous aimons en dépit du fait qu'il nous fait peur).
Aimer quelqu'un suppose de ne pas le craindre.
- c) Il y a quelqu'un qui fait peur à tout le monde et qui a peur de tout le monde.
On connaît des cas d'amour réciproque, mais pas des cas de crainte réciproque.

LOIS LOGIQUES ET TRANSFORMATIONS PAR ÉQUIVALENCE

107. En supposant que l'univers est limité à a, b, c , développez les quantifications suivantes en prédications particulières :

- a) $\forall x (f(x) \Rightarrow g(x))$
- b) $\exists x (f(x) \wedge \neg g(x))$

108. En supposant que l'univers se limite à a, b, c , réécrivez les équivalences suivantes :

- a) $\exists x(p(x)) \Leftrightarrow \neg \forall x(\neg p(x))$
- b) $\forall x(p(x)) \Leftrightarrow \neg \exists x(\neg p(x))$

Vous constaterez que ces équivalences généralisent les lois de De Morgan au cas infini.

109. Avec $p(x)$ pour « x réussit l'examen » et $m(x)$ pour « x boit le champagne », traduisez en français :

- a) $\exists x (p(x) \Rightarrow m(x))$
- b) $\forall x p(x) \Rightarrow \exists x m(x)$



Exercices

c) $\exists x p(x) \Rightarrow \forall x m(x)$

d) $\forall x (p(x) \Rightarrow m(x))$

110. Par des exemples en français, montrez que les formules suivantes ne sont pas équivalentes :

a) $\exists x (p(x) \wedge q(x))$ et $\exists x p(x) \wedge \exists x q(x)$

b) $\forall x (p(x) \vee q(x))$ et $(\forall x p(x) \vee \forall x q(x))$

c) $\exists x (q(x) \Rightarrow p)$ et $(\exists x q(x) \Rightarrow p)$

d) $\forall x (q(x) \Rightarrow p)$ et $(\forall x q(x) \Rightarrow p)$

111. Parmi les équivalences suivantes, lesquelles sont valides ?

a) $\forall x (p(x) \vee q(x)) \Leftrightarrow (\forall x p(x) \vee \forall x q(x))$

b) $\exists x (p(x) \vee q(x)) \Leftrightarrow (\exists x p(x) \vee \exists x q(x))$

c) $\exists x (p \Rightarrow q(x)) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \exists x q(x))$

d) $\exists x (q(x) \Rightarrow p) \Leftrightarrow (\exists x q(x) \Rightarrow p)$

e) $\exists x \forall y (p(x,y) \Rightarrow q(x)) \Leftrightarrow \exists x (\exists y p(x,y) \Rightarrow q(x))$

f) $(\neg \exists x p(x) \vee \neg \exists x q(x)) \Leftrightarrow \neg \exists x (p(x) \wedge q(x))$

112. Parmi les formules suivantes, lesquelles sont équivalentes à $\neg \forall x (p(x) \vee q(x))$?

a) $\exists x (\neg p(x) \wedge \neg q(x))$

b) $\exists x \neg (p(x) \wedge q(x))$

c) $\neg \forall x p(x) \vee \neg \forall x q(x)$

d) $\exists x (\neg p(x) \vee \neg q(x))$

e) $\forall x (\neg p(x) \vee \neg q(x))$

f) $\neg \forall x (p(x) \Rightarrow \neg q(x))$

g) $\neg \forall x (\neg p(x) \Rightarrow q(x))$

h) $\exists x \neg (p(x) \vee q(x))$

i) $\exists x \neg p(x) \wedge \exists x \neg q(x)$

j) $\exists x \neg (\neg q(x) \Rightarrow p(x))$

113. En appliquant les équivalences remarquables du calcul des propositions et du calcul des prédicats, montrez que les formules suivantes sont valides

a) $\exists x (p(x) \Rightarrow q(x)) \Leftrightarrow (\forall x p(x) \Rightarrow \exists x q(x))$

b) $\exists y \exists x (p(x,y) \Rightarrow q(x)) \Leftrightarrow (\forall y \forall x p(x,y) \Rightarrow \exists x q(x))$

c) $(\forall y \exists x (p(x,y) \Rightarrow q(x))) \Leftrightarrow \exists y \forall x (p(x,y) \Rightarrow q(x))$

Indiquez, pour chaque étape démonstrative, si elle relève des règles du seul calcul des propositions (Prop.) ou des règles propres au calcul des prédicats (Préd.)

DÉDUCTION NATURELLE

114 à 123. Reprenez par la méthode de la déduction naturelle les exercices 97 à 106 sur les tableaux sémantiques. Il est intéressant de comparer les deux méthodes, et de constater qu'il peut y avoir une correspondance entre ce que l'on fait de part et d'autre.

124. Montrez que les formules suivantes sont valides :

- d) $\neg \forall x f(x) \Leftrightarrow \exists x \neg f(x)$
- e) $\exists x \exists y r(x,y) \Leftrightarrow \neg \forall x \forall y \neg r(x,y)$
- f) $\neg \exists x \forall y r(x,y) \Leftrightarrow \forall x \exists y \neg r(x,y)$

RÉCAPITULATIF

125. Formalisez les propositions complexes suivantes en logique des propositions puis classez-les dans l'ordre de leur plus ou moins grande probabilité :

- a) Si Frege est philosophe, il est logicien.
- b) Frege est logicien et philosophe.
- c) Qu'il soit ou non philosophe, Frege est ou n'est pas logicien.
- d) Selon qu'il est ou non philosophe, Frege est ou non logicien.

126. Formalisez le raisonnement suivant en logique des propositions puis étudiez sa validité par la méthode des tables de vérité :

Selon qu'il est ou non philosophe, Frege est ou non logicien.

Or, si Frege est philosophe, il m'intéresse.

Donc Frege ne m'intéresse que s'il est logicien.

127. Vérifiez votre verdict par la méthode des tableaux sémantiques.

128. Vérifiez votre verdict par la méthode des formes normales disjonctives développées.

129. Vérifiez votre verdict par la méthode de la déduction naturelle.

130. « Il faut être logicien pour être philosophe »

- Parmi les propositions suivantes :
- a) Beaucoup de philosophes sont logiciens
 - b) Nul philosophe n'est logicien
 - c) Personne n'est philosophe et non logicien
 - d) Il est des philosophes qui ne sont pas logiciens

Quelle est sa contradictoire ?

sa subalterne ?

sa contraire ?

son obverse ?

131. Placez ces cinq propositions sur un carré logique (rappel : deux d'entre elles sont équivalentes).

132. Représentez chacune des cinq propositions sur des diagrammes de Venn.

133. Représentez chacune des cinq propositions en logique symbolique.

134. En appliquant les équivalences remarquables du calcul des propositions et du calcul des prédicats, montrez que la première proposition est bien équivalente à son obverse.

Pour chaque étape démonstrative, indiquez si elle relève des règles du calcul des propositions (Prop.) ou des règles propres au calcul des prédicats (Préd.).



Exercices

- 135.** Tous les corps sont étendus dans l'espace.
Rien de ce qui est étendu dans l'espace n'est immortel.
Donc aucun immortel n'est un corps.
Montrez la validité de ce syllogisme en retrouvant son nom scolastique.
- 136.** *Montrez sa validité en le ramenant à un syllogisme valide de la première figure.*
- 137.** *Montrez sa validité au moyen des diagrammes de Venn.*
- 138.** *Montrez sa validité par la méthode des tableaux sémantiques.*
- 139.** *Montrez sa validité au moyen de la déduction naturelle.*



Exercices sur l'argumentation

Vous trouverez les corrigés de ces exercices dans la version numérique de l'ouvrage (NOTO).²⁴⁶

I. Appariez chacun des raisonnements suivants avec le verdict qui lui convient (dans la liste ci-dessous) :

1. Déductivement non-valide en vertu d'une violation de l'ordre des quantificateurs.
2. Déductivement valide en vertu d'une application correcte des lois de distribution des quantificateurs.
3. Déductivement valide car ayant la forme d'une obversion.
4. Déductivement valide car ayant la forme du schéma stoïcien du dilemme.
5. Déductivement non-valide en vertu d'une application incorrecte des lois de De Morgan.
6. Déductivement non-valide car ayant la forme d'une négation de l'antécédent.

1. Tous les mariages consanguins sont interdits par la loi.
Donc aucun mariage consanguin n'est autorisé par la loi.
2. Dans cette société, tous sont à la fois actionnaires et employés.
Donc, dans cette société, tous sont actionnaires et tous sont employés.
3. Si Wallons et Flamands ne parviennent pas à s'entendre sur un nouveau transfert de compétences vers les entités fédérées, c'en sera fini de la Belgique une et indivisible.
Or, si Wallons et Flamands parviennent à s'entendre sur un nouveau transfert de compétences vers les entités fédérées, c'en sera fini de la Belgique une et indivisible.
Donc, on peut faire une croix sur la Belgique une et indivisible.
4. Il est faux que les services secrets américains et britanniques soient impliqués dans la tentative de renversement d'Hugo Chavez.
Donc il est faux que les services secrets américains soient impliqués dans la tentative de renversement d'Hugo Chavez et il est faux que les services secrets britanniques soient impliqués dans la tentative de renversement d'Hugo Chavez.
5. La société est mise en faillite si l'actionnaire principal se retire.
Or, l'actionnaire principal ne se retire pas.

246. Les modalités d'accès à la version numérique sont indiquées au verso de la couverture.



Exercices

Donc la société n'est pas mise en faillite.

6. Tout le monde est le descendant de quelqu'un.

Donc quelqu'un est l'ancêtre de tout le monde.

II. Dans la liste des verdicts ci-dessous, identifiez lequel convient aux raisonnements suivants :

Note : Certains verdicts sont plus précis que d'autres (par exemple « ad baculum » est plus précis qu'« ad consequentiam »). Préférez toujours le verdict le plus précis.

1. Usage rhétorique d'une double négation	40. <i>Ad consequentiam</i>
2. Usage rhétorique de répétitions	41. <i>Ad baculum</i>
3. Rationalisation <i>a posteriori</i>	42. <i>Ad carotam</i>
4. Argument « du chaudron »	43. <i>Ad misericordiam</i>
5. Homme de paille	44. Argument de l'information prise à bonne source
6. <i>Ad passiones (populi)</i>	45. <i>Ad verecundiam</i>
7. Généralisation hâtive	46. <i>Ad fidem</i>
8. Échantillonnage biaisé	47. <i>Ad antiquitatem</i>
9. Omission de restrictions	48. <i>Ad novitatem</i>
10. <i>Fallacia accidentis</i>	49. <i>Ad populum</i>
11. Fausse extrapolation	50. Argument de la suspicion légitime
12. Argument par l'exemple	51. <i>Ad hominem</i> injurieux
13. Argument rétrospectif du précédent	52. <i>Ad hominem</i> circonstanciel
14. Argument <i>a pari</i>	53. Rétorsion pragmatique
15. Argument <i>a contrario</i>	54. Rétorsion assertive
16. Argument <i>a fortiori</i>	55. <i>Ad ignorantiam</i>
17. Argument de double hiérarchie	56. Renversement de la charge de la preuve
18. Argument de symétrie	57. Argument <i>ex concessis</i>
19. <i>Fallacia compositionis</i>	58. Questions ou assertions complexes
20. <i>Fallacia divisionis</i>	59. Pétition de principe
21. Sophisme du parieur	60. Ambiguïté lexicale
22. <i>Post hoc ergo propter hoc</i>	61. Argument d'étymologie
23. <i>Cum hoc ergo propter hoc</i>	62. Sorite
24. Argument par la meilleure explication	63. Ambiguïté syntaxique
25. Corax	64. Regroupement (de mots) illégitime
26. Pente savonneuse	65. Ambiguïté référentielle
27. Marche triomphale	66. Accentuation
28. Argument d'après les règles	67. Ambiguïté par figure de style
29. Sophisme naturaliste	68. Affirmation du conséquent
30. <i>Two wrongs make a right</i>	69. Négation de l'antécédent
31. Argument par les conséquences	70. Incompatibilité avec disjonction inclusive
32. Argument de précaution	71. Fausse alternative
33. Argument prospectif du précédent	72. Confusion contrariété/contradiction
34. Argument du moyen en vue d'une fin	73. Argument d'opposition
35. Argument par les valeurs	74. Argument par division
36. Argument du coût-bénéfice	75. Violation des lois de De Morgan
37. Argument du décisif	76. Violation des lois de distribution des quantificateurs
38. Argument du sacrifice	77. Inversion de l'ordre des quantificateurs
39. Argument du gaspillage	

1. Cette nounou, qui m'a élevé, était une mère pour moi.

Il faut donc me compter au premier rang de ses héritiers.

2. Si tu me donnes 500 €, je pourrai les placer en bourse et tripler ou quadrupler ma mise. Je pourrai alors m'acheter une petite voiture d'occasion et distribuer

des journaux publicitaires contre rétribution. Mon salaire me permettra alors de rembourser toutes mes dettes et de rendre un peu de confort à ma femme et à mes trois enfants.

Donc, en me donnant 500 €, tu peux modifier définitivement l'avenir de cinq personnes.

3. Le gouvernement en appelle à la modération salariale. C'est ridicule.
Ils viennent de faire passer une loi augmentant les salaires des ministres.
4. Depuis que je regarde tourner cette roulette, tous les numéros sont sortis plusieurs fois, mais jamais encore le 17.
Donc il va sans doute sortir ce coup-ci.
5. Faute d'une note de présence à l'examen, cet étudiant pourrait perdre sa bourse.
Donc, il était présent.
6. Le premier ministre est au Président de la République ce que le PDG d'une boîte est à l'actionnaire majoritaire.
Il doit donc lui rendre des comptes.
7. – Que risque l'accusé s'il est reconnu coupable ?
– La peine capitale.
– Alors, il n'est pas coupable.
8. On ne doit jamais libérer cet homme, qui a tué l'amant de sa femme.
Car il est dans la nature d'un meurtrier de tuer.
Et cet homme est donc pour toujours une menace pour la société.
9. Si le gouvernement nationalise cette entreprise de chemin de fer, il voudra nationaliser d'autres entreprises de service à la collectivité, puis ce sera le secteur de la production et celui de la transformation, et finalement il n'y aura plus de débouché pour les capitaux privés ni de place pour la libre entreprise.
Donc en nationalisant cette entreprise privée, le gouvernement nous mène tout droit au communisme.
10. La présence de casques bleus belges au Rwanda s'est soldée par un échec.
Donc il ne faut pas en envoyer au Congo.
11. Mon grand père, qui était très malade, a bu de cette potion et s'est rétabli peu de temps après.
Donc cette potion est vraiment un remède miracle.
12. Beaucoup d'Américains furent scandalisés quand le Président Roosevelt reçut un Sioux à manger.
Donc les Américains ne veulent pas d'un Président anthropophage.
13. Chaque fois qu'on a coincé un dealer, il était lui-même toxicomane.
Donc tous les dealers sont toxicomanes.
14. La loi prévoit explicitement que l'épouse d'un accusé ne peut témoigner en sa faveur lors du procès.
Donc, si la loi ne dit rien en ce qui concerne la concubine de l'accusé, rien n'interdit à celle-ci de témoigner.
15. Tous les hommes ont un rêve secret.
Donc, il y a un rêve secret qu'ont tous les hommes.
16. Si je cache mes yeux avec ma main, le surveillant va se douter que je copie sur mon voisin.
Donc je regarde sans cacher mes yeux ; j'aurai moins de chance d'être pris...



Exercices

17. Deux tiers des voitures stationnées dans ma rue sont des voitures de luxe.
Donc les petites voitures bon marché ne représentent plus qu'une part minoritaire du marché automobile.
18. Le sénateur Smith est parfaitement honnête et incorruptible.
À ma connaissance, son nom n'est jamais apparu dans quelque scandale politico-financier que ce soit.
19. Je t'ai dit que tu pouvais venir avec un copain.
Donc ton fiancé est plus évidemment encore le bienvenu.
20. Tous les citoyens de cette ville ont apuré leurs dettes.
Donc la ville a apuré ses dettes.
21. Les témoignages d'observations de soucoupes volantes sont clairement faux.
Ils proviennent systématiquement de personnes de faible instruction.
22. Les phénomènes que la science peut expliquer respectent des lois.
C'est un acte de civisme que de respecter les lois.
Donc les phénomènes que la science peut expliquer font preuve de civisme.
23. Il serait faux de dire que mes clients n'ont subi aucune conséquence de cette affaire.
Donc c'est à juste titre qu'ils se portent partie civile dans cette affaire.
24. Il suffit d'une seconde victime pour qu'un meurtrier devienne récidiviste, mais ce n'est pas en ajoutant une victime à sa liste qu'un meurtrier récidiviste devient d'un coup génocidaire.
Or, mon client a fait tuer ses victimes une par une.
Donc mon client est sans doute un meurtrier récidiviste, mais pas un génocidaire.
25. De plus en plus de jeunes accèdent à l'enseignement supérieur et il y a de plus en plus de délinquance.
Donc l'instruction ne réduit pas la délinquance, mais la renforce.
26. Notre société n'a strictement rien à voir dans cette affaire.
Bien évidemment, la liberté de la presse autorise vos journalistes à écrire le contraire.
Je tiens simplement à vous rappeler que nous sommes le principal annonceur publicitaire de votre journal.
27. – Je ne veux plus te voir fumer.
– Donc je peux fumer en cachette.
28. Les documents administratifs belges doivent être formulés dans une des deux langues nationales.
Donc tout document administratif belge qui n'est pas formulé en français est nécessairement écrit en néerlandais.
29. Mon client n'a pas pu commettre ce meurtre.
Il vous dit lui-même avoir vu un personnage mystérieux quitter l'appartement de la victime peu après le meurtre.
D'ailleurs, il perd, en la victime, un de ses meilleurs amis.
En outre, il était à l'étranger pendant les faits.
Enfin, il n'avait aucune raison de tuer un homme qu'il connaissait à peine.
30. Si Pittsburgh est la capitale de la Pennsylvanie, Philadelphia n'est pas la capitale de la Pennsylvanie.
Or, Philadelphia n'est pas la capitale de la Pennsylvanie.

- Donc Pittsburgh est la capitale de la Pennsylvanie.
31. Pour ce garçon, j'ai laissé tomber mes études et perdu pas mal de copines.
Je ne vais donc pas le laisser tomber maintenant pour une petite histoire d'infidélité.
32. Tout coupable d'homicide volontaire aura la tête tranchée.
Donc le bourreau du premier meurtrier mis à mort sera lui-même décapité après avoir accompli son office et de même en sera-t-il du bourreau du bourreau, du bourreau de ce dernier, etc.
33. Yves Leterme a fait pression sur la justice et violé le principe de séparation des pouvoirs.
Il n'est pas besoin de commission d'enquête pour l'établir ; tout le monde le sait.
34. En première année, j'ai réussi en deux sessions.
En seconde année, j'ai réussi en juin.
En troisième année, j'ai obtenu une distinction.
Donc, en quatrième année, j'aurai une grande distinction.
35. – Seule la passion explique le meurtre de ce mari trompé.
– Donc tu veux dire que l'épouse et son amant n'étaient pas pleinement responsables de leurs actes au moment du crime ?
36. Dieu existe.
Car c'est écrit dans la Bible.
Et tout ce qui est écrit dans la Bible est juste puisque c'est la parole de Dieu.
37. Alors que la victime était déjà à terre, l'accusé l'a frappée, frappée et frappée encore.
Donc ces coups n'étaient pas l'effet d'une pulsion, mais intentionnels et parfaitement maîtrisés.
38. – Le système belge des allocations est-il fondé sur l'aberration socialiste selon laquelle les hommes ne sont pas égaux devant les lois du marché ?
– Oui.
– Donc le système belge des allocations est une ineptie.
39. Depuis deux semaines, Monsieur X. a les yeux rouges, la gorge sèche et le nez encombré.
Ce sont là des symptômes typiques de l'allergie aux pollens, dont c'est justement la période active actuellement.
Donc Monsieur X. fait probablement de l'allergie au pollen.
40. Les syndicats des enseignants ne cessent d'affirmer que l'augmentation du nombre d'élèves par classe diminue la qualité de l'enseignement. Mais c'est faux ;
Ce n'est qu'une manière pour eux de défendre un maximum de jobs pour les enseignants.
41. Dans cette école, tous les élèves sont brillants ou issus de familles fortunées.
Donc, dans cette école, tous les élèves sont brillants ou ils sont tous issus de familles fortunées.
42. Contrairement à ce que disent quelques irréductibles pacifistes, notre pays a eu raison d'intervenir en Irak.
Tout bon Américain devrait être fier du courage de ses GI's, de la perfection technologique de son matériel militaire, bref de l'incomparable supériorité de son armée et de sa capacité à se faire respecter partout dans le monde.



Exercices

43. Les agriculteurs européens souffrent de l'accroissement de leur production et de la chute des prix qui en résulte.
Donc cet agriculteur européen souffre de l'accroissement de sa production agricole.
44. J'affirme que vous avez copié à l'examen sur Monsieur X.
Vous le niez.
Prouvez-moi donc que c'est lui qui a copié sur vous.
45. *Aristote* : « L'œil, la main, le pied et tous les membres de l'homme ont une fonction.
Donc, de la même manière, l'homme dans sa totalité doit avoir une fonction. »
46. Jeter des papiers par terre dans la rue n'est pas immoral.
Tout le monde le fait.
47. Mademoiselle X. s'est vue autoriser de ne fréquenter aucun des cours philosophiques proposés par l'école.
Donc ma fille se verra reconnaître le même droit.
48. Le Pape a dit que l'usage de moyens de contraception est un péché et que les pires péchés sont ceux qui ont été préparés à l'avance.
Donc acheter un préservatif, c'est s'apprêter à commettre un péché grave.
49. Il est faux que la victime soit serbe ou il est faux qu'elle soit croate.
Donc il est faux que la victime soit serbe ou croate.
50. La loi prévoit que l'épouse d'un accusé ne peut témoigner en sa faveur lors du procès.
Donc il en va de même pour la concubine de l'accusé, même s'ils ne sont pas mariés.
51. Mon ordinateur m'a coûté bien plus cher que mon pull.
Donc j'y tiens beaucoup plus.
52. En dissimulant le butin du cambriolage, mon client ne cherchait aucun enrichissement personnel ; il voulait seulement protéger son ami d'un nouveau long séjour en prison.
Il ne doit donc pas vraiment être accusé de recel.
53. Ni Bruges ni le Standard ne peuvent revendiquer le titre cette année.
C'est donc Anderlecht qui sera champion.
54. Nous avons condamné l'occupation israélienne de la Palestine.
Donc il nous faut aussi condamner les attentats palestiniens en Israël.
55. La distraction de mon client ne peut être la cause de cet accident meurtrier.
Une cause, *causa*, doit, comme l'indique son sens latin, être une « chose (concrète) ».
Et de la distraction n'est pas une *chose* (concrète).
56. Si je rate *Histoire parlementaire de Belgique*, je serai nécessairement ajourné ;
par contre, rater *Logique* n'entraînerait pas nécessairement mon ajournement.
Je dois donc étudier *Histoire parlementaire de Belgique* plutôt que *Logique*.
57. Il faut manger pour vivre,
non pas vivre pour manger.
58. On n'a retrouvé aucune trace de l'accusé sur les lieux du crime.
C'est donc la preuve que non seulement il a commis ce crime, mais qu'il l'a préparé minutieusement et exécuté avec beaucoup de sang-froid.
59. Les Blancs ne sont pas supérieurs aux Noirs
Donc les Noirs sont supérieurs aux Blancs
60. On ne peut pas dire que l'arrivée d'une seule personne transforme une assemblée en une foule.

- Donc, puisque toutes les personnes sont arrivées l'une après l'autre, il est faux de considérer que cette assemblée altermondialiste a connu un grand succès.
61. Ce monsieur a déjà perdu ses deux premières épouses.
Donc, si tu ne veux pas mourir prématurément, je te conseille de ne pas épouser ce monsieur qui semble être fait pour le veuvage.
62. Dans un bataillon, les sous-officiers reçoivent leurs ordres des officiers et ceux-ci du commandant de bataillon.
De même, donc, dans un gouvernement, les secrétaires d'État reçoivent leurs ordres des ministres et ceux-ci du premier ministre.
63. Nicolas Sarkozy est le président qu'il faut aux Français.
Il a des idées très claires sur la manière de résoudre les problèmes de sécurité, d'immigration et de délinquance sexuelle.
64. Certains hommes d'affaires sont des requins, mais on ne peut rien faire contre eux.
Parce qu'ils sont protégés par la loi en faveur des espèces en voie de disparition.
65. – Êtes-vous, oui ou non, satisfait d'avoir escroqué ce vieillard ?
– Non
– Donc vous regrettez l'escroquerie mais vous reconnaissez les faits.
66. Nous ne devons pas accorder aux diamantaires anversois un régime fiscal d'exception.
Cela permettrait à d'autres pays européens de justifier leurs propres mesures de dumping fiscal.
67. La Chine peut annexer les provinces sinophones du nord du Myanmar.
En effet, la Russie a annexé la Crimée sans réelle réaction de la communauté internationale.
68. Tu pourrais travailler plus pour l'école dans la mesure où tu disposes encore de pas mal de temps libre.
Je le sais parce que tu m'as toi-même dit la semaine dernière, quand il s'agissait de t'engager dans un groupe de rock, que tu avais plein de temps libre.
69. Il ne faut pas fermer les yeux sur l'annexion russe de la Crimée.
Cela pourrait ouvrir la porte à l'annexion d'autres territoires ukrainiens puis éventuellement de territoires d'autres pays voisins, comme la Biélorussie ou peut-être les Pays Baltes et la Finlande, avec à la clé le danger d'un conflit militaire avec l'OTAN.
Même s'il reste hypothétique, on ne peut pas prendre un tel risque.
70. C'est parce qu'il a brûlé le feu rouge que Monsieur X. a heurté la voiture de Monsieur Y.
En effet, des policiers qui étaient sur place ont vu toute la scène et l'ont décrite dans un rapport détaillé.
71. Même pour éviter au patient en fin de vie des souffrances physiques ou psychologiques majeures, on ne doit pas pratiquer l'euthanasie.
Car tuer est un mal en soi.
72. Mon fils dit que la consommation du cannabis est désormais légale en Belgique.
Mais je ne suis pas sûr qu'il ait raison ; il ne connaît à peu près rien au Droit belge et est souvent mal informé.
73. En cas de panne sur l'autoroute, il faut se ranger sur la bande d'arrêt d'urgence et prévenir rapidement les secours.



Exercices

Or, nous sommes tombés en panne sur l'autoroute.

Donc nous devons nous ranger sur la bande d'arrêt d'urgence et prévenir rapidement les secours.

74. Je voudrais, par mon travail, obtenir les meilleurs résultats possible à mon examen, mais mon temps est limité.

Or, je vois qu'il me faudrait étudier un jour de plus pour chaque point supplémentaire que je pourrais gagner en *Droit public*, alors qu'un jour de travail pourrait me rapporter 2 ou 3 points en plus en *Sociologie*.

Donc je vais consacrer les deux jours qui me restent à étudier *Sociologie* ; c'est ce qui sera le plus efficace pour ma moyenne.

75. Il faut légaliser et gérer publiquement l'usage de toutes les drogues.

Cela couperait l'herbe sous le pied à la criminalité liée aux trafics de drogues.

III. Reprenez les raisonnements 2 – 5 – 11 – 13 – 15 – 28 – 31 – 32 – 33 – 36 – 38 – 43 – 49 – 54 – 73 de l'exercice précédent et appariez-les avec les questions critiques (de la liste ci-dessous) qui permettraient de tester leur légitimité et éventuellement de les mettre en échec :

1. S'agit-il bien de légitimer une action et non d'établir la vérité d'une thèse ?
2. Les cas observés étaient-ils suffisamment nombreux pour pouvoir prétendre être représentatifs de l'ensemble des cas du genre ?
3. Les hypothèses qui sont distinguées et présentées comme branches (incompatibles) d'une alternative sont-elles les seules envisageables ou d'autres possibilités encore peuvent-elles être envisagées ?
4. A-t-on de bonnes raisons de penser que les observations n'ont pas été faites dans des circonstances particulières qui rendraient problématique la généralisation ?
5. L'interlocuteur a-t-il délibérément accepté les présupposés de la thèse concédée ?
6. Le tout et les parties sont-ils du même ordre (et susceptible des mêmes propriétés) ?
7. Le nouveau cas est-il bien similaire aux anciens cas sur tous les aspects significatifs pour la propriété concernée ? A-t-on de bonnes raisons de penser qu'il n'y a pas, entre les cas, des différences significatives pour cette propriété ?
8. De quel type de « règle » s'agit-il ? D'où vient-elle et qu'est-ce qui la fonde ? Pourquoi faudrait-il la suivre ?
9. Le phénomène A est-il *toujours* suivi/accompagné du phénomène B ou A apparaît-il parfois sans B ?
10. Le calcul coûts-bénéfices pour l'avenir est-il bien effectué en laissant de côté les pertes/sacrifices précédent(e)s qui ne peuvent de toute façon pas être récupéré(e)s ?
11. Quelles sont toutes les étapes qui séparent le premier pas de la conséquence finale à l'aune de laquelle on l'évalue, et quelles sont les probabilités de réalisation de chacune ?
12. Les prémisses sur lesquelles se fonde le raisonnement ont-elles, pour son auditoire, plus de vraisemblance que la conclusion qu'il prétend établir ?
13. L'individu/l'objet avec lesquels tous les individus/objets sont en relation est-il le même pour tous ou est-il différent d'un individu/objet à l'autre ?

14. Qu'est-ce qui met la source d'information en position de savoir ce qu'elle dit ? dispose-t-elle de bonnes raisons d'affirmer ce qu'elle dit ?
15. Est-ce l'affirmation conjonctive (ou disjonctive) dans son ensemble qui est niée ou la négation doit-elle être interprétée comme portant sur chacun des termes ?
16. A-t-on de bonnes raisons de penser que, dans le cas présent, il n'y a pas de meilleure explication du phénomène B ?

IV. *Pour chacun des raisonnements 3 – 4 – 10 – 17 – 18 – 25 – 26 – 34 – 45 – 57 de l'exercice II, formulez l'une ou l'autre question critique qui permettrait de tester leur légitimité et éventuellement de les mettre en échec.*

V. *Quel verdict convient aux raisonnements suivants ? Si aucun des verdicts proposés n'est correct, indiquez la solution « 6 ».*

Question 1.

Le gouvernement belge a la confiance de 60 % des parlementaires.

Donc le ministre de l'intérieur a la confiance de 60 % des parlementaires.

1. Généralisation hâtive
2. Échantillonnage biaisé
3. Fallacia divisionis

Question 2.

En Belgique, l'alcoolisme va souvent de pair avec des violences conjugales.

Donc la mésentente dans le couple amène les hommes à boire.

1. Cum hoc ergo propter hoc
2. Sophisme naturaliste
3. Renversement de la charge de la preuve

Question 3.

Si l'armée israélienne se retire des territoires occupés, les attentats en Israël cesseront.

Or, l'armée israélienne ne se retire pas des territoires occupés.

Donc les attentats en Israël se poursuivront.

1. Modus Ponens (raisonnement déductivement valide)
2. Affirmation du conséquent
3. Négation de l'antécédent

Question 4.

À chacune de ses interventions, le gouvernement wallon parvient au mieux à créer quelques dizaines d'emplois.

Or, ce ne sont pas quelques dizaines d'emplois en plus qui vont sortir la Wallonie de la crise actuelle.

Donc tous les efforts du gouvernement wallon pour créer des emplois n'aboutiront jamais à une sortie de crise.

1. Pente savonneuse
2. Sorite
3. Argument du gaspillage

Question 5.

Même si nous faisons parfaitement confiance au Président actuel, il ne faut pas lui donner les pleins pouvoirs.



Cela autoriserait n'importe quel Président futur, éventuellement moins digne de confiance, de réclamer à son tour les pleins pouvoirs.

1. *Ad consequentiam*
2. Argument de la suspicion légitime
3. Argument prospectif du précédent

Question 6.

Le témoignage d'une hôtesse accusant Johnny Halliday de viol est faux.

Cette dame dit cela parce qu'elle veut toucher des indemnités de réparation.

1. Attaque personnelle circonstancielle
2. Argument de l'information prise à bonne source
3. Argument du coût-bénéfice

Question 7.

Si ce test génétique établit que je suis bien le fils d'Elvis Presley et l'héritier de sa fortune, il va de soi que l'institut de génétique sera le premier à bénéficier de ma générosité.

Donc le test établira cette filiation.

1. Rétorsion pragmatique
2. Sophisme naturaliste
3. Argument du moyen en vue d'une fin

Question 8.

Du simple accident à l'attentat politique en passant par le suicide, de nombreuses hypothèses ont été émises quant aux causes de la chute d'escalade ayant entraîné la mort d'Albert I.

Mais le livre le plus récent met en cause un mari trompé jaloux.

Donc Albert I est mort d'un crime passionnel.

1. Fallacia accidentis
2. *Ad ignorantiam*
3. *Ad novitatem*

Question 9.

Aujourd'hui, la plupart des jeunes vivent ensemble avant de se marier.

Donc attendre le mariage pour se mettre en ménage est une bêtise.

1. *Petitio principii*
2. Sophisme naturaliste
3. Argument *a contrario*

Question 10.

Si je réussis cette année, j'ai fini mes études.

Si je ne réussis pas cette année, j'arrête mes études.

Donc, de toutes façons, ceci est ma dernière année d'études.

1. Incompatibilité (raisonnement valide)
2. Affirmation du conséquent
3. Pente savonneuse

Question 11.

Rien ne permet de prouver que Michel Nihoul n'était pas à Bertrix le jour de l'enlèvement de Laetitia Delhez.

Donc il y était.

1. Ad ignorantiam
2. Rétorsion assertive
3. Argument par les valeurs

Question 12.

Max Mosley, Président de la Féd. Automobile Internationale, aux dirigeants belges :

Si votre loi contre la publicité pour le tabac n'est pas amendée, le Grand-Prix de Francorchamps sera supprimé du calendrier de la Formule 1.

La publicité pour le tabac ne représente donc pas un réel danger.

1. Homme de paille
2. Ad baculum
3. Argument du gaspillage

Question 13.

Je ne perds pas mon temps à lire de mauvais romans.

Or, Patrick Poivre d'Arvor a dit que le dernier ouvrage de Daniel Pennac ne vaut rien.

Donc je ne lirai pas ce dernier Pennac.

1. Attaque personnelle injurieuse
2. Homme de paille
3. Argument a fortiori

Question 14.

Si le gouvernement tombe, Jan Jambon démissionne de son poste de ministre de l'intérieur.

Or, le gouvernement ne tombe pas.

Donc Jan Jambon ne démissionne pas de son poste de ministre de l'intérieur.

1. Modus Tollens (raisonnement déductivement valide)
2. Négation de l'antécédent
3. Violation des lois de De Morgan

Question 15.

Il est tout à fait légitime de chercher à frauder le fisc.

Tout le monde le fait.

1. Sophisme naturaliste
2. Pente savonneuse
3. Argument prospectif du précédent

Question 16.

Cette feuille d'arbre est de couleur verte.

Les atomes qui la composent doivent donc être de la même couleur.

1. Échantillonnage biaisé
2. Fallacia divisionis
3. Généralisation hâtive



Question 17.

La grande majorité des habitants de la Terre pensent que l'homme et le singe ne descendent pas d'un ancêtre commun.

Donc l'hypothèse de Darwin selon laquelle l'homme et le singe descendraient d'un ancêtre commun est fausse.

1. Généralisation hâtive
2. Renversement de la charge de la preuve
3. Ad populum

Question 18.

Dans tous les pays pauvres, il y a à la fois une grande mortalité infantile et une mortalité précoce des adultes.

Donc voir mourir ses enfants fait mourir jeune.

1. Cum hoc ergo propter hoc
2. Pente savonneuse
3. Argument du décisif

Question 19.

C'est dans la nature des oiseaux de voler.

Il n'y a donc rien d'étonnant à ce que soit une pie qui ait emporté les bijoux de la Castafiore.

1. Ambiguïté lexicale
2. Généralisation hâtive
3. Sophisme naturaliste

Question 20.

Si je rate cet examen, je serai probablement ajourné.

Si je le réussis, le risque d'ajournement sera reporté sur l'examen suivant.

Si je ne présente pas l'examen, je serai d'office ajourné par abandon.

Donc autant choisir cette dernière option, dont je connais l'issue à coup sûr.

1. Dilemme (raisonnement déductivement valide)
2. Fausse extrapolation
3. Pente savonneuse
4. Argument du décisif

Question 21.

Que vous le vouliez ou non, Madame X. sera désormais votre chef de service.

En effet, elle est extrêmement compétente et très efficace.

C'est d'ailleurs ce que vous-même m'aviez dit il y a quelques mois lorsque vous m'avez incité à la recruter chez notre principal concurrent.

1. Argument de double hiérarchie
2. Argument du sacrifice
3. Argument ex concessis

Question 22.

Mon fils, cette fille ne te convient pas.

Elle a l'air de se foutre complètement de toi et de n'être intéressée que par ton argent.

Et puis, en famille, elle tire tout le temps la gueule et montre clairement qu'elle ne nous aime pas.

En plus, elle est trop fusionnelle et possessive et elle ne te laisse aucune liberté.

Enfin, il n'y a qu'à voir le petit jeu qu'elle joue avec nous qui sommes tes parents : elle fait la séductrice et essaie de nous amadouer pour nous avoir dans sa poche.

1. Attaque personnelle injurieuse
2. Pente savonneuse
3. Two wrongs make a right

Question 23.

La théorie du Big Bang, émise par un éminent ecclésiastique, correspond trop au mythe de la Création

pour bénéficier d'un quelconque crédit scientifique.

1. Accentuation
2. Fallacia accidentis
3. Ad fidem
4. Attaque personnelle circonstancielle

Question 24.

Si tu declares que j'étais avec toi au moment du hold-up, les policiers devront me libérer et tu pourras profiter du magot avec moi en Amérique du Sud.

Donc j'étais avec toi au moment du hold-up.

1. Omission de restrictions
2. Ad carotam
3. Marche triomphale

Question 25.

Les commentaires tennistiques de Monsieur X., consultant à la RTBF, sont parfaitement infondés.

Lui-même n'a jamais intégré le top 100 mondial en tant que joueur.

1. Attaque personnelle injurieuse
2. Ad ignorantiam
3. Argument de double hiérarchie

Question 26.

Sur son testament, maman a inscrit qu'elle souhaitait être enterrée avec sa bague de fiançailles.

Mais, comme elle ne parle pas de son alliance, c'est sans doute qu'elle ne souhaitait pas la porter.

1. Sophisme du parieur
2. Argument de précaution
3. Argument a contrario

Question 27.

Pour son courage pendant la première guerre mondiale, le roi Albert a été dénommé « le Roi chevalier ».

Donc Paola peut être fière d'avoir épousé un héros.

1. Ambiguïté référentielle



2. Marche triomphale
3. Argument du moyen en vue d'une fin

Question 28.

Si la Belgique se scinde en deux États avant la mort du Roi Philippe, Elisabeth ne sera jamais Reine des Belges.

Or, Elisabeth sera un jour Reine des Belges.

Donc la Belgique ne scindera pas en deux États avant la mort du Roi Philippe.

1. Modus Tollens (raisonnement déductivement valide)
2. Affirmation du conséquent
3. Négation de l'antécédent

Question 29.

Si Jacques Chirac est directement impliqué dans l'affaire de la mairie de Paris, c'est tout profit pour l'extrême-droite, qui pourra jouer une fois de plus sur le slogan « Tous pourris... ».

Donc Jacques Chirac n'est pas directement impliqué dans l'affaire de la mairie de Paris ; c'est mieux comme ça.

1. Post hoc ergo propter hoc
2. Ad consequentiam
3. Homme de paille

Question 30.

Il est faux que Justine Henin et Kim Clijsters surclassaient toutes les autres tennismen du circuit mondial en 2007.

Donc Justine Henin ne surclassait pas toutes les autres tennismen du circuit mondial en 2007 et Kim Clijsters non plus.

1. Violation des lois de De Morgan
2. Usage rhétorique de doubles négations
3. Argument de symétrie

Question 31.

Le parti Écolo a perdu 40 % de ses électeurs en 2003 lors des élections fédérales.

Donc Jean-Michel Javaux, qui avait obtenu 1000 voix en 1999, n'en a obtenu que 600 en 2003.

1. Échantillonnage biaisé
2. Fallacia divisionis
3. Argument par division

Question 32.

Il faut voter « oui » au traité constitutionnel européen.

Parce que ce traité comporte de nombreuses avancées économiques, sociales et institutionnelles.

Parce que ce traité est le seul compromis possible en Europe.

Parce que ce traité ne contient rien de nouveau mais ne fait que rassembler ce qui avait déjà été accepté.

Parce que devoir renégocier ce traité retarderait la construction européenne.

1. Assertions complexes

2. Pente savonneuse
3. Argument du chaudron

Question 33.

*Le gouvernement devra opérer un sérieux contrôle budgétaire cet automne.
Donc, le reste de l'année, il pourra dépenser sans souci.*

1. Accentuation
2. Omission de restrictions
3. Argument du gaspillage

Question 34.

*Vous dites que vous m'avez vu tricher avec mon voisin pendant votre examen.
Mais tout ce que vous voulez en fait, c'est avoir deux copies en moins à corriger.
Donc c'est faux ; je n'ai pas triché avec mon voisin pendant l'examen.*

1. Renversement de la charge de la preuve
2. Attaque personnelle circonstancielle
3. Corax

Question 35.

*Le Pape dit que ce n'est pas l'argent qui fait le bonheur.
Mais c'est complètement faux.
Il n'y a qu'à voir le luxe dans lequel il vit lui-même...*

1. Pétition de principe
2. Renversement de la charge de la preuve
3. Rétorsion pragmatique
4. Ad fidei

Question 36.

*En janvier, j'ai raté les trois quarts de mes examens.
En juin, j'en ai raté la moitié.
Donc, en septembre, je vais encore en rater un quart.*

1. Fausse extrapolation
2. Homme de paille
3. Argument par la meilleure explication

Question 37.

*Pour entrer en Turquie, tous les habitants de la Communauté Européenne doivent avoir sur eux une carte d'identité ou un passeport en règle.
Donc, pour entrer en Turquie, tous les habitants de la Communauté Européenne doivent avoir sur eux une carte d'identité ou tous doivent avoir sur eux un passeport en règle.*

1. Application correcte des lois de De Morgan (raisonnement déductivement valide)
2. Violation des lois de distribution des quantificateurs
3. Échantillonnage biaisé

Question 38.

*Vous dites que votre cliente a été harcelée par mon client.
Or, je ne vois pas bien quel fait exactement vous voulez qualifier d'« harcèlement ».*



Car, comme le montrent les écoutes téléphoniques, mon client n'a dépassé les limites de la politesse dans aucun de ses coups de téléphone.

Et ce n'est tout de même pas un coup de téléphone en plus ou en moins qui fait subitement du prétendant maladroît un harceleur.

1. Sorite
2. Attaque personnelle circonstancielle
3. Argument d'étymologie

Question 39.

Dans les sociétés occidentales, l'usage des drogues douces et l'espérance de vie sont toutes deux en progression constante.

Donc la consommation du cannabis permet de vivre plus vieux.

1. Généralisation hâtive
2. Cum hoc ergo propter hoc
3. Argument du moyen en vue d'une fin

Question 40.

89 % des étudiants de première année de baccalauréat à l'Université de Liège affirment disposer de l'ADSL à domicile.

Donc Internet est désormais directement accessible à près de 9/10 des foyers belges.

1. Sophisme du parieur
2. Échantillonnage biaisé
3. Sophisme naturaliste

Question 41.

Les accusations portées à l'encontre de mon client sont clairement fausses.

L'accusateur n'a même pas fini ses études primaires...

1. Omission de restrictions
2. Ad misericordiam
3. Argument par les valeurs

Question 42.

Si un juge prononce un non-lieu à l'égard d'un accusé, il ne lui inflige pas de sanction pénale.

Or, le juge ne m'a infligé aucune sanction pénale dans le procès où j'étais accusé.

Donc le juge a prononcé un non-lieu à mon égard.

1. Modus Tollens (raisonnement déductivement valide)
2. Affirmation du conséquent
3. Ad ignorantiam

Question 43.

L'autorité législative du général Tapioca est parfaitement légitime.

Puisqu'elle a été officiellement instaurée par une loi spéciale qu'il a promulguée suite à son coup d'État.

1. Post hoc ergo propter hoc
2. Pétition de principe
3. Argument a fortiori

Question 44.

Tous les juges belges travaillent efficacement.

Donc la justice belge est efficace.

1. Fallacia compositionis
2. Marche triomphale
3. Usage rhétorique de répétitions

Question 45.

Un étudiant : – Le cours de logique est difficile.

Un autre étudiant : – C'est faux ! Il suffit de consulter les taux d'échec des dernières années pour voir que le cours de logique n'est pas le plus difficile de tous.

1. Généralisation hâtive
2. Homme de paille
3. Renversement de la charge de la preuve

Question 46.

– Admettez-vous avoir conduit ce soir-là sous l'influence d'alcool et de stupéfiants ?

– Non.

– Donc je note que vous niez avoir conduit ce soir-là sous l'influence d'alcool et que vous niez avoir conduit ce soir-là sous l'influence de stupéfiants.

1. Violation des lois de De Morgan
2. Ad ignorantiam
3. Usage rhétorique de doubles négations

Question 47.

Le meurtre de civils par des soldats est un crime de guerre.

Donc un génocide commis par des soldats l'est aussi, et à plus forte raison encore.

1. Sorite
2. Échantillonnage biaisé
3. Argument a pari
4. Argument a fortiori

Question 48.

Jusqu'à présent, les entraîneurs de l'équipe belge de football ont toujours dit que la force d'une petite équipe comme la nôtre réside dans une défense solide.

Le nouvel entraîneur dit que la bonne stratégie consiste à prendre le match en main, c'est-à-dire à attaquer plutôt qu'à défendre.

Donc ce n'est pas dans la défense, mais dans l'attaque, que réside la force de notre équipe nationale.

1. Sophisme du parieur
2. Marche triomphale
3. Ad novitatem

Question 49.

Votre prestation à mon examen est insuffisante...

... parce que vous n'avez répondu correctement à aucune des questions que je vous ai posées,



Exercices

*parce que vous prenez beaucoup trop de temps pour réfléchir,
parce que même vos réponses correctes sont beaucoup trop hésitantes
et enfin parce que j'ai l'impression que vous répondez la première chose qui vous
passe par la tête.*

1. Assertions complexes
2. Pente savonneuse
3. Argument du chaudron

Question 50.

*– Accusé ! Avez-vous, oui ou non, tué la victime après l'avoir violée ?
– Euh, non...
– Donc vous niez le meurtre, mais vous reconnaissez quand même le viol !*

1. Questions complexes
2. Attaque personnelle circonstancielle
3. Corax

Question 51.

Un Président de Département à ses collègues :

*Si au moins 80 % de nos étudiants réussissent, ils apporteront suffisamment de sub-
sides l'année prochaine à l'Université pour qu'elle engage un nouvel assistant dans
notre Département.*

*Donc c'est entendu : au moins 80 % des étudiants satisfont aux exigences de notre
formation.*

1. Post hoc ergo propter hoc
2. Ad carotam
3. Marche triomphale
4. Argument du décisif

Question 52.

*Signe d'un durcissement du régime en place, ce pays a vu se multiplier les meurtres
d'opposants politiques ces dernières années.*

*Cela veut donc dire qu'à cause du régime en place les opposants politiques tuent de
plus en plus.*

1. Ambiguïté syntaxique
2. Post hoc ergo propter hoc
3. Pente savonneuse
4. Argument d'opposition

Question 53.

*Le taux de chômage a nettement augmenté dans notre pays depuis l'indépendance
de Congo.*

Donc le sous-emploi est dû à la décolonisation.

1. Fausse extrapolation
2. Post hoc ergo propter hoc
3. Pente savonneuse

Question 54.

Ne pas avoir de GSM aujourd'hui est une absurdité.

La preuve : presque tout le monde en a un.

1. Généralisation hâtive
2. Échantillonnage biaisé
3. Sophisme naturaliste

Question 55.

*« Mon médecin me dit que fumer est mauvais pour la santé.
Mais je vois bien que lui-même fume cigarette sur cigarette.
Donc ça ne doit pas être si mauvais que ça. »*

1. Fausse analogie
2. Attaque personnelle circonstancielle
3. Rétorsion pragmatique

Question 56.

*Le professeur de logique est globalement content des résultats obtenus par son auditoire à l'examen.
Donc il est globalement content des résultats obtenus à l'examen par chacun de ses étudiants.*

1. Fallacia divisionis
2. Échantillonnage biaisé
3. Argument par division

Question 57.

*– Je ne crois pas que l'Allemagne et le Brésil se disputeront la finale de la Coupe du monde de football.
– Donc vous pensez que ni l'Allemagne ni le Brésil n'atteindront la finale.*

1. Violation des lois de De Morgan
2. Assertions complexes
3. Usage rhétorique de doubles négations

Question 58.

*Un dictateur s'adresse au Secrétaire Général de l'ONU :
« Vous dites qu'il faut démocratiser notre pays parce que la démocratie, c'est le Paradis sur Terre.
Or, moi, je constate qu'il y a aussi des gens malheureux dans vos démocraties.
Donc la démocratie n'est pas le système politique parfait que vous prétendez et nous n'allons donc pas l'adopter chez nous. »*

1. Ad verecundiam
2. Homme de paille
3. Rétorsion pragmatique
4. Ad consequentiam

Question 59.

*– Charlie Chaplin est le plus grand comédien de tous les temps.
– Ça m'étonnerait. Il mesurait moins d' 1,70 m.*

1. Omission de restrictions
2. Généralisation hâtive



3. Attaque personnelle injurieuse
4. Argument a contrario

Question 60.

J'ai eu 14/20 au premier examen de la session, 12/20 au second et seulement 10/20 au troisième.

Donc, demain, pour le quatrième examen, c'est sûr que je vais rater.

1. Sorite
2. Fausse extrapolation
3. Ad misericordiam
4. Usage rhétorique de répétitions

Question 61.

La France envisage de pénaliser la négation historique du terrible massacre des Arméniens en 1915.

Donc on ne pourra plus contester en France que les Arméniens ont commis un terrible massacre en 1915.

1. Ambiguïté syntaxique
2. Renversement de la charge de la preuve
3. Usage rhétorique de doubles négations
4. Argument du sacrifice

Question 62.

Aujourd'hui, presque tout le monde en Europe est sédentaire et il n'y a plus guère que les gitans pour se déplacer sans cesse.

Donc, en Europe, le nomadisme n'est pas un mode de vie normal et il devrait même être interdit.

1. Ad populum
2. Sophisme naturaliste
3. Attaque personnelle circonstancielle
4. Argument a contrario

Question 63.

Si ma fille épouse Bill Gates, elle sera riche.

Or, il est à peu près certain qu'elle n'épousera pas Bill Gates.

Donc elle sera pauvre.

1. Négation de l'antécédent
2. Ad misericordiam
3. Argument d'opposition

Question 64.

Bien sûr que si que Brad Pitt est de nouveau avec Jenifer Aniston !

Je l'ai lu dans « France Dimanche ».

1. Échantillonnage biaisé
2. Ad verecundiam
3. Ad passiones populi

Question 65.

Le code pénal sanctionne les actes pédophiles.

Donc il doit aussi sanctionner d'autres perversions sexuelles comme l'homosexualité, l'échangisme ou le fétichisme.

1. Fausse analogie
2. Homme de paille
3. Two wrongs make a right

Question 66.

Nous ne pouvons pas dépénaliser l'euthanasie des personnes souffrant de maladies incurables qui en ont fait la demande explicite et répétée.

Car, si nous autorisons cela, nous devons ensuite accepter l'euthanasie des malades incurables qui ne sont pas en état de faire une demande explicite et répétée ; et puis ensuite l'euthanasie des personnes qui souffrent mais dont la maladie n'est pas incurable et puis de n'importe qui se sent mal dans sa peau... et finalement de tous ceux dont quelqu'un estimera qu' « ils n'ont pas l'air très heureux, donc autant abrégé leurs souffrances »... bref, nous autoriserons le meurtre en général.

1. Accentuation
2. Assertions complexes
3. Pente savonneuse
4. Corax

Question 67.

Jean insiste pour reconduire son ami Paul chez lui quand il a trop bu.

Donc Jean est extrêmement dangereux quand il est ivre ; non seulement il veut conduire, mais, en plus, il veut prendre des passagers dans sa voiture.

1. Ambiguïté référentielle
2. Fallacia accidentis
3. Pente savonneuse

Question 68.

– Si je comprends bien, vous continuez à défendre l'honneur de ce mafieux de Jean-Claude Van Cauwenberghe.

– Oui.

– Donc vous reconnaissez que c'est un mafieux, mais vous persistez à défendre son honneur.

1. Assertions complexes
2. Renversement de la charge de la preuve
3. Attaque personnelle injurieuse

Question 69.

« Monsieur le Commissaire, sè pa mon fils ki a tué la vieille... se soir la il étais avèc mois... »

- Rien qu'à voir comment c'est écrit, on sait que ce témoignage est faux.

1. Généralisation hâtive
2. Ad populum
3. Attaque personnelle injurieuse
4. Argument d'étymologie



Question 70.

*Mon médecin dit que la surcharge pondérale est un danger pour la santé.
Mais la meilleure preuve que c'est faux, c'est que lui-même frôle l'obésité.*

1. Fausse analogie
2. Ad verecundiam
3. Rétorsion pragmatique

Question 71.

*- Je n'ai pas pu commettre ce vol dont on m'accuse.
- Pourquoi ?
- Parce que je ne suis pas un voleur.*

1. Post hoc ergo propter hoc
2. Pétition de principe
3. Renversement de la charge de la preuve
4. Usage rhétorique de répétitions

Question 72.

Cette société pharmaceutique ne peut être tenue pour responsable des morts consécutives à l'absorption d'un des médicaments qu'elle commercialise.

Car, si sa responsabilité est reconnue, elle se retirera totalement du marché belge et cessera donc la commercialisation de toute une série d'autres médicaments pour lesquels il n'existe pas d'alternative.

1. Post hoc ergo propter hoc
2. Homme de paille
3. Pente savonneuse

Question 73.

*- Hier soir, Monsieur X. a été incarcéré à la prison de Saint-Gilles.
- Pourquoi ? D'habitude, il va dans une autre ?*

1. Accentuation
2. Sophisme naturaliste
3. Attaque personnelle circonstancielle
4. Argument par l'exemple

Question 74.

95 % de mes connaissances ont une adresse électronique.

Donc il n'y a plus qu'un Belge sur 20 qui n'utilise pas le courrier électronique.

1. Échantillonnage biaisé
2. Ad populum
3. Sophisme naturaliste
4. Sophisme du parieur

Question 75.

Comme je ne connais pas la réponse à cette question, je vais taper dans le tas.

Puisqu'il y a 5 réponses possibles, j'ai en principe une chance sur 5 de trouver la bonne réponse.

Mais comme les réponses 2 et 3 sont déjà beaucoup apparues pour les autres questions, elles sont nettement moins probables que les 3 autres solutions pour cette question-ci.

Donc, si j'exclus les solutions 2 et 3, j'ai une chance sur 3 de trouver la bonne réponse.

1. Omission de restrictions
2. Sophisme du parieur
3. Fausse analogie
4. Argument par la meilleure explication

Question 76.

Mes parents se sont séparés après la naissance de ma petite soeur.

Donc c'est sa faute s'ils ont divorcé.

1. Post hoc ergo propter hoc
2. Omission de restrictions
3. Attaque personnelle circonstancielle
4. Argument du décisif

Question 77.

En juillet 1970, c'est Eddy Merckx qui fut le roi des Pyrénées.

Donc, à cette époque, les Pyrénées constituaient une monarchie autonome.

1. Ambiguïté de figure de style
2. Échantillonnage biaisé
3. Marche triomphale

Question 78.

Tout le monde dit que le chiffre « 13 » porte malheur.

Donc ça doit quand même être vrai quelque part.

1. Post hoc ergo propter hoc
2. Ad populum
3. Ad ignorantiam

Question 79.

Tous les étudiants ont raté au moins un examen.

Donc il y avait un examen qui était tellement difficile que tous les étudiants l'ont raté.

1. Violation des lois de l'ordre des quantificateurs
2. Échantillonnage biaisé
3. Pétition de principe
4. Sophisme naturaliste

Question 80.

Comprenez bien, Madame, que vous seriez la première victime d'une condamnation de votre patron, car, s'il va en prison, il ne pourra plus payer une secrétaire.

Donc disons qu'il n'y a pas eu de harcèlement sexuel, mais seulement quelques plaisanteries un peu grivoises.

1. Homme de paille
2. Attaque personnelle circonstancielle



3. Ad baculum

Question 81.

Dans notre pays, la circoncision des garçons est très rare, ce qui montre bien que c'est une pratique barbare.

1. Ad populum
2. Sophisme naturaliste
3. Argument du sacrifice

Question 82.

Qu'aucun gitan ne soit un voleur, c'est évidemment faux. Donc tous les gitans sont des voleurs.

1. Renversement de la charge de la preuve
2. Confusion contradiction/contrariété
3. Argument de précaution

Question 83.

« L'accusé : ce soir-là, j'avais bu beaucoup trop de bière.

Le commissaire : Pourquoi ? Les autres soirs, tu te torches la gueule au pinard ? »

1. Accentuation
2. Fausse extrapolation
3. Attaque personnelle injurieuse

Question 84.

Cette photo ne peut comporter aucune nuance de gris, puisqu'elle n'est composée que de pixels blancs et noirs.

1. Fallacia compositionis
2. Échantillonnage biaisé
3. Argument par division

Question 85.

Dans le cas où un parlementaire devient ministre, c'est son suppléant qui le remplace au Parlement.

Or, un parlementaire vient d'être désigné ministre.

Donc son suppléant va le remplacer au Parlement.

1. Modus Ponens (raisonnement déductivement valide)
2. Généralisation hâtive
3. Post hoc ergo propter hoc

Question 86.

Si je réussis l'examen de logique, cela me donnera d'autant plus de courage pour étudier le suivant et j'ai alors de grandes chances de réussir celui-ci, ce qui me donnera ensuite du courage pour étudier l'examen suivant et ainsi de suite.

Donc, si je réussis l'examen de logique, je réussirai toute ma session.

1. Post hoc ergo propter hoc
2. Corax
3. Marche triomphale

Question 87.

Ma sœur adhère à cette ineptie qu'est la foi chrétienne.

Donc ma sœur est crédule et irrationnelle.

1. Assertions complexes
2. Ad fidem
3. Attaque personnelle injurieuse

Question 88.

En renonçant à sa propriété personnelle sur le Congo et en léguant ce territoire gigantesque à la Belgique, le roi Léopold a assuré la prospérité de son pays pendant toute la première moitié du XXe siècle.

Or, lors du référendum relatif à la « question royale », plus de 42 % des Belges se sont exprimés contre le retour au pouvoir du roi Léopold.

Donc plus de 42 % des Belges sont des ingrats.

1. Ambiguïté référentielle
2. Échantillonnage biaisé
3. Ad passionem populi

Question 89.

Madame X. est enceinte de jumeaux hétérozygotes, de sorte qu'il y a une chance sur quatre qu'elle mette au monde deux garçons, une chance sur quatre qu'elle mette au monde deux filles et une chance sur deux qu'elle mette au monde un garçon et une fille.

Or, lorsque le premier enfant naît, on s'aperçoit que c'est une fille.

Donc, dès ce moment, on peut exclure le cas où ce seraient deux garçons mais il y a désormais deux chances sur trois que le second soit un garçon.

1. Sophisme du parieur
2. Échantillonnage biaisé
3. Fausse extrapolation

Question 90.

Cet étudiant affirme qu'il n'a pas pu étudier son examen, parce qu'il a eu beaucoup de fièvre dans les jours précédents ; mais c'est évidemment faux.

Il dit ça pour expliquer son échec et obtenir éventuellement une autre chance de présenter l'examen.

1. Renversement de la charge de la preuve
2. Attaque personnelle circonstancielle
3. Ad misericordiam

Question 91.

Il est certain que Jeb Bush ne deviendra pas le prochain Président des États-Unis ou qu'Hilary Clinton ne deviendra pas le prochain Président des États-Unis.

Donc il est assurément faux que le prochain Président des États-Unis sera Jeb Bush ou Hilary Clinton.

1. Violation des lois de De Morgan
2. Fausse alternative
3. Argument par division



Question 92.

Dans ce café, il y a des panneaux d'interdiction de fumer partout, sauf aux toilettes. Donc, puisque l'interdiction est très explicite là où elle est en vigueur, il est autorisé de fumer aux toilettes.

1. Échantillonnage biaisé
2. Renversement de la charge de la preuve
3. Argument a contrario

Question 93.

Tu me trompes.

Ne dis pas le contraire ; tu serais bien incapable de me démontrer que j'ai tort.

1. Renversement de la charge de la preuve
2. Attaque personnelle circonstancielle
3. Rétorsion pragmatique

Question 94.

Tous les criminels souffrent d'au moins un trouble psychique.

Donc il y a au moins un trouble psychique dont souffrent tous les criminels et qui mériterait d'attirer l'intérêt des criminologues.

1. Violation des lois de l'ordre des quantificateurs
2. Échantillonnage biaisé
3. Fausse extrapolation

Question 95.

Quand nous sommes partis en vacances en famille en août dernier, nous sommes arrivés dans un cadre cauchemardesque : logement insalubre, environnement déplaisant et bruyant, temps pourri, rien à visiter ni rien à faire... Nous aurions encore été bien mieux chez nous.

Mais nous avons payé d'avance et nous avons fait le déplacement.

Donc nous sommes restés jusqu'au bout du séjour.

1. Two wrongs make a right
2. Ad misericordiam
3. Argument du gaspillage

Question 96.

Aujourd'hui, les hommes ne cèdent plus guère le passage aux dames.

Donc la galanterie est ringarde et ne mérite que la moquerie.

1. Ad passionem populi
2. Sophisme naturaliste
3. Argument de double hiérarchie

Question 97.

S'il s'agit d'une accusation d'homicide volontaire, l'accusé doit comparaître devant un jury d'assises.

Or, il ne s'agit pas d'une accusation d'homicide volontaire.

Donc l'accusé ne doit pas comparaître devant un jury d'assises.

1. Modus Ponens (raisonnement déductivement valide)

2. Affirmation du conséquent
3. Négation de l'antécédent

Question 98.

La partie adverse soutient d'abord que nous devons honorer notre partie du contrat et ensuite qu'elle ne devait pas honorer la sienne parce que le contrat n'était pas valable. Ces deux thèses de la partie adverse sont incompatibles.

Donc la partie adverse à tort : nous ne devons pas honorer notre partie du contrat.

1. Renversement de la charge de la preuve
2. Violation des lois de De Morgan
3. Argument du chaudron

Question 99.

La comptabilité de cette entreprise de construction ne laisse pas apparaître la moindre malversation financière ou fraude aux lois sociales sur 20 ans.

C'est là une situation tellement étonnante qu'elle est suspecte : il faut plutôt penser que non seulement il y a eu malversation et fraude, mais que les comptables en étaient pleinement conscients et qu'ils ont tout fait pour les cacher.

1. Assertions complexes
2. Attaque personnelle circonstancielle
3. Corax

Question 100.

Si l'accusé a des antécédents judiciaires, il ne bénéficiera pas d'un sursis.

Or, l'accusé bénéficiera d'un sursis.

Donc l'accusé n'a pas d'antécédents judiciaires.

1. Modus Tollens (raisonnement valide)
2. Affirmation du conséquent
3. Négation de l'antécédent

Question 101.

Si le directeur de cette entreprise est convaincu d'escroquerie à l'encontre des actionnaires, c'est toute l'entreprise qui ira à la faillite et les actionnaires y perdront plus qu'ils gagneront.

Donc il n'a pas commis d'escroquerie ; c'est mieux comme ça.

1. Post hoc ergo propter hoc
2. Ad consequentiam
3. Homme de paille

Question 102.

Cet homme a consommé de la drogue quand il était jeune.

Or, celui qui a en lui le goût des drogues ne peut raisonnablement se voir confier des responsabilités ministérielles.

Donc cet homme ne peut en aucun cas être ministre.

1. Fallacia accidentis
2. Pente savonneuse
3. Attaque personnelle injurieuse



Question 103.

*Les performances de cette filiale sont inférieures à la moyenne de notre groupe.
Cela veut dire que ses employés sont moins performants que ceux des autres filiales de notre groupe.*

1. Échantillonnage biaisé
2. Fallacia divisionis
3. Argument par division

Question 104.

*Dans le monde économique, on peut constater un lien étroit entre les dividendes versés aux actionnaires d'une entreprise et les bénéfices engrangés par cette entreprise.
Donc verser de gros dividendes aux actionnaires est un bon moyen d'assurer à son entreprise de plantureux bénéfices.*

1. Affirmation du conséquent
2. Cum hoc ergo propter hoc
3. Pétition de principe
4. Argument du moyen en vue d'une fin

Question 105.

*La loi sur la fin de vie autorise l'euthanasie des personnes souffrant de maladies incurables qui en font la demande explicite et répétée.
Donc le meurtre n'est plus quelque chose d'illégal dans notre pays.*

1. Omission de restrictions
2. Homme de paille
3. Ad consequentiam

Question 106.

*Si un individu sans papier fait la preuve qu'il vit depuis plus de cinq ans en Belgique, il sera automatiquement « régularisé ».
Or, tel individu sans papier a été régularisé.
Donc c'est qu'il a fait la preuve qu'il vivait depuis plus de cinq ans en Belgique.*

1. Affirmation du conséquent
2. Post hoc ergo propter hoc
3. Renversement de la charge de la preuve

Question 107.

*Il n'y a pas de risque d'embouteillage sur ce tronçon d'autoroute.
En effet, les voitures arrivent toujours une par une.
Et ce n'est quand-même pas une voiture de plus ou de moins qui change un trafic dense en un embouteillage.*

1. Sorite
2. Ad ignorantiam
3. Argument du décisif

Question 108.

*Chaque étudiant va réussir ou rater cet examen.
Donc cet examen va être réussi par tous les étudiants ou raté par tous les étudiants.*

1. Violation des lois de distribution des quantificateurs
2. Échantillonnage biaisé
3. Pente savonneuse
4. Argument par division

Question 109.

Chacun des mots de ce poème est très court.

Donc ce poème est très court.

1. Fallacia compositionis
2. Pétition de principe
3. Argument par l'exemple
4. Argument par division

Question 110.

Au moment où vous avez franchi ce feu de signalisation, il était soit vert soit rouge.

Or, on peut facilement prouver qu'il n'était pas vert quand vous l'avez franchi.

Donc vous avez franchi un feu rouge et commis une faute grave.

1. Omission de restrictions
2. Fausse alternative
3. Attaque personnelle circonstancielle
4. Argument de double hiérarchie

Question 111.

Une « call-girl » affirme que l'accusé était avec elle lorsque le crime a été commis, mais c'est clairement un mensonge.

Car elle a tout intérêt à disculper un de ses meilleurs clients.

1. Renversement de la charge de la preuve
2. Attaque personnelle circonstancielle
3. Argument du sacrifice

Question 112.

On n'a encore pu observer aucune planète qui réponde aux mêmes caractéristiques géologiques et climatiques que la Terre.

Donc il n'y en a pas.

1. Généralisation hâtive
2. Ad ignorantiam
3. Argument par l'exemple

Question 113.

Qu'aucun homme ne soit infidèle, c'est évidemment faux.

Donc tous les hommes sont infidèles.

1. Renversement de la charge de la preuve
2. Confusion contrariété/contradiction
3. Argument par les valeurs

Question 114.

Dans notre pays, les mariages arrangés par les parents sont très rares,



ce qui montre bien que c'est une pratique odieuse.

1. Ad populum
2. Sophisme naturaliste
3. Argument du sacrifice

Question 115.

Le médecin que j'ai consulté récemment pour soigner mes migraines a posé un verdict différent et recommandé un traitement différent de celui des trois autres médecins que j'avais consultés précédemment.

Donc heureusement que je n'avais pas suivi les recommandations de ceux-ci ; ils avaient manifestement tort.

1. Renversement de la charge de la preuve
2. Ad novitatem
3. Rétorsion assertive

Question 116.

Toutes les opérations comptables recensées dans ce registre sont fiscalement autorisées ou fiscalement interdites.

Donc toutes les opérations comptables recensées dans ce registre sont fiscalement autorisées ou elles sont toutes fiscalement interdites.

1. Violation des lois de distribution des quantificateurs
2. Fausse alternative
3. Sophisme naturaliste

Question 117.

Un notaire à sa cliente qui vient de perdre son mari :

« Si les impôts vous interrogent, les meubles anciens de votre maison ne faisaient pas partie du patrimoine commun, mais vous appartiennent exclusivement.

Car, sinon, vous devrez payer d'énormes droits de succession. »

1. Post hoc ergo propter hoc
2. Argument du gaspillage
3. Ad consequentiam

Question 118.

- Il ne faut pas jeter de pierre à la femme adultère.

- C'est un comble ! On pourrait donc lapider toutes les femmes sauf celles qui trompent leur mari !

1. Accentuation
2. Généralisation hâtive
3. Pente savonneuse

Question 119.

Si un délinquant récidive dans les cinq ans après une condamnation de peine avec sursis, celle-ci devient automatiquement une condamnation de peine ferme.

Donc, si un délinquant ne récidive pas dans les cinq ans après une condamnation de peine avec sursis, celle-ci ne devient pas une condamnation de peine ferme.

1. Négation de l'antécédent
2. Petition de principe

3. Renversement de la charge de la preuve

Question 120.

N'épouse pas ce type là ; il a le divorce « dans la peau ».

La preuve : son précédent mariage s'est soldé par un divorce.

1. Fallacia accidentis
2. Homme de paille
3. Attaque personnelle injurieuse

Question 121.

Les conducteurs entre 18 et 23 ans sont responsables de deux fois plus d'accidents que ceux entre 23 et 28 ans et de quatre fois plus d'accidents que ceux entre 28 et 33 ans.

Donc, diminuant ainsi de moitié tous les cinq ans, le risque de causer un accident est huit fois moins grand entre 33 et 38 ans qu'entre 18 et 23 ans.

1. Fallacia divisionis
2. Échantillonnage biaisé
3. Fausse extrapolation

Question 122.

Soit l'employé savait ce qu'il faisait en concluant ce contrat à perte, soit il est incompetent.

S'il a pris la décision de conclure ce contrat à perte en connaissance de cause, il doit être viré.

S'il est incompetent, il doit être viré.

Donc cet employé doit être viré.

1. Dilemme (raisonnement valide)
2. Attaque personnelle injurieuse
3. Pente savonneuse

Question 123.

Quand mon patron frappe à la porte de mon bureau, il frappe toujours quatre coups très secs.

Quelqu'un frappe quatre coups très secs à la porte de mon bureau.

Donc cela pourrait peut-être être quelqu'un d'autre, mais c'est sans doute mon patron.

1. Modus Tollens (raisonnement déductivement valide)
2. Post hoc ergo propter hoc
3. Argument par la meilleure explication

Question 124.

Mon voisin dit que les actions de cette société vont baisser dans les prochains mois et il m'offre gentiment de me racheter mes parts.

Mais je doute que ce qu'il dit soit vrai.

Sinon pourquoi ne vend-il pas ses parts et pourquoi achète-t-il les miennes ?

1. Corax
2. Argument de suspicion légitime
3. Argument de précaution



Question 125.

En bombardant sciemment des zones civiles, nos ennemis ont clairement commis un crime de guerre.

Donc nous avons parfaitement le droit de bombarder à notre tour des zones civiles du territoire ennemi.

1. *Post hoc ergo propter hoc*
2. Rétorsion pragmatique
3. *Two wrongs make a right*

VI. *Les deux raisonnements suivants ont un même défaut. Identifiez-le.*

1. L'interdiction de la culture des OGM serait une mesure à prendre rapidement.
Car les agriculteurs doivent savoir ce qu'ils peuvent et ne peuvent pas cultiver.
2. L'épouse de la victime avait tout à gagner et rien à perdre dans la mort de son mari.
En effet, elle est la seule bénéficiaire de son immense héritage et des indemnités colossales de son assurance-vie.
Par ailleurs, comme en attestent des lettres écrites à sa soeur, elle n'aimait plus son mari et elle voulait refaire sa vie avec son amant.
Donc c'est elle qui a commandité l'assassinat.

VII. *Produisez un exemple personnel – et si possible juridique – de raisonnement qui corresponde au schéma argumentatif*

1. du raisonnement *a pari*
2. du sophisme *ad hominem* circonstanciel
3. du sophisme *ad misericordiam*

VIII. *Commentez les raisonnements suivants (Posez un verdict théorique, expliquez-le et, sur cette base, posez quelques questions critiques ou proposez une contre-argumentation) :*

1. Les photos du monstre du Loch Ness réalisées par Robert Kenneth Wilson en 1934 se sont avérées être truquées.
Donc ce monstre n'existe pas.
2. Il faut diminuer l'impôt sur la fortune.
Car la manière dont sont taxés les gens qui réussissent est totalement injuste.
Et puis, sinon, notre pays va subir une fuite des capitaux dont tous pâtiront.



Bibliographie

Sur la logique déductive formelle

- ARISTOTE, *Organon, livre II : les premiers Analytiques*, traduction Tricot, Paris, Vrin, 1936.
- COPI Irving M., *Introduction to logic*, 8ème édition, New York, Prentice-Hall, 1998.
- GOCHET Paul et GRIBOMONT Pascal, *Logique I, méthodes pour l'informatique fondamentale*, Paris, Hermes, 1990.
- LEROUX Jean, *Introduction à la logique*, Diderot Editeurs, 1998.
- LUCAS Thierry et al., *Initiation à la logique formelle*, Bruxelles, De Boeck, 2007.
- QUINE Willard V. O., *Méthodes de logique*, Paris, Armand Colin, 1984.
- VERNANT Denis, *Introduction à la logique standard*, Paris, Flammarion, 2001.

Sur la théorie de l'argumentation

- ALLEN Derek, "Assessing inference", in Blair A. and Johnson R. (eds.), *New Essays in Informal Logic*, Windsor, Informal Logic Enterprises, 1994.
- ARNAULD Antoine et NICOLE Pierre, *La logique ou l'art de penser* (1662), Paris, Presses Universitaires de France, 1965.
- BARTH E.M. and KRABBE E. (eds.), *From axiom to dialogue: A philosophical study of logics and argumentation*, Berlin, Walter De Gruyter, 1982.
- BLAIR J. Anthony and PINTO Robert, *Reasoning: A Practical Guide*, Prentice Hall, 1993.
- BLAIR J. Anthony, *Groundwork in the theory of argumentation*, Dordrecht, Springer, 2012.
- BLAIR J.A. and JOHNSON R. (eds.), *Conductive argument. An overlooked type of defeasible reasoning*, Logic and Argumentation, vol. 33, College Publications, 2011.
- BLAIR J.A. and JOHNSON R. (eds.), *Informal Logic. The first International Symposium*, Edgepress, Inverness (California), 1980.
- BOUDON Raymond, *L'art de se persuader*, Paris, Fayard, Points essais, 1990.
- BOUDON Raymond, *L'idéologie*, Paris, Fayard, 1986.
- COPI Irving M. and BURGESS-JACKSON Keith, *Informal logic*, 3rd édition, London, Prentice Hall, 1996.
- COPI Irving M., *Introduction to logic*, 8e édition, New York, Prentice-Hall, 1998.
- DELNOY Paul, *Éléments de méthodologie juridique*, Bruxelles, De Boeck et Larcier, 2008.
- DESCARTES René, *Règles pour la direction de l'esprit*, in *OEuvres et lettres*, Paris, La Pléiade, 1953.
- ENNIS Robert, "Identifying implicit assumptions", *Synthese*, 1982, vol. 51, pp. 61-86.
- FISCHER David Hackett, *Historian's fallacies*, New York, Harper, 1970.
- FREEMAN James, *Argument Structure: Representation and Theory*, Dordrecht, Springer, 2011.
- GOLTZBERG Stefan, *Théorie bidimensionnelle de l'argumentation juridique*, Bruxelles, Bruylant, 2012.
- GRICE Paul, "Logic and conversation", in P. Cole and J.L. Morgan (eds.), *Speech Acts*, New York, Academic Press, pp. 41-58, trad. fr. « Logique et conversation », dans *Communication*, vol. 30, 1979, pp. 57-72.



Logique formelle et argumentation

- GROARKE Leo et TINDALE Chris, *Good reasoning matters!*, 5th ed., Oxford University Press, 2013.
- GROARKE Leo, "Logic, Informal", *Stanford World Wide Web Encyclopedia of Philosophy*, 2007, 2011.
- HANSEN H. and PINTO R.C. (eds.), *Fallacies: Classical and Contemporary Readings*, Penn State Press, 1995.
- HANSEN H. and PINTO R.C. (eds.), *Reason Reclaimed: Essays in Honour of J. Anthony Blair and Ralph H. Johnson*, Vale Press, 2007.
- HUBIEN H. ed., *Le raisonnement juridique, Actes du congrès mondial de philosophie sociale*, Bruxelles, Bruylant, 1971.
- JOHNSON R. and BLAIR J.A. (eds.), *New essays in informal logic*, Windsor, Informal Logic Enterprises, 1994.
- JOHNSON Ralph and BLAIR J. Anthony, *Logical self-defense*, 3rd edition, McGraw-Hill, 1994.
- JOHNSON Ralph, *Manifest Rationality: A Pragmatic Study of Argument*, Mahwah, Lawrence Erlbaum Associates, 2000.
- JOHNSON Ralph, *The Rise of Informal Logic*, Vale Press, 1996.
- KALINOWSKI Georges, *Introduction à la logique juridique*, Paris, Librairie Générale de Droit et de Jurisprudence, 1965.
- LOCKE John, *Essai sur l'entendement humain* (1690), Paris, Honoré Champion, 2004.
- MACKIE John, *The Cement of the Universe: A Study of Causation*, Oxford, Oxford University Press, 1980.
- MILL John Stuart, *Système de logique déductive et inductive* (1843), Paris, Felix Alcan, 1896.
- PERELMAN C. ed., *Le problème des lacunes en droit*, Bruxelles, Bruylant, 1968.
- PERELMAN C. ed., *Les antinomies en droit*, Bruxelles, Bruylant, 1965.
- PERELMAN Chaïm et FORIERS Paul, *La preuve en droit*, Bruxelles, Bruylant, 1981.
- PERELMAN Chaïm et OLBRECHTS-TYTECA Lucie, *La nouvelle rhétorique. Traité de l'argumentation*, Bruxelles, Éditions de l'Université de Bruxelles, 1992.
- PERELMAN Chaïm et OLBRECHTS-TYTECA Lucie, *Rhétorique et philosophie : pour une théorie de l'argumentation en philosophie*, Paris, Presses Universitaires de France, 1952.
- PERELMAN Chaïm et VANDER ELST Raymond, *Les notions à contenu variable en droit*, Bruxelles, Bruylant, 1984.
- PERELMAN Chaïm, *Éléments d'une théorie de l'argumentation*, Bruxelles, Presses universitaires de Bruxelles, 1968.
- PERELMAN Chaïm, *Justice et raison*, Bruxelles, Presses universitaires de Bruxelles, 1963.
- PERELMAN Chaïm, *L'empire rhétorique : rhétorique et argumentation*, Paris, Vrin, 1977.
- PERELMAN Chaïm, *La règle de droit*, Bruxelles, Bruylant, 1971.
- PERELMAN Chaïm, *Le champ de l'argumentation*, Bruxelles, Presses universitaires de Bruxelles, 1970.
- PERELMAN Chaïm, *Le raisonnable et le déraisonnable en droit : au-delà du positivisme juridique*, Paris, Librairie Générale de Droit et de Jurisprudence, 1984.
- PERELMAN Chaïm, *Logique et argumentation*, Bruxelles, Presses universitaires de Bruxelles, 1968.
- PERELMAN Chaïm, *Logique juridique*, Paris, Dalloz, 1976.
- PINTO Robert, *Argument, Inference and Dialectic*, Kluwer Academic Publishers, 2001.
- POLLOCK John, *Cognitive carpentry*, MIT Press, Cambridge (Mass.), 1995.
- SCHMETZ Roland, *L'argumentation selon Perelman. Pour une raison au coeur de la rhétorique*, Presses Universitaires de Namur, 2000.
- SHERWOOD Guillaume de, *Introduction to Logic*, Minneapolis, University of Minnesota Press, 1966.

- SIBONY Anne-Lise, *Le juge et le raisonnement économique en droit de la concurrence*, Paris, LGDJ, 2008.
- TINDALE Chris, *Acts of Arguing: A Rhetorical Model of Argument*, Albany, State University of New York Press, 1999.
- TINDALE Chris, *Fallacies and Argument Appraisal*, Cambridge, 2007.
- TINDALE Chris, *Reason's Dark Champions*, University of South Carolina Press, 2010.
- TINDALE Chris, *Rhetorical Argumentation: Principles of Theory and Practice*, Cornell, Sage Publications, 2004.
- TOULMIN Stephan E., *Les usages de l'argumentation*, Paris, Presses Universitaires de France, 1993.
- VAN EEMEREN F. ed., *Crucial concepts in argumentation theory*, Amsterdam, Sic Sat, 2001.
- VAN EEMEREN F. et al. ed., *Fundamentals of argumentation theory*, Mahwah (New Jersey), Lawrence Erlbaum Associates, 1996.
- VAN EEMEREN F. (ed.), *Advances in pragma-dialectics*, Vale Press, 2002.
- VAN EEMEREN Frans and HOUTLOSSER Peter, "Strategic maneuvering: A synthetic recapitulation", in *Argumentation*, vol. 20, 2006, pp. 381-392.
- VAN EEMEREN Frans et GROOTENDORST Rob, *La nouvelle dialectique*, Paris, Kimé, 1996.
- VANNIER Guillaume, *Argumentation et droit*, Paris, Presses Universitaires de France, 2001.
- WALTON Douglas and KRABBE Erik, *Commitment in Dialogue: Basic Concepts of Interpersonal Reasoning*, Albany, SUNY Press, 1995.
- WALTON Douglas, *Argument Structure: A Pragmatic Theory* (Toronto Studies in Philosophy), Toronto, University of Toronto Press, 1996.
- WALTON Douglas, *Argumentation Schemes for Presumptive Reasoning*, Mahwah, Lawrence Erlbaum Associates, 1996.
- WALTON Douglas, *Fundamentals of Critical Argumentation*, New York, Cambridge University Press, 2006.
- WALTON Douglas, *Informal Logic: A Pragmatic Approach*, 2nd ed., Cambridge, Cambridge University Press, 2008.
- WALTON Douglas, REED Chris, MACAGNO Fabrizio, *Argumentation schemes*, Cambridge University Press, 2008.
- WALTON Douglas, *Relevance in Argumentation*, Mahwah, N.J., Lawrence Erlbaum Associates, 2004.
- WALTON Douglas, *The New Dialectic*, Toronto, University of Toronto Press, 1998.
- WATTS Isaac, *Logic. The right use of reason*, Londres, Clark and Hett, 1725.
- WOODS John and WALTON Douglas, *Fallacies: Selected Papers 1972-1982*, 2nd edition, Studies in Logic, London, College Publications, 2007.
- WOODS John et WALTON Douglas, *Critique de l'argumentation, logique des sophismes ordinaires*, Paris, Kimé, 1992.
- WOODS John, "Should we legalize Bayes' theorem ?", in Hansen H. and Pinto R.C. (eds.), *Reason Reclaimed: Essays in Honour of J. Anthony Blair and Ralph H. Johnson*, Vale Press, 2007, pp. 257-267.
- WOODS John, IRVINE Andrew, WALTON Douglas, *Argument. Critical Thinking, Logic and the Fallacies*, Toronto, Pearson Education Canada, 2000.
- WRIGHT Richard, "Causation in tort law", *California Law Review*, vol. 73, 1985, pp. 1735-1828.



Table des matières

Introduction générale	5
<i>Analyse des raisonnements</i>	7
 Première partie Déduction 	
Chapitre 1 – Logique des propositions	25
Introduction	26
<i>Le modèle de la démonstration mathématique</i>	
<i>et la validité déductive</i>	26
<i>Forme du raisonnement et formalisation</i>	28
A. Logique ancienne : Mégariques et Stoïciens	29
<i>Propositions et schémas d'inférence propositionnels</i>	29
<i>Les schémas d'inférence stoïciens</i>	31
B. Logique contemporaine	34
<i>Les connecteurs vérifonctionnels</i>	34
<i>La formalisation : passage du langage ordinaire au langage logique</i>	40
<i>Tables de vérité et tautologies</i>	44
<i>Tableaux sémantiques</i>	47
<i>Implication et équivalence</i>	51
<i>Transformations par équivalence et schémas normaux</i>	52
<i>Schémas d'inférence et déduction naturelle</i>	58
<i>Définition axiomatique des connecteurs</i>	64
<i>Sémantique et syntaxe</i>	66
Chapitre 2 – Logique des prédicats du premier ordre	71
A. Logique ancienne : Aristote et la Scolastique	72
<i>Termes et types de prédication</i>	72
<i>Carré logique et inférences immédiates</i>	73
<i>Syllogismes catégoriques</i>	76
<i>Traitement ensembliste : les diagrammes de Venn</i>	82
<i>Algèbre de Boole</i>	88



B. Logique contemporaine	91
<i>Quantificateurs, fonctions propositionnelles et relations</i>	91
<i>La formalisation : passage du langage ordinaire au langage logique</i>	95
<i>Tableaux sémantiques</i>	97
<i>Transformations par équivalence</i>	103
<i>Déduction naturelle</i>	107
<i>Définition axiomatique des quantificateurs</i>	116

Deuxième partie Argumentation

Chapitre 1 – Logique informelle	119
A. Machines à juger versus faculté de juger	120
<i>Avantages et défauts d'une machine à juger</i>	123
B. Vers une « logique informelle »	128
C. Dimension topique et schémas d'inférence faillibles	131
<i>Indices de vraisemblance, garanties et réserves</i>	133
<i>Les lieux communs de l'argumentation</i>	136
D. Dimension rhétorique et adhésion de l'auditoire	137
<i>Rhétorique et topique</i>	140
<i>Vérité, acceptabilité par un auditoire et acceptabilité universelle</i>	143
E. Dimension interprétative et pragmatique du langage	145
<i>Valeur logique et valeur rhétorique de certaines notions</i>	148
<i>Maximes conversationnelles</i>	150
F. Dimension dialectique et charge de la preuve	152
<i>Vérité et construction d'accords</i>	156
Chapitre 2 – Schémas argumentatifs faillibles et sophismes	161
<i>Questions critiques</i>	165
<i>Pertinence et adéquation des arguments</i>	167
A. Schémas de généralisation et d'analogie	171
<i>Induction</i>	171
<i>Analogie</i>	176
<i>Analogies entre les tous et leurs parties</i>	181
B. Schémas causaux	184
<i>Post hoc ergo propter hoc</i>	184
<i>Cum hoc ergo propter hoc</i>	184
<i>Argument (abductif) de la meilleure explication</i>	187

<i>Pente savonneuse</i>	188
C. Schémas pratiques.....	190
<i>Argument d'après les règles</i>	190
<i>Argument d'après les précédents</i>	191
<i>Argument par les conséquences</i>	192
<i>Argument du moyen en vue d'une fin</i>	194
<i>Argument par les valeurs</i>	194
<i>Argument du coût-bénéfice</i>	195
<i>Passage d'une argumentation théorique à une argumentation pratique</i>	197
D. Fondement des prémisses	199
<i>Information prise à bonne source</i>	200
<i>Suspicion légitime</i>	206
<i>Présomptions</i>	212
<i>Ex concessis</i>	215
<i>Circularité</i>	217
E. Exigences de clarté et d'univocité	219
<i>Ambiguïté lexicale</i>	221
<i>Ambiguïté syntaxique ou amphibologie</i>	222
<i>Ambiguïté référentielle</i>	224
<i>Accentuation</i>	226
<i>Figures de style</i>	227
F. Quelques violations typiques de la validité déductive	228
<i>Violation des schémas d'inférence stoïciens</i>	228
<i>Fausse alternative et confusion de la contrariété et de la contradiction</i>	234
<i>Violation des lois de De Morgan</i>	235
<i>Violation des lois de distribution des quantificateurs</i>	237
<i>Inversion de l'ordre des quantificateurs</i>	237
G. Critique d'un raisonnement et contre-argumentation	238

Exercices

Exercices 1 – Exercices sur la structure des raisonnements	241
Exercices 2 – Exercices sur la logique des propositions	243
Exercices 3 – Exercices sur la logique des prédicats	259
Exercices 4 – Exercices sur l'argumentation	273
Bibliographie	305

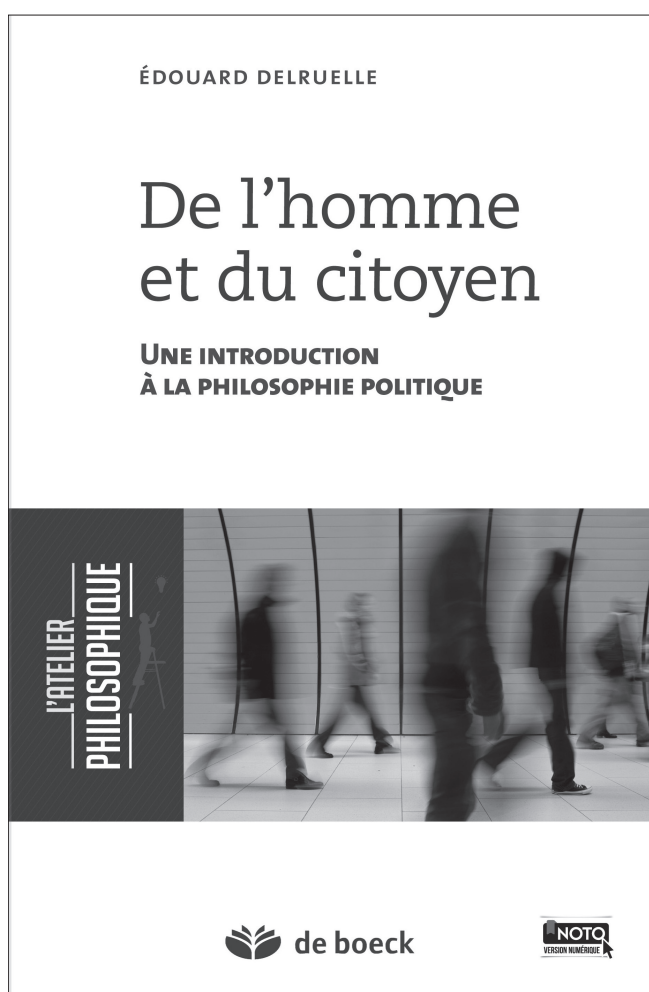


De l'homme et du citoyen

Une introduction à la philosophie politique

Derrière les innombrables « théories de la justice » qui jalonnent l'histoire de la philosophie politique, de Machiavel à Foucault en passant par Spinoza, Marx et bien d'autres, cet ouvrage identifie et explore une passion bien plus profonde : celle de la liberté. Mais celle-ci n'est-elle pas aujourd'hui paradoxalement menacée ? Écrit sous forme de dialogue vivant, *De l'homme et du citoyen* est à la fois une introduction à la philosophie et une réflexion critique sur la politique.

Edouard Delruelle est professeur de philosophie politique et de philosophie du droit à l'Université de Liège. Connu pour ses engagements publics, il a été Directeur du Centre pour l'égalité des chances.



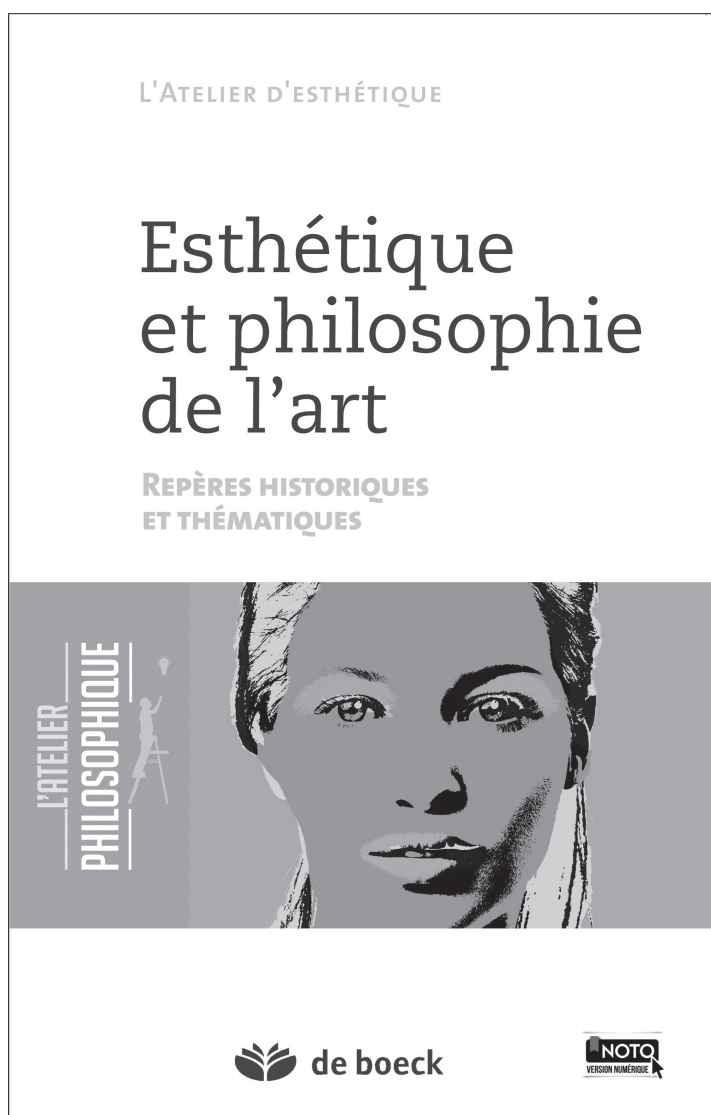


Esthétique et philosophie de l'art

Repères historiques et thématiques

Cet ouvrage présente un panorama historique et thématique de la tradition esthétique occidentale. L'art et le *beau* y sont présentés à travers les plus grands penseurs occidentaux, de Platon à Derrida ; mais aussi dans un dialogue éclairant avec la critique et les sciences de l'art, et surtout avec les œuvres d'art elles-mêmes, qui soulèvent encore aujourd'hui nombre d'interrogations sur cette expérience particulière – l'expérience esthétique.

Créé en 1989, L'atelier d'esthétique est un groupe d'étude réunissant des membres des départements de philosophie et d'histoire de l'art de différentes universités.





L'énigme de l'humain et l'invention de la politique

Les racines grecques de la philosophie moderne et contemporaine

Qu'est-ce qu'une spécialiste de la philosophie grecque peut bien avoir à transmettre à un auditoire de juristes débutant(e)s ? Pour leur donner le goût du débat démocratique, l'auteure a construit un cheminement en deux étapes, interrogeant d'abord l'énigme de l'humain, d'Homère à Heidegger ; puis son prolongement collectif. Plongeant dans les racines du passé pour mieux comprendre le présent et inventer le futur, cet ouvrage s'adresse à tous ceux qui désirent s'engager dans une réflexion citoyenne.

Sophie Klimis est professeure de philosophie en facultés de droit et de philosophie et lettres à l'Université Saint-Louis-Bruxelles.





Jean-Paul Sartre

Un demi-siècle de liberté

La pensée de Sartre est une pensée de la liberté. Comment la restituer sans l'enfermer et l'éteindre ? Pour ce faire, cet ouvrage propose une étude synthétique de son œuvre en l'approchant par problèmes (la question du temps, de la psychanalyse, de l'humanisme...) plutôt que de manière chronologique. Ses diverses facettes – philosophique, littéraire, théâtrale – sont abordées ; tantôt elles se recoupent, tantôt elles bifurquent, esquissant les contours vivants et irréductibles d'une pensée inimitable.

Juliette Simont est docteure en philosophie et maître de recherches au Fonds National de la Recherche Scientifique. Elle a publié de nombreuses études sur Sartre, notamment dans Les Temps Modernes.



Science de la pensée rationnelle, la logique s'est donnée pour tâche de dégager les grands principes théoriques permettant de distinguer les raisonnements corrects des raisonnements fallacieux.

Au cours de son histoire, elle a forgé des outils d'analyse de plus en plus précis et rigoureux. Ces développements ont abouti aux divers systèmes formels de la **logique symbolique** dont nous disposons aujourd'hui. Il est désormais possible de traiter de nombreux raisonnements comme de calculs dont la validité est assurée par le seul respect de règles d'inférence préalablement établies.

La question de la légitimité de nos argumentations quotidiennes suppose cependant que l'on prenne également en compte des critères qui relèvent d'autres dimensions – dialectique, topique, rhétorique ou linguistique – de l'argumentation. C'est en se fondant sur l'ensemble de ces analyses que l'on peut évaluer l'usage en contexte de tel ou tel schéma d'inférence et déterminer, par des questions critiques, s'il fait l'objet d'une utilisation globalement rationnelle ou d'un abus sophistique.

Parce qu'il envisage l'étude des raisonnements sous ces différents aspects, ce livre constitue une véritable **introduction générale à la logique**. L'approche choisie est délibérément pédagogique. L'ouvrage analyse plus de 280 raisonnements et propose au lecteur 360 exercices dont les corrigés sont disponibles en ligne.

LAURENCE BOUQUIAUX

est licenciée en Sciences mathématiques et docteur en Philosophie de l'Université de Liège, où elle enseigne l'histoire de la philosophie et la philosophie des sciences.

BRUNO LECLERCQ

est titulaire d'une maîtrise en Philosophie de l'esprit de l'Université de Hull et docteur en Philosophie de l'Université de Liège, où il enseigne la logique et la philosophie analytique.

deboeck
SUPÉRIEUR **B**

www.deboecksuperieur.com

ISBN 978-2-8073-1446-7



9 782807 314467



<http://noto.deboecksuperieur.com> : la version numérique de votre ouvrage

- 24h/24, 7 jours/7
- Offline ou online, enregistrement synchronisé
- Sur PC et tablette
- Personnalisation et partage

Matériel protégé par le droit d'auteur